



## International Olympiad in Informatics 2013

6-13 July 2013

Brisbane, Australia

Day 2 tasks

**game**

Russian — 1.1

Базза и Шазза играют в игру. Доска для этой игры представляет собой прямоугольную таблицу, содержащую  $R$  строк с номерами от  $0$  до  $R - 1$  и  $C$  столбцов с номерами от  $0$  до  $C - 1$ . Обозначим за  $(P, Q)$  ячейку таблицы на пересечении строки  $P$  и столбца  $Q$ . В каждой ячейке записано неотрицательное целое число. В начале игры во всех ячейках записаны нули.

Игра происходит следующим образом. Каждым ходом Базза может:

- присвоить новое число ячейке  $(P, Q)$ ;
- либо задать Шаззе вопрос, чему равен наибольший общий делитель (НОД) всех целых чисел внутри прямоугольника, составленного из клеток, противоположные углы которого — клетки  $(P, Q)$  и  $(U, V)$ , включительно.

Базза делает не более  $(N_U + N_Q)$  ходов ( $N_U$  — количество присваиваний чисел ячейкам, а  $N_Q$  — количество вопросов), а потом устаёт и идёт играть в крикет.

Ваша задача — определить правильные ответы на вопросы.

## Пример

Предположим, что  $R = 2$  и  $C = 3$ , и База начинает игру со следующих ходов:

- присваивает ячейке  $(0, 0)$  число 20;
- присваивает ячейке  $(0, 2)$  число 15;
- присваивает ячейке  $(1, 1)$  число 12.

20	0	15
0	12	0

Получившаяся таблица показана на рисунке выше. База далее может задать вопрос, чему равен НОД внутри следующих прямоугольников:

- с противоположными углами  $(0, 0)$  и  $(0, 2)$  (в этом прямоугольнике три числа — 20, 0 и 15, и их НОД равен 5);
- с противоположными углами  $(0, 0)$  и  $(1, 1)$  (в этом прямоугольнике четыре числа — 20, 0, 0 и 12, и их НОД равен 4).

Предположим, что теперь База делает следующие ходы:

- присваивает ячейке  $(0, 1)$  число 6;
- присваивает ячейке  $(1, 1)$  число 14.

20	6	15
0	14	0

Новая таблица показана на рисунке выше. База далее может снова задать вопрос, чему равен НОД внутри следующих прямоугольников:

- с противоположными углами  $(0, 0)$  и  $(0, 2)$  (теперь в этом прямоугольнике три числа — 20, 6 и 15, и их НОД равен 1);
- с противоположными углами  $(0, 0)$  и  $(1, 1)$  (теперь в этом прямоугольнике четыре числа — 20, 6, 0 и 14, и их НОД равен 2).

В этом примере Базза сделал всего  $N_U = 5$  присваиваний и задал  $N_Q = 4$  вопроса.

---

## Детали реализации

Ваше решение должно содержать функции `init()` и `update()` и функцию `calculate()`.

Чтобы помочь вам, каждый из шаблонов решений на вашем компьютере (`game.c`, `game.cpp` и `game.pas`) содержит функцию `gcd2(X, Y)`, которая вычисляет наибольший общий делитель двух заданных целых неотрицательных чисел `X` и `Y`. Если `X = Y = 0`, то функция `gcd2(X, Y)` возвращает 0.

Эта функция выполняется достаточно быстро для того, чтобы решение могло набрать полный балл, в частности, время работы этой функции в худшем случае пропорционально `log(X + Y)`.

**Ваша функция: `init()`**

C/C++ `void init(int R, int C);`

Pascal `procedure init(R, C : LongInt);`

**Описание**

Ваше решение должно реализовывать эту функцию.

Эта функция задаёт вам размер таблицы и позволяет инициализировать любые глобальные переменные и структуры данных. Она будет вызвана только один раз перед какими-либо другими вызовами функций `update()` или `calculate()`.

**Параметры**

- `R`: количество строк.
- `C`: количество столбцов.

**Ваша функция: `update()`**

C/C++ `void update(int P, int Q, long long K);`

Pascal `procedure update(P, Q : LongInt; K : Int64);`

**Описание**

Ваше решение должно реализовывать эту функцию.

Эта функция будет вызываться, когда База присваивает число какой-либо ячейке.

**Параметры**

- `P`: строка, в которой находится ячейка ( $0 \leq P \leq R - 1$ );
- `Q`: столбец, в котором находится ячейка ( $0 \leq Q \leq C - 1$ );
- `K`: новое целое число для этой ячейки ( $0 \leq K \leq 10^{18}$ ). Оно может не отличаться от предыдущего числа в этой ячейке.

## Ваша функция: `calculate()`

**C/C++** `long long calculate(int P, int Q, int U, int V);`

**Pascal** `function calculate(P, Q, U, V : LongInt) : Int64;`

### Описание

Ваше решение должно реализовывать эту функцию.

Эта функция должна вычислять наибольший общий делитель всех чисел в прямоугольнике с противоположными углами  $(P, Q)$  и  $(U, V)$ , включительно, то есть ячейки  $(P, Q)$  и  $(U, V)$  включаются в прямоугольник.

Если все числа в этом прямоугольнике — нули, эта функция должна возвращать ноль.

### Параметры

- $P$ : строка, в которой находится верхняя левая ячейка прямоугольника ( $0 \leq P \leq R - 1$ );
- $Q$ : столбец, в котором находится верхняя левая ячейка прямоугольника ( $0 \leq Q \leq C - 1$ );
- $U$ : строка, в которой находится нижняя правая ячейка прямоугольника ( $P \leq U \leq R - 1$ );
- $V$ : столбец, в котором находится нижняя правая ячейка прямоугольника ( $Q \leq V \leq C - 1$ );
- *возвращаемое значение*: значение НОД всех чисел в данном прямоугольнике или  $0$ , если все числа в этом прямоугольнике равны нулю.

## Пример

Следующая последовательность вызовов функций соответствует примеру, приведённому выше в условии задачи:

Вызов функции	Возвращаемое значение
<code>init(2, 3)</code>	
<code>update(0, 0, 20)</code>	
<code>update(0, 2, 15)</code>	
<code>update(1, 1, 12)</code>	
<code>calculate(0, 0, 0, 2)</code>	5
<code>calculate(0, 0, 1, 1)</code>	4
<code>update(0, 1, 6)</code>	
<code>update(1, 1, 14)</code>	
<code>calculate(0, 0, 0, 2)</code>	1
<code>calculate(0, 0, 1, 1)</code>	2

## Ограничения

- Ограничение по времени: смотрите подзадачи.
  - Ограничение по памяти: смотрите подзадачи.
  - $1 \leq R, C \leq 10^9$ .
  - $0 \leq K \leq 10^{18}$ , где  $K$  — любое из чисел, которые Базза помещает в ячейки таблицы.
- 

## Подзадачи

Описание подзадач смотрите в версии на английском языке.



## Взаимодействие с проверяющим модулем

Проверяющий модуль на вашем компьютере будет считывать входные данные из файла с именем `game.in`, который должен иметь следующий формат:

- строка 1: `R C N`
- последующие `N` строк содержат: один ход в каждой строке в том же порядке, в котором производятся сами ходы.

Для каждого хода должен быть использован один из следующих форматов:

- для запроса на присваивание `update(P, Q, K) : 1 P Q K`
- для запроса на вычисление `calculate(P, Q, U, V) : 2 P Q U V`

В частности, вышеописанный пример должен быть задан в следующем виде:

```
2 3 9
1 0 0 20
1 0 2 15
1 1 1 12
2 0 0 0 2
2 0 0 1 1
1 0 1 6
1 1 1 14
2 0 0 0 2
2 0 0 1 1
```

## Особенности конкретных языков программирования

- |               |  |
|---------------|--|
| <b>C/C++</b>  | Вы должны подключить заголовочный файл с помощью <code>#include "game.h"</code> .  |
| <b>Pascal</b> | Вы должны написать модуль с заголовком <code>unit Game</code> . Все массивы нумеруются, начиная с <code>0</code> (а не с <code>1</code> ). |

Поскольку целые числа в ячейках таблицы могут быть очень большими, в языках C и C++ рекомендуется использовать тип `long long`, а в языке Pascal — тип `Int64`.