

## Серия М: Сравнение по модулю

Во всех задачах входные данные задаются с клавиатуры, а результат следует выводить на экран. При выводе разделяйте соседние числа в строке пробелами. Все числа по умолчанию целые.

Два числа  $a$  и  $b$  называются *взаимно простыми*, если их наибольший общий делитель равен единице.

Функция Эйлера  $\varphi(n)$  равна количеству чисел от 1 до  $n - 1$ , взаимно простых с  $n$ .

**Ма** . Дано число  $n$ . Найдите значение  $\varphi(n)$ .

**Подзадача 1:** (+40 баллов)  $1 \leq n \leq 1000$ .

**Подзадача 2:** (+60 баллов)  $1 \leq n \leq 10^9$ .

**Мб** . Даны три числа  $a$ ,  $p$  и  $n$  ( $a + p > 0$ ). Найдите число  $a^p \bmod n$ .

**Подзадача 1:** (+40 баллов)  $0 \leq a < n \leq 1000$ ,  $0 \leq p \leq 1000$ .

**Подзадача 2:** (+30 баллов)  $0 \leq a < n \leq 1000$ ,  $0 \leq p \leq 10^9$ .

**Подзадача 3:** (+30 баллов)  $0 \leq a < n \leq 10^9$ ,  $0 \leq p \leq 10^9$ .

Обратный элемент к  $a$  по модулю  $n$  — это число  $b$  ( $0 \leq b < n$ ) такое, что  $(a \cdot b) \bmod n = 1$ .

**Мс** . Даны два числа  $a$  и  $n$ . Найдите обратный элемент к  $a$  по модулю  $n$ .

Если обратный элемент не определён, выведите число  $-1$ .

**Подзадача 1:** (+40 баллов)  $0 \leq a < n \leq 1000$ .

**Подзадача 2:** (+60 баллов)  $0 \leq a < n \leq 10^9$ .

Порядок числа  $a$  по модулю  $n$  — это минимальное положительное число  $p$  такое, что  $a^p \bmod n = 1$ .

**Мд** . Дано число  $n$  ( $1 \leq n \leq 20$ ). Для каждого числа  $a$  ( $0 \leq a < n$ ) выведите в отдельной строке  $n$  чисел:  $a^0 \bmod n$ ,  $a^1 \bmod n$ , ...,  $a^{n-1} \bmod n$ .

Вместо числа  $0^0 \bmod n$  выводите число  $-1$ .

**Ме** . Дано число  $n$  ( $1 \leq n \leq 20$ ). Выведите  $n$  строк: для каждого числа

$a$  ( $0 \leq a < n$ ) выведите само число  $a$ , его порядок  $p$  (или число  $-1$ , если он не определён), а далее, если он определён —  $p$  чисел:

$a^0 \bmod n$ ,  $a^1 \bmod n$ , ...,  $a^{p-1} \bmod n$ .

**Мф** . Даны два числа  $a$  и  $n$ . Найдите порядок  $a$  по модулю  $n$ . Если порядок не определён, выведите число  $-1$ .

**Подзадача 1:** (+40 баллов)  $0 \leq a < n \leq 1000$ .

**Подзадача 2:** (+60 баллов)  $0 \leq a < n \leq 10^9$ .

**Мг** . Дано число  $n$ . Найдите любое число  $a$  ( $0 \leq a < n$ ), имеющее максимальный порядок по модулю  $n$ , а также сам этот порядок. Если ни для какого  $a$  порядок не определён, выведите два числа  $-1$ .

**Подзадача 1:** (+40 баллов)  $1 \leq n \leq 1000$ .

**Подзадача 2:** (+60 баллов)  $1 \leq n \leq 10^9$ .