

Все следующие задачи можно решить без помощи компьютера. Постарайтесь сделать это самостоятельно! Мы обсудим решения на следующем занятии, 20 сентября.

1. Как известно, отношение длины окружности к её диаметру можно записать в виде числа $\pi = 3.1415926535897932384626433832795\dots$. Чему равно произведение первых ста знаков числа π после десятичной точки? *Подсказка:* строго доказывать ответ не обязательно.

2. Как известно, XOR (*исключающее ИЛИ*) двух двоичных цифр задаётся таблицей, приведённой справа.

a	b	$a \oplus b$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Результат *битового XOR* двух чисел x и y вычисляется так. Сначала оба числа записываются в двоичной системе счисления, а меньшее дополняется слева нулями до длины большего. Результат в каждом разряде равен XOR-у двоичных цифр x и y в этом разряде. Полученное двоичное число и есть результат всей операции.

Пример: $5 \oplus 9 = 101_2 \oplus 1001_2$. Ответ — число $12 = 1100_2$:

\oplus	0101
=	1001
	1100

Рассмотрим последовательность чисел $\{s_i\}$: $s_1 = 1$, $s_2 = 1 \oplus 2$, $s_3 = 1 \oplus 2 \oplus 3$, ..., $s_n = 1 \oplus 2 \oplus \dots \oplus n$, Когда в ней впервые встречается число 2012?

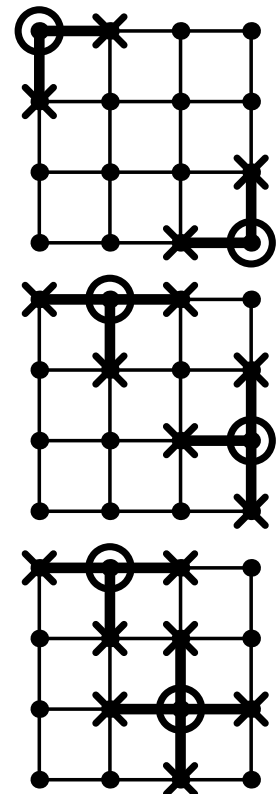
3. Двое полицейских и вор находятся в городе, имеющем форму квадрата из 3×3 кварталов. Каждая сторона каждого из кварталов представляет собой улицу, а каждый угол — это перекрёсток. Таким образом, в городе $3 \cdot 4 + 4 \cdot 3 = 24$ улицы и $4 \cdot 4 = 16$ перекрёстков.

Полицейские не знают, где находится вор, но видят вдоль улиц на расстояние в один квартал. Сквозь кварталы полицейские не видят. Вор, напротив, в каждый момент времени знает, где находятся полицейские. Вор считается пойманным, если его увидел хотя бы один полицейский.

В начале каждой минуты каждый из трёх персонажей стоит на одном из перекрёстков. В течение каждой минуты каждый персонаж либо стоит на перекрёстке, либо равномерно и прямолинейно движется по одной из улиц до соседнего перекрёстка.

Двое полицейских начинают облаву в противоположных углах города, а вор — на каком-то из невидимых перекрёстков. Могут ли полицейские гарантированно поймать вора за конечное время?

На рисунках справа представлены начальная позиция, а также возможные варианты действий полицейских в первые две минуты.



4. Как известно, треугольник называется равносторонним, если все три его стороны имеют одинаковую длину. Можно ли на координатной плоскости нарисовать равносторонний треугольник так, чтобы обе координаты каждой его вершины были целыми числами?