RECOLTES ET SEMAILLES

Réflexions et témoignage
sur un passé de mathématicien

par
Alexandre GROTHENDIECK

Quatrième Partie :

L'ENTERREMENT (III)

ou les Quatre Opérations

Université des Sciences et Techniques du Languedoc, Montpellier
et Centre National de la Recherche Scientifique

A zoghman Mebkhout
l'ouvrier solitaire
en témoignage de respect et d'affection

RECOLTES ET SEMAILLES (IV)

L'ENTERREMENT (3)

ou

Les Quatre Opérations

775

(@@@) (16 février) II y a aujourd'hui un mois exactement que jfai commencé la réflexion impromptue, déclenchée par la lecture de l'autobiographie de C. G. Jung. Je pensais y passer quelques jours, le temps de jeter sur le papier les premières fortes impressions de lecture — et aujourd'hui je n'ai pas fini de faire le tour encore de ces impressions ! Elles se sont enrichies et transformées en cours de lecture, par la vertu du travail déclenché par celle-ci et par l'écriture de mes notes de lecture. J'ai tout juste eu le temps de faire le tour des impressions suscitées par les quatre premiers chapitres sur les jeunes années de Jung — les chapitres écrits de la main de Jung lui-même. Je m'apprêtais à confronter ces impressions avec d'autres, pas toujours concordants à première vue, suscitées par des chapitres ultérieurs. Mais alors que j'allais m'y mettre aujourd'hui, j'ai réalisé que cette digression-la (qui approche déjà des cent. pages. . .) n'est vraiment pas à sa place dans cette autre "digression", déjà assez longue par elle-même, que j'ai appelée "La clef du yin et du yang". (Une digression dont j'avais cru, il y a un mois, qu'elle approchait de sa fin[1](*),) II est vrai que mes notes de lecture sur Jung s'inscrivent bien dans la dialectique du yin et du yang, et qu'elles m'ont conduit aussi, sans l'avoir cherché, a préciser bien des choses qui avaient été à peine effleurées précédemment, aussi bien sur ma vie, que sur la vie en général. Cela ne me paraît pas suffisant pourtant pour ouvrir une parenthèse de dimensions aussi prohibitives à l'intérieur d'une autre parenthèse, se situant elle-même dans le chapitre ultime, "La cérémonie Funèbre", d'une longue réflexion sur mon enterrement. Il serait temps enfin de reprendre cette réflexion et de la mener à bonne fin ! (@@@)

En fin de compte, je ne vais donc pas inclure ces notes de lecture dans "La clef du yin et du yang", ni même dans l'Enterrement, avec lequel elles n'ont qu'un lien assez ténu. On peut considérer ces notes comme une illustration de ce que j'ai essayé d'exprimer, en termes généraux, dans les notes (entre autres) "La surface et la profondeur" et "Eloge de l'écriture" (n°s 101, 102). J'hésite si je vais les inclure dans Récoltes et Semailles, comme une quatrième partie, ou si je vais en faire un texte à part dans le volume 2 des Réflexions (**@. Il le "troisième souffle" dans l'écriture de Récoltes et Semailles, commençant le 22 776
septembre l'an dernier, ensemble dont je pensais faire une troisième partie de Récoltes et Semailles, sera partagée en deux parties distinctes, sous les noms respectifs "La clef du yin et du yang" et "Les quatre opérations", formant respectivement les troisième et quatrième parties de Récoltes et Semailles.

est vrai que cette réflexion sur la vie de Jung, telle qu'elle s'est déroulée effectivement, est bien une partie inséparable de la longue réflexion que je poursuis depuis une année, et qui pour moi s'appelle bien Récoltes et Semailles — et j'y suis impliqué directement, tout

[1](*) (26 mars) En écrivant cette ligne, j'étais encore sous l'impression que la note que j'étais en train d'amorcer allait faire partie de "La clef du yin et du yang". C'est au cours des jours suivants seulement que j'ai compris qu'une autre étape de la réflexion avait déjà commencé. "La clef" prend donc fin avec la note précédente "La chaîne sans fin — ou la passation (3)" (n° 162″).

(**@ (26 mars) Finalement, ces notes de lecture vont former (non la quatrième, mais) une cinquième et dernière partie de Récoltes et Semailles, qui fera @. ans doute partie du volume 3 (non du volume 2) des Réflexions, avec d'autres textes de nature plus mathématique. L'ensemble des notes sur l'Enterrement qui forment autant que je le suis partout ailleurs dans ces notes. Il serait donc artificiel de séparer de Récoltes et Semailles cette partie de la réflexion, pour la seule raison qu'elle a éclos sans crier gare au beau milieu d'un Enterrement, et qu'elle "déborde" un peu trop sur le thème central de celui-ci.

Pour le moment, je vais prendre l'occasion de cette césure dans ma réflexion sur l'autobiographie de Jung, pour revenir à mes moutons, et pour mener enfin à bonne fin, si faire ce peut, cette cérémonie Funèbre !

Il serait temps maintenant que je fasse un petit compte rendu de la visite chez moi de mon ami Pierre, au mois d'Octobre dernier. Je signale son arrivée dans la note du 21 octobre ("L'Acte", n° 113), alors qu'il venait d'arriver la veille au soir, avec sa fille Nathalie (de deux ans). Après le départ de mes visiteurs (dans la note "Le paradis perdu" du 25 octobre, n° 116) j'écris : "II sera temps encore dans quelques jours de faire le point sur ce que m'a apporté cette visite — une visite sur laquelle je ne comptais plus. . ." Ces "quelques jours" sont devenus presque quatre mois — mais m'y voici enfin !

J'aurais aimé faire un récit "sur le vif" de cette rencontre, qui représente pour moi un épisode important dans l'aventure qu'a été la découverte de l'Enterrement, de sa réalité et de son sens. Mais cette fois, je me sens retenu par un souci de discrétion, pour livrer telles quelles la totalité des impressions multiples et vives que m'ont laissées le passage de mon ami. Il est vrai que je n'ai pas eu une telle hésitation, pour faire entrer dans ma réflexion une des ces impressions (dans la note du 26 décembre "Le désaveu (2) — ou la métamorphose", n° 153). Mais faire mention d'une certaine impression qu'on a eue de tel ami à tel moment, et faire une description sur le vif du "moment" précis. où une telle impression diffuse est soudain devenue manifeste, irrécusable — ce sont là deux choses toutes différentes. La deuxième est un peu comme de prendre une photo d'un ami en un moment où il ne sent pas observé, et au surplus, de la faire circuler sans s'être assuré de son accord. C'est pourquoi je me bornerai à donner quelques impressions que m'a laissé cette visite, et m'abstiendrai (comme ailleurs dans Récoltes et Semailles[2](*)) de prendre des photos indiscrètes ! 777

Il me faudrait dfabord *situer* cette visite. J'avais eu l'intention d'abori d'aller voir Pierre chez lui @**) pour lui faire lire Récoltes et Semailles, y compris l'Enterrement. Au début mai, je lui avais écrit, pour lui dire que j'aimerais le voir prochainement et lui faire lire un texte, à l'intention surtout de "mes amis d'antan. et élèves d'antan dans le monde mathématique", dans lequel je "m'étais mis tout entier" — "je ne crois pas avoir jamais soigné un texte comme celui-là". Je pensais alors que la frappe serait terminé au courant du mois, et proposais de venir le voir dans la première quinzaine de juin. Finalement, à cause des retards dans la frappe, sans compter le travail pour mettre la dernière main à l'Enterrement

[2](*) II y a une exception pourtant — savoir la "photo" que j'ai prise de J. L. Verdier lors d'une conversation téléphonique, dans la note "La plaisanterie — ou "les complexes poids"" (n° 83). Je me rappelle d'ailleurs que pour faire la description "sur le vif" de la petite scène, j'ai dû faire taire une certaine réticence en moi — j'avais un peu l'impression d'avoir tendu un panneau à mon ex-élève, chose qui n'est absoluement pas dans "mon style". Bien sûr, j'étais enchanté aussi et tout content de moi, qu'il se soit engouffré à voiles déployées dans ce panneau, pourtant des plus gros et des plus apparents. Bien fait pour luil

(tel qu'il était alors prévu, c'est-à-dire, essentiellement, ce qui est maintenant la partie I de l'Enterrement), ma visite s'est trouvée remise plusieurs fois, et en juillet et août Pierre n'était pas en France. Il n'avait d'ailleurs manifesté aucune curiosité à l'annonce du travail que je tenais tellement à lui remettre en mains propres et à lui faire lire avant tout autre. Finalement je lui ai envoyé courant juin la première partie de Récoltes et semailles, "Fatuité et Renouvellement", pensant que ce serait une bonne chose qu'il en prenne connaissance, avant de lui assener l'Enterrement — des fois que ma réflexion sur moi-même "fasse tilt" chez lui et déclenche quelque chose — on ne savait jamais ! J'étais tombé malade depuis une dizaine de jours, et il n'était de toutes façons plus question pour moi d'aller à Paris

J'étais impatient pourtant de lui faire lire l'Enterrement, où Pierre était impliqué de façon névralgique, et j'aurais aimé qu'il vienne en prendre connaissance chez moi, dès avant son départ en vacances. C'est dans ces dispositions que je lui ai envoyé l'Introduction complète vers fin juin, ainsi que la table des matières de l'Enterrement — je pensais que cela lui ferait un choc, et qu'il aurait à cœur de venir me voir dès avant son départ pour prendre 778
connaissance de façon circonstanciée ce que j'avais à dire sur ce fameux Enterrement et sur le rôle qui lui y était dévolu. AU lieu de cela, je n'ai plus eu signe de vie de lui jusque vers la fin août — au point que je me demandais s'il avait bien reçu mon envoi. C'était le grand suspense ! Dans sa deuxième lettre après son retour (datée du 25 août) il dit enfin quelques mots au sujet de l'introduction et de la table des matières, en des termes qui m'ont semblé des plus évasifs. "J'ai eu l'impression que tu ignorais beaucoup de l'amour dont ont été entourés tes "orphelins"...", m'écrit-il, et il joint une bibliographie commentée à l'appui, signe d'une bonne volonté manifeste pour dissiper ce qu'il avait tout l'air de ressentir comme un désolant malentendu. Dans sa lettre suivante (du 12 septembre), il annonce son départ-déménagement pour Princeton pour le 7 octobre, et me dit qu'il essayerait de faire un saut chez moi d'ici là. Ne recevant à nouveau plus de signe de vie de lui, je le croyais parti à Princeton — et puis non, en téléphonant à l'IHES j'ai appris que son voyage avait été retardé. Et une semaine plus tard, alors que je ne :; comptais plus guère le voir avant longtemps, le voilà en chair et en os, en compagnie de la petite Nathalie !

(17 février) La rencontre a eu lieu dans une ambiance qui, selon toute apparence, était on ne peut plus paisible et amicale. Un observateur superficiel qui se serait trouvé dans les parages aurait juré que Pierre était en train de potasser un manuscrit mathématique, et que de temps en temps il me soumettait ses observations et critiques constructives de mathématicien bien "dans le coup". Pour pierre lui-même, il devait être bien entendu qu'il était accouru (par égard pour moi qui avait été, après tout, son "maître"), en faisant le sacrifice de deux jours précieux d'un homme très pris certes, pour contribuer de son mieux à dissiper un malentendu fâcheux, hélas, qui s'était glissé en moi, par on ne sait quel malencontreux concours de circonstances. Aussi bien sa bonne foi que la mienne étaient certes au dessus de tout soupçon et il n'y avait pas lieu même d'en faire état, tant la chose allait de soi. Son rôle, par contre, était de m'éclairer sur tous les points de détail matériels qui ne semblaient pas entièrement clairs dans mes notes, ou sur lesquels j'avais pu faire

[2](**) J'exprime cette intention au début de la note "Mes amis" (n° 79), et dans la première note de bas de page à celle-ci.

erreur. Il a fait une liste de ses observations au fur et à mesure que sa lecture avançait, et il me l'a soumise le jour de son départ — j'ai eu le bon sens d'en prendre bonne note sur le champ, par des mots-clefs. Il est d'ailleurs bel et bien arrivé à lire, en deux jours, le plus gros de l'Enterrement I, et en tous cas, toutes les notes (repérées sur la table des matières, et par les références internes au texte) qui-, concernaient directement sa personne. Une belle performance, si on considère que j'avais mis deux mois à temps plein pour écrire ces 779
notes...

La petite Nathalie pendant ces deux jours a été la plus sage des petites filles sages. C'est à peine si je peux dire que j'aie entendu le son de sa voix — que ce soit pour parler, pour crier ou pour pleurer. Elle ne semblait pas se déplaire chez moi, mais ne se manifestait guère. Quant à son papa, il était le vrai papa modèle — toujours à disposition au moment voulu, pour faire manger, pour promener ou pour amener faire dodo une petite fille pas exigeante ni contrariante pour un sou. Il l'avait amenée, m'avait-il dit, parce qu'après les grands préparatifs pour le déménagement à Princeton, la maman était trop occupée à faire le ménage, pour se charger encore de Nathalie. Mais au delà de cette raison pratique et de force majeure certes, j'ai cru sentir une autre raison, qui restait dans le non-dit, sûrement, la présence de la petite fille mettait une note de douceur dans l'ambiance d'une rencontre que mon ami, sans peutêtre vouloir se le reconnaître mime en son for intérieur, appréhendait. Et cette présence était en même temps comme le signe vivant, éclatant, de ces dispositions tacites dans lesquelles il était accouru, dans la bousculade du déménagement pour les Etats Unis — des dispositions de bonne foi patente et de bonne volonté toute aussi évidente.

De mon coté, je n'avais pas la moindre intention de bousculer mon ami, pour lui faire aborder quoi que ce soit — j'étais à sa disposition pour entrer plus à fond avec lui sur telle question dans laquelle il se sentirait incité à entrer. Il s'est trouvé qu'il tenait avant tout à n'entrer *dans le fond* d'aucune des nombreuses situations examinées dans mes notes, où sa probité de mathématicien (ou sa probité tout court) était clairement mise en cause. Un observateur qui aurait entendu notre conversation, laquelle parfois virait même à la discussion mathématique (chose qui n'avait plus eu lieu entre nous depuis plus de trois ans[3](*) !), n'aurait pu soupçonner que dans le texte que commentait mon ami, il aurait pu y avoir quoi que ce soit qui le mette en cause de façon tant soit peu personnelle. Quant à moi, je sentais que mon ami s'accrochait ferme à cette fiction, péniblement maintenue, de la meilleure foi patente dans le meilleur des mondes. Il évitait précautionneusement tout ce qui aurait pu la faire éclater, en faisant apparaître que ce "consensus" tacite qu'il aurait voulu instituer entre nous, envers et contre tous, n'était nullement une réalité, mais une fiction justement, jouant le rôle de la "paille" à quoi s'accrocher...

(*ï AU sujet de la cessation de toute communication mathématique entre Deligne et moi, voir la note "Deux tournants" (n° 66).

Pendant ces deux jours, je sentais bien à quel point la situation était fausse, chargée 780
d'angoisse sous ces dehors paisibles et bon enfant. C'était comme avec la corde dans la maison du pendu, dont personne ne parle alors que tout le monde y pense ! J'ai fini quand même par faire une remarque dans ce sens — c'était je crois le jour du départ, après le déjeuner. J'ai dit, en gros, que j'étais assez soufflé de la tournure de conservation de salon de thé qu'avait notre rencontre ; après tout, dans ces notes qu'il était en train de lire, et

dans l'introduction déjà qu'il avait dû recevoir il y avait bientôt quatre mois, je m'étais exprimé en termes assez clairs et assez forts sur un certain nombre d" *actes* de son cru. N'avait-il donc vraiment rien à me répondre à ce sujet ? Il m'a répondu, avec des yeux flous et avec un pale sourrire, un peu misérable, qu'il essayait de son mieux de "se préserver" — sans préciser (pour autant qu'il me souvienne) de quoi il essayait ainsi de se "préserver", sûrement, mon enquête devait être ressentie par lui comme une intrusion violente dans une vie qui avait dû jusque là lui sembler des plus tranquilles et sans problèmes — où tout devait même lui sembler étonnamment *docile* ; à tel point docile même, peut-être, qu'il avait fini par oublier qu'il puisse en être autrement. *Assumer* la situation dans laquelle il s'est lui-même placé, c'est-à-dire s'y confronter simplement, l'examiner telle qu'elle est — cela représenterait un bouleversement d'une telle amplitude dans sa vision de lui-même et du monde, un tel écroulement de la structure rigide du moi, que la plupart préféreront mille morts et mettre le monde à feu et à sang @s'ils le peuvent), plutôt que de prendre le risque d'un tel saut dans l'inconnu. C'est de tout cela, sûrement, que mon ami tenait (et sans doute, tient encore aujourd'hui) a "se préserver".

Je ne devrais pas m'en étonner, ayant vu ce genre de scénario se reproduire des centaines de fois, expression de la grande peur devant la réalité des choses et surtout, au delà de celle-ci, devant le risque du renouvellement intérieur. Je ne devrais pas m'en étonner certes, et pourtant, à chaque fois à nouveau je m'étonne, quand je vois récusé l'évidence la plus criante, et souffrir et infliger mille tourments, a seule fin d'éviter ce que moi je sais bien, et de connaissance sûre, être la plus grande des bénédictions. . .

Toujours est-il qu'après cet essai infructueux de ma part pour "quitter les rails", la conversation a tourné coût. Ces minutes ont été je crois les seules[4](*), pendant ces deux jours/ où notre conversation a pris une tournure personnelle — ou quelque chose était 781
dite qui allait au delà de la fiction du "consensus", maintenue en dépit de l'évidence du contraire 1 Je crains que, comme bien souvent, je nfaie pas eu en cette occasion la "rondeur" affectueuse, et pourtant sans détours, qui aurait pu aider mon ami, en dédramatisant une atmosphère laquelle, en dépit des apparences, était tendue à l'extrême, et ceci déjà depuis des mois. Alors que je me bornais à vaquer à mes occupations domestiques, jardinantes et rédigeantes, en laissant mon ami à sa lecture, et aussi pendant les repas, pris en commun, il y avait en moi une *expectative* silencieuse vis-à-vis de mon jeune ami — l'expectative d'une *réponse* à ce que je lui disais, par le truchement de ce texte entre ses mains. Cette expectative, il ne pouvait pas ne pas la sentir — et il savait bien, au fond, que ce n'étaient pas ses quelques pauvres précisions matérielles qui y "répondaient" ! sûrement, cela aurait été un soulagement pour lui que je prenne les devants d'une façon ou d'une autre, quitte même à commencer par une engueulade soignée et qu'il n'avait pas volée, ça non, et qui établisse enfin un *contact*, là où il n'y en avait aucun.

Il est vrai qu'au cours des quinze années écoulées, chaque fois où j'avais essayé de soulever avec lui quelque chose de personnel et qui me tenait à cœur, je m'étais heurté à un silence complet, ou (quand c'était de vive voix) aux infilexions étonnées de rigueur, dans

[4](*) En mettant pourtant à part la conversation que nous asons eue sur le quai de la gare, juste avant le départ de mon ami. J'y reviendrai plus loin.

le plus pur style “patte de velours”. Je n’avais plus envie, certes, de jouer ce jeu-là, que j’avais d’ailleurs quitté sans esprit de retour depuis le “tournant” de 1981 [5](*). Mais il est vrai aussi que cette fois il y avait un “moment” visiblement unique dans la relation entre nous, et qui aurait peut-être mérité une entorse à une règle (ou a une habitude, devenue une seconde nature. . .), de ne pas aller à l’encontre de la réticence en autrui à aborder telle ou telle chose. Parfois il peut être bon (et dans certaines limites) de “forcer la main” tant soit peu, un peu comme avec un gosse qu’on amènerait chez le dentiste malgré la peur (irraisonnée) qu’il peut en avoir. . .

Je ne dis pas tout cela, histoire de plaindre ce pauvre ami Pierre qui n’a pas reçu auprès de moi tout l’encouragement bienveillant qu’il aurait pu souhaiter y trouver, et quoi encore ! Après tout, il est normal que j’aie mes limites, comme tout le monde, et de plus ce n’est pas nécessairement mon rôle et encore moins mon obligation d’amortir les chocs pour ceux qui se sont mis dans des situations (fût-ce à leur insu) qui risquaient de leur retomber dessus, un jour ou l’autre et d’une façon ou d’une autre.

D’ailleurs, après avoir raccompagnés Pierre et Nathalie a la gare d’Orange, le 22 octobre 782
au soir, je n’avais pas du tout le sentiment d’une “rencontre pour rien”, d’une “occasion loupée”. Je n’avais pas eu la naïveté de m’attendre à monts et merveilles — il est si rare que deux personnes abordent sur le fond une question qui les concerne profondément l’une et l’autre ! Il n’y a pas eu de dialogue, c’est une chose entendue — et pourtant je sentais que j’avais appris bien des choses. Il y avait eu déjà ces “détails matériels” certes, dont plus d’un était bien intéressant, et qui mettaient des derniers points sur des derniers i, en ce qui concerne la question du seul “scénario” de certaines opérations qui avaient eu lieu, et de leurs contextes. Je vais y revenir, en continuation de la présente note[6](*). Ce qui était plus important, c’est que pendant ces deux jours, j’ai observé mon ami avec des yeux nouveaux, à la lumière de ce que j’avais appris de lui au cours de ma réflexion sur l’Enterrement, Je peux dire que j’ai “refait connaissance” avec lui — dans sa relation à moi, aux choses, à sa fille. . . Ce chapitre-là reste domaine réservé — c’est ici que s’impose, pour moi, la réserve naturelle que j’évoque au début des notes d’aujourd’hui.

Mais dans l’optique d’une compréhension de l’Enterrement, il y avait une autre raison surtout, plus subtile que les deux précédentes, pour laquelle il était important que cette rencontre ait lieu. Je crois que j’avais senti cette importance dès le moment où j’avais décidé d’aller à Paris pour y rencontrer mon ami, mais je n’aurais trop su dire alors pourquoi, mis à part le fait qu’il est toujours important de parler de vive voix avec l’intéressé, si faire ce peut, quand il y a des choses de conséquence qui impliquent l’un et l’autre. La pourtant nous n’avons *pas* parlé de ces choses, justement — et pourtant j’ai eu l’impression d’avoir appris, au sujet de la *réalité* de l’Enterrement, ce qui me restait encore à apprendre.

Je pourrais le dire aussi ainsi. Avant cette rencontre, l’ensemble des circonstances et des faits et gestes qui constituent l’Enterrement avait l’air à tel point *invraisemblable*, loufoque, délirant, que malgré toutes les “preuves” matérielles tangibles, irrécusables, qui s’étaient accumulées au cours des semaines et des mois, et en dépit des quelques trois cents pages de notes que je lui avais déjà consacré — quelque part au fond de moi, j e *n’arrivais toujours*

[5](*) Voir la note déjà citée “Deux tournants”, n° 66.

pas à y *croire*[7](**) ! Ce

@*) Voir la note'"Les points sur les i" (n° 164) qui fait suite à celle-ci. un moyen, pour moi, pour arriver à dépasser (au moins partiellement) cette incrédulité devant l'évidence, en mettant le doigt sur cette réaction invétérée. Ce faisant, pourtant, je me *distance* de cette incrédulité, présentée comme celle du commun des mortels (adultes), en m'identifiant au "petit enfant qui en croit le témoignage de ses yeux" ("alors même que ce qu'il voit est assez inouï, jamais vu encore et ignoré et nié par tous"). C'était sûrement là mon propos inconscient en écrivant cette note — prendre mes distances par rapport à une attitude d'incrédulité vis-à-vis de mes propres facultés, et par rapport à un instinct grégaire de "faire comme tout le monde". De telles attitudes et un tel instinct existent bel et bien en moi comme en chacun, mais (comme chez tout le monde) ils restent le plus souvent inconscients. C'était donc comme une tentative d'exorcisme de cela en moi qui m'aliénait à moi-même — et cette tentative aura eu surtout le résultat, je crois, de faire *p*1*o*. n g e r *plus profond* dans l'inconscient ce dont je tenais à me distancer. Le doute insidieux, agissant comme une faille secrète dans ma connaissance des choses, n'était pas éliminé pour autant, ni "dépassée" ("au moins partiellement", sic) la malencontreuse incrédulité ! 783

Je me rends compte à nouveau qu'en ce moment-là de la réflexion, celle-ci restait en deçà de ce que j'appelle la "méditation" — qui est une réflexion dans laquelle les mouvements intérieurs obscurs et délicats (tels cette incrédulité secrète, et la vraie motivation en moi en écrivant la note, qui était d'"exorciser" cette incrédulité gênante) restent constamment l'objet d'une attention vigilante.

n'est d'ailleurs pas la première fois qu'une telle chose m'arrive, loin de là — qu'un doute tenace se maintienne quelque temps, vestige tenace des résistances contre la mise au rancart d'une ancienne vision des choses, une vision plus confortable souvent, ou plus conforme aux consensus courants, que celle qui a pris sa suite. Parfois aussi ce doute n'est pas l'expression de la seule inertie contre un changement créateur dans la vision des choses, mais il est le reflet également d'un élément sain, valable dans l'ancienne vision, d'un aspect *réel* des choses, lequel avait été peut-être largué un peu trop hâtivement par dessus bord, avec le reste ! Toujours est-il que, comme chaque fois qu'un doute se manifeste, la bonne chose a faire est d'en prendre conscience (ce qui n'est pas toujours évident, vu les réflexes invétérée de "faire taire" les doutes malvenus), et, ceci fait, de l'examiner avec soin, je ne me rappelle pas une seule fois où j'aurais examiné un doute avec attention, sans y avoir appris quelque chose d'intéressant (ou même, d'important pour moi), et de nature de plus à faire s'évanouir tout doute[8](*) — Tout doute est le signe indubitable d'un travail qui

[7](**) Cette *incrédulité* devant le témoignage de nos saines facultés, quand celles-ci bousculent de façon trop violente les consensus courants ou les façons de voir qui nous sont chères, a été évoquée déjà dans la note "La robe de l'Empereur de Chine" @n° 77′)@ Visiblement, l'écriture de cette note avait été

[8](*) II serait plus exact de dire que le doute s'est transformé en une connaissance, laquelle a pris sa place. Cela n'a rien de commun avec ce qui se passe quand on chasse (ou "dépasse" !) un doute, ce qui a comme effet de le faire disparaître du regard, alors qu'il s'est réfugié (ou a été exilé...) en des couches invisibles, plus profondes. Il est plus loin que jamais d'être résolu (et transformé en connaissance), et il continue autant que jamais à agir, à la manière d'une *faille* secrète, d'un malaise, signe d'un travail qui reste éludé. Comparer ceci avec les commentaires de la précédente note de bas de page.

demande à être fait.

Dans le cas d'espèce, savoir celui de mon doute inexprimé, parfaitement irrationnel, 784
sur la réalité même d'un soi-disant "Enterrement", je dois avouer qu'avant cette rencontre avec mon ami, je n'étais pas même arrivé à ce premier préalable à tout travail : je n'en avais pas vraiment pris conscience. Il restait à l'état d'un simple *malaise* diffus, et qui ne disait pas son nom — faute à moi de l'interroger ! Je me suis aperçu après-coup seulement du malaise et de son sens, au moment où il venait de se dissiper, par la vertu justement de la rencontre avec mon ami. Je crois d'ailleurs que cet effet se serait produit, quelle qu'aurait été l'attitude adoptée par lui — que ce soit celle d'une sorte de collaboration empressée à me fournir tous les "détails matériels" manquants (comme cela a été le cas), ou disons, à l'opposé, celle d'une dénégation véhémente, furieuse peut-être, des faits les plus patents. Dans tous les cas, la réalité *psychique* de l'Enterrement ne pouvait manquer de m'apparaître, cette fois par perception directe (et non par "induction" à partir de documents, et par recoupements à partir d'autres faits à ma connaissance etc.), en voyant mon vis-à-vis *ignorer* purement et simplement les absurdités ubuesques de la version "le meilleurs des mondes possibles", absurdités dont l'énormité même m'avait justement fait douter d'abord, en mon for intérieur, de la réalité dudit Enterrement !

Pour donner juste un exemple : il aura faldù que j'apprenne de Deligne en personne qu'il avait bel et bien appris le "théorème du bon Dieu" de la bouche de zoghman Mebkhout lui-même — mais qu'il n'avait pas voulu référer à lui dans son article avec Beilinson et Bernstein[9](*), par *scrupule* (1) vis-àvis de Kashiwara, n'étant pas sûr (en tant que non spécialiste) quelle était la part de l'un et de l'autre dans ledit théorème[10](**) — . il aura fallu que j'entende Deligne s'exprimer en ces termes* pour voir ainsi de mes yeux cette 785
combinaison étrange d'une bonne foi de détail, et d'une mauvaise foi phénoménale et éclatante dans le fond et dans l'essentiel. Je n'ai pas crû utile d'attirer l'attention de mon ami sur la curieuse façon (mise en évidence dans la note "Le Prestidigitateur" (n° 75″), qu'il avait pourtant bien lue !) dont il s'y était pris, pour ce résultat "qui eut du trouver sa place" dans son article, pour donner l'apparence que ce n'était nul autre que lui (ou pour le moins, un des trois auteurs du prestigieux article) qui en était le brillant auteur ! Il n'avait non plus aucune explication à proposer à ce fait étrange, que ce Colloque que j "ai appelé le "Colloque Pervers" s'était fait, essentiellement, dans le sillage des travaux et de

[9](*) Voir les notes "L'inconnu de service et le théorème du bon Dieu" (n° 48′) et "L'Iniquité — ou le sens d'un retour" (n° 75), ainsi que les notes qui suivent cette dernière, formant avec elle le Cortège "Le Colloque — ou Faisceaux de Mebkhout et Perversité".

[10](**) Bien sûr, il n'est pas plus fait référence à Kashiwara qu'à Zoghman Mebkhout dans l'article de Beilinson, Bernstein et Deligne, développant le formalisme des faisceaux dits "pervers" (pour ne pas les appeler "faisceaux de Mebkhout"), à partir de la philosophie de Mebkhout-jamais-nommé. Deligne connaît d'ailleurs mieux que moi le rôle de Kashiwara dans le théorème du bon Dieu (alias Mebkhout) : le théorème de constructibilité de Kashiwara permet à Mebkhout de définir le foncteur allant d'une catégorie triangulée de coefficients "continus" (complexes d'opérateurs différentiels) vers une autre formée de coefficients "discrets" (constructibles) — chose que personne au monde n'avait songé à faire avant lui, et encore moins, soupçonner qu'on aurait une équivalence de catégories. C'étaitlà le "chaînon manquant" justement dans le formalisme de dualité que j'avais développé pendant une dizaine d'années (1956–66), et que mes élèves cohomologistes, Deligne en tête, s'étaient empressés d'enterrer après mon départ en 1970.

la philosophie développée par Mebkhout dans les années précédentes (chose que Deligne ne faisait pas mine d'ailleurs de contester[11](*)), mais que son nom est pourtant rigoureusement absent des Actes du Colloque publié dans Astérisque[12](**). Il avait l'air de considérer cela comme une sorte de *coïncidence* malencontreuse, où lui ni personne n'étaient pour rien. En somme, ce que j'ai appelé l'Enterrement se réduit pour mon ami Pierre à une vingtaine ou une trentaine de telles "coïncidences".

J'ai retrouvé là un jeu que je connaissais bien chez lui — et pas seulement chez lui ; un 786
jeu où on fait l'idiot avec l'air le plus innocent du monde, avec la certitude de ne jamais être coincé". Et cela fait un moment en effet que je ne psrds plus mon temps à vouloir convaincre quiconque (par exemple) que certaines soi-disantes "coïncidences" ne sont pas de simples coïncidences. Il peut être utile parfois de montrer du doigt des choses évidentes, mais une fois cela fait, c'est perdre son temps que de vouloir convaincre quiconque que ce sont des *choses* en effet, et pas des imaginations, qu'iriez-vous donc chercher là ! C'est perdre son temps que de vouloir convaincre la mauvaise foi, que celle-ci soit consciente ou inconsciente, c'est pareil, et qu'elle prenne le visage de l'idiotie, ou ce@ui de la finesse — c'est pareil encore.

Mais ce qui avait changé pourtant lors de notre rencontre, et qui mettait en mon ami une note d'angoisse qu'il faisait de son mieux pour contrôler et pour cacher, c'est que cette fois-ci ce jeu-là ne se borne plus au petit sport sans conséquence entre quatre yeux, ni vu ni connu — et avec un *défunt*, encore ! Cette fois les cartes sont ouvertes sur la table, et *c'est un jeu public*. Les paris sont ouverts, sur ce que va endosser et tolérer la fameuse Congrégation. C'est vrai qu'elle a déjà beaucoup toléré et beaucoup endossé, depuis dix ou quinze ans, et elle va peut-être continuer, qui sait ? Comme mon ami Pierre, elle n'est peut-être pas à vingt ou trente "coïncidences" près...

(18 février) Quand j'ai finalement raccompagné Pierre et Nathalie à la gare d'Orange,

[11](*) Deligne s'est borné à faire mine de nuancer quelque peu ma vision des choses, en disant qu'à son avis, l'influence des idées de Mac Pherson dans le Colloque de Luminy de juin 1981 (dit "Colloque pervers") était plus importante encore que celle de Mebkhout. Je n'étais pas assez dans le coup pour discuter la chose sur pièces, et c'était visiblement un point de détail, qui atténuerait à peine l'énormité de ce qui s'est passé. Deligne n'a d'ailleurs pas contesté que ni le Colloque en question, ni le renouvellement de vaste envergure dans la théorie de la cohomologie des variétés algébriques dont celui-ci était le signe, n'auraient eu lieu, sans les travaux de pionnier de Mebkhout dans les années qui avaient précédé, et sans la philosophie qu'il avait développée dans une solitude complète.

J'ai crû comprendre que l'idée de Mac Pherson de la "cohomologie d'intersection" des variétés, développée par lui indépendamment des idées de Mebkhout, restait un peu lettre morte jusqu'au moment où la "philosophie" de Mebkhout l'a éclairée d'un jour nouveau et insoupçonné (chose découverte par Deligneï. Ça a été le démarrage en force de la théorie des faisceaux de Mebkhout (appelés à tord "pervers", en lieu et place d'un certain Colloque...). Ce démarrage est l'é v é — *nement* principal dudit Colloque, et (semblerait-il) un tournant dans l'histoire de notre compréhension de la cohomologie des variétés algébriques. La clef de voûte pour cette compréhension nouvelle me semble bien le théorème du bon Dieu, qui'létait en l'air "depuis les débuts des années soixante et que ni moi, ni (par la suite) Deligne n'étions arrivés à dégager.

[12](**) Le terme "rigoureusement absent" est vrai, à la lettre, tout au moins pour le volume 1 des Actes, @formé de l'Introduction et de l'article de Beilinson, Bernstein, Deligne), qui constitue la partie maîtresse du Colloque. Il y a deux références-pouce à Mebkhout dans la bibliographie à deux des articles du volume 2 (l'un par Brylinski, l'autre par Malgrange), dont aucune ne concerne la paternité du théorème du bon Dieu.

le 22 octobre au soir, je me sentais tout idiot. Pierre avait l'air d'un qui a accompli scrupuleusement et méticuleusement tout son devoir, suivant l'emploi du temps qu'il s'était fixé — et je sentais une frustration sourde, que *rien* n'avait été dit ni abordé, lors de cette rencontre qui venait d'avoir lieu enfin, depuis des mois qu'il en était question.

Il faisait nuit, la petite (sur le siège arrière) devait dormir — il y en avait pour une quarantaine de minutes en voiture jusqu'à la gare, en conduisant sec. On est restés un bon moment sans parler. C'est moi qui ai rompu le silence, sous la poussée de ce mécontentement en moi qui cherchait quelque exutoire ; un mécontentement avec moi-même sûrement, plutôt qu'avec quiconque d'autre. Ça n'empêche que j'étais parti là pour asticoter un peu mon ami. Je lui ai dit que je n'étais pas encore au clair avec moi-même, si je n'allais pas intenter une action judiciaire contre la maison Springer, pour l'obliger à retirer de la circulation le 787
volume-pirate SGA 4 @, paru dans les Lecture Notes[13](*). Je n'aurais même plus su trop dire quand j'avais été effleuré par cette idée, que je ressortâis la à tout hasard, comme une façon aussi de sonder un peu mon ami ("ihm auf den Zahn fuhlen", comme on dit en allemand). Il n'a pas trop réagi a vrai dire, ça a été un monologue plutôt que je faisais, en reprenant un "fil" que j'avais laissé tomber il y avait belle lurette, en avril ou mai sans doute. Je me suis rendu compte, en le suivant alors, qu'une simple épreuve de force judiciaire ne rimait pas à grand chose au fond — que la chose n'aurait guère de sens, retirer SGA 4 @ de la circulation sous son titre et sa présentation actuelle, que si l'initiative venait de quelqu'un d'autre que moi — soit de la maison Springer, soit, mieux encore, qui sait, de Deligne lui-même. /J'ai dû enchaîner que ça ne me semblait pas un luxe, que lui Deligne fasse un tel geste public, à titre d'amende honorable en somme pour certains agissements vis-à-vis de moi. Ça assainirait une atmosphère qui en avait bien besoin !

Mon ami suivait mon monologue par des monosyllabes, placées ici et là. Il a fait entendre que Springer ne serait peut-être pas tellement enchanté de bazarder tout son stock d'exemplaires de SGA 4 *s — à quoi je rétorquais qu'il suffisait qu'il change de couverture, comme il l'avait déjà fait en une autre occasion et sans problèmes[14](**), ça avait pas du lui coûter bien cher. Et même en supposant qu'il bazarde le stock — un titre des Lecture Notes sur plus d'un millier, tu parles si ça allait passer aux profits et pertes ! Sans compter que Deligne, lui, à supposer qu'il y tienne vraiment, il avait bien les quelques millions d'anciens francs qu'il faudrait pour couvrir le manque à gagner. . .

Je n'ai pas dû dire, mais c'était sous-entendu (et sûrement entendu), que ce qui était en jeu, ça avait peut-être plus de valeur qu'un ou deux mois de salaire de l'un de nous. J'ai dû quand même finir par dire que dans ce genre de choses, ce qui compte en tout premier lieu, ce n'est pas de voir *comment* faire quelque chose (ou, au contraire, d'énumérer les *obstacles* à le faire), mais d'être au clair tout d'abord sur ce qu'on a *envie de faire*. Une fois 788

[13](*) Au sujet de ce volume, voir notamment les quatre notes "Le compère", "La table rase", "Le feu vert", "Le renversement", n°s 63‴, 67, 68, 68′.

[14](**) C'était à l'occasion de ma première mésaventure avec la maison d'édition Springer, qui avait publié les notes de Hartshorne (sur un cours où j'avais développé le formalisme de la cohomologie locale) en indiquant comme auteur Hartshorne. C'était le volume n° 41 "Local Cohomology" des Lecture Notes, où il a fallu changer les couvertures. La maison Springer a eu la courtoisie alors de s'excuser du maldonne, et de faire diligence pour réparer l'erreur. Les mœurs de la maison ont bien changé depuis. . .

cela fait, le reste devient question d'intendance, et "suit" (quand elle veut bien "suivre" en effet).

Faute à mon interlocuteur peu loquace de s'expliquer sur ses vrais sentiments, je prenais comme chose entendue qu'il se rendait bien compte que ce serait une bonne chose de "nettoyer", en somme, une situation qui en avait bien besoin — mais qu'il restait simplement indécis sur ce qu'il allait pouvoir y faire, histoire de "face à garder" sans doute, des choses comme ça. J'étais bien "à côté de la plaque" en fait ! J'ai fini par m'en apercevoir, alors qu'on était déjà sur le quai de la gare en train d'attendre le train. Ça a été quand Deligne est revenu sur la chose, d'un aire un peu penaud, pour me dire que finalement il préférerait que ce soit *moi* qui contacte Springer au sujet de SGA 4 h. Visiblement, il n'avait pas envie de s'en mêler ni même, en ce moment, d'avancer seulement une opinion, sur le sort à réserver à cet ouvrage dont il était pourtant l'auteur @avec, il est vrai, ma "collaboration"[15](*)).

C'est alors seulement que j'ai compris que décidément ma réflexion pendant notre chemin avait été un monologue — et que pour mon ami Pierre, il n'était toujours pas clair qu'il y avait quelque chose de peut-être pas très "dans l'ordre", dans une certaine "opération SGA 4 h — SGA 5". Ce n'est sûrement pas un hasard, aussi, si c'est sur ce thème-là entre tous que j'avais embranché, cherchant exutoire à mon mécontentement. C'est cette opération, liée au massacre en règle d'un beau travail où j'avais mis du meilleur de moi-même[16](**), qui m'avait le plus touché — par un souffle de violence (dans le massacre) et de tranquille impudence (vis-à-vis de ce qui avait été massacré). Et j'étais touché à nouveau, par cette affectation (que je ne connaissais que trop bien en mon ami) qu'en somme ça ne le concernait nullement, lui, les "idées" que je pouvais me faire au sujet de ceci et de

Le train n'allait pas tarder à arriver, et c'était la première fois où j'aillais entrer, en quelques mots, *dans le fond* d'une chose qui me tenait à cœur, à la faveur d'une *émotion* qui enfin faisait surface. Ça n'a pas été long, pour dire de vive voix ce que je sentais à ce sujet. C'étaient des vrais sentiments, de quelqu'un blessé dans un sentiment de décence, par quelqu'un qu'il a en affection et qui s'est joué de lui — ce n'était plus de la littérature un peu scientifique sur les bords, qu'on annote consciencieusement avec un crayon à la main.

II a été déconcerté du coup, tachant quand même tant bien que mal de garder sa contenance imperturbable. J'ai dû lui dire quelque chose comme : "Et alors, tu trouves que ça a été une belle chose, ce titre "SGA 4 V', pour suggérer que c'est des choses qui viennent *avant* SGA 5 — là où tu avais appris, onze ans avant, les maths qui font servi tous les jours jusqu'à aujourd'hui encore 1". Il m'a répondu du ton de quelqu'un qui réciterait une leçon, que s'il l'avait appelé SGA 4 *3, c'était seulement pour indiquer une relation de dépendance *logique*, et non d'antériorité. 789

Voilà donc qu'il m'était donné d'entrendre de mes oreilles, et de la bouche de l'intéressé lui-même, cette "farce" à tel point énorme, que j'avais eu peine à en croire le témoignage de mes yeux, quand je l'avaie lue noir sur blanc, sous sa plume d'abord (dans "SGA 4

[15](*) Voir à ce sujet la note "Le renversement" déjà citée, n° 68′.

[16](**) voir la note "Le massacre" (n° 87) et les deux notes qui la suivent.

V*), puis sous celle d'Illusie (dans le volume appelé SGA 5, qui suivait, comme il était "logique", celui de mon prédécesseur...)!

J'ai du lui dire qu'il savait tout aussi bien que moi que SGA 5 se "tenait" entièrement, sans préalable ni conjecture d'aucune sorte, et qu'il ne dépendait ni logiquement ni d'aucune autre sorte des contributions ultérieures. Je le regardais bien droit dans les yeux en lui parlant, et pendant qu'il m'a répondu. Il a répété sa leçon de la même voix atone, que SGA 5 dépendait bien logiquement de SGA 4 h — mais j'ai vu dans ses yeux qui vacillaient qu'il savait aussi bien que moi ce qu'il en était réellement. Ses yeux ont été plus honnêtes, malgré eux, que sa bouche.

Il a donc fini par avoir lieu entre nous, le "moment de vérité" — mais aucun appareil, caméra ni magnétophone, n'aurait pu le détecter. Il n'y a eu alors que lui et moi pour savoir ce qui se passait.

Le train est arrivé dans les minutes qui ont suivi, je crois. De toutes façons, pour ce jour-là, il n'y avait rien de plus à se dire.

([164]) (20–21 février) Pour terminer la rétrospective de la dernière visite (au mois d'octobre dernier) de Deligne chez moi, je voudrais passer en revue ici les précisions qu'il a bien voulu m'apporter sur un certain nombre de points, qui restaient vagues dans mes notes de réflexion sur l'Enterrement I, voire erronés Cela sera l'occasion pour moi pour apporter également certaines précisions supplémentaires, suscitées par celles fournies par Deligne. I 790 ([164])
Motifs (volume "Lecture Notes 900″).

1. Deligne m'a précisé que le principal propos du volume LN 900 [17](*) avait été de développer une "théorie du corps de classes abélien *motivique"* sur un corps de nombres K c : c, extension finie de O@. En d'autres termes, il s'agit de déterminer le "groupe de Galois motivique de K sur K, rendu abélien". A ce propos, je me rappelle que j'avais été le premier (et pour cause I) à soulever cette question, vers la fin des années soixante. La question a un sens précis, pour une notion de motif choisie, en uttilisant le "foncteur libre de Betti" sur la catégorie des motifs sur K, grâce à l'inclusion donnée de K dans le corps des complexes C. En fait, je m'étais posé la question un peu plus générale de déterminer le *groupe de Galois motivique* "m *étabé*1*ie* n" de K/K, déduit du groupe de Galois motivique complet en rendant abélien, non tout ce groupe proalgébrique, mais seulement sa composante neutre. On devait obtenir une extension complètement canonique du groupe profini Gal (K/K) par le pro-tore limite projective des (tores sur @ associés aux) groupes multiplicatifs L* des sous-extensions finies L de C/K. Je me rappelle que Serre était très intrigué par cette question, mais ni lui ni moi (ni Deligne, que bien sur j'avais mis dans le coup) n'arrivions à improviser un "candidat" plausible. Cette question est ensuite tombée dans un oubli complet, tout comme le yoga des motifs dont elle était issue. Ce silence est rompu seulement en 1979 par l'article de Langlands (que me signale Deligne 1

[17](*) Pour des précisions au sujet de ce "mémorable volume", voir les deux notes "Souvenirs d'un rêve — ou la naissance des motifs" et "L'Enterrement — ou le nouveau père", n°s 51, 52.

@**) C'est l'article de R. P. Langlands "Automorphic représentations, Shimura varieties and motives. Ein Marchen Corvallis", in Proc. Symp. pure Math. 33 (1979), AMS, vol II P. 205–246.

dans une bibliographie commentée des motifs, dans sa lettre du 28.5.1984)[18](**), article où mon idée du groupe de Galois motivique serait pour la première fois explicitée dans la littérature. Comme je n'ai pas eu l'honneur de recevoir un tirage à part de cet article, j'ignore s'il y est fait allusions a ma modeste personne. L'apparition suivante des motifs dans la littérature semble être LN 900, où tout allusion à ma personne, comme ayant quelque chose à voir avec le thème et le problème principal du volume, est absente[19](***).

2 791
2. Deligne m'a précisé que, contrairement à ce que j'avais crû reconnaître (d'après un certain "style maison"...), l'article de Deligne-Milne dans LN 900, reprenant "ab ovo" la théorie de Galois des catégories tannakiennest***J développée par N.'j ?. Saavedra, a été écrit presque entièrement par Milne (*@. Deligne m'a expliqué aussi l'erreur qui se trouvait dans le travail de Saavedra, qui obligeait (si on voulait disposer du formalisme d'une théorie de Galois-Poincaré des foncteurs fibres) de renforcer la définition de Saavedra d'une catégorie dite "tannakienne". Le travail dans l'article de Deligne-Milne s'est bien borné a faire cet ajustement, évident une fois l'erreur repérée. Cela soulevait d'ailleurs la question, fort intéressante, d'une caractérisation interne maniable des @-catégories qui sont des "vraies" catégories tannakiennes (qu'on pourrait appeler, plus suggestivement, @S@ — c @a t é. g *ories de GaloisPoincaré*, puisque c'est pour elles qu'on peut développer une théorie d'un groupoïde de Galois-Poincaré[20](**)). Cette question n'a pas été abordée dans l'article en question, et n'a d'ailleurs pas reçu encore de solution satisfaisante. Visiblement, il ne s'agissait pas de poser ou de résoudre des questions mathématiques intéressantes, mais bien de fournir une référence de substitution pour l'article de Saavedra. (Voir à ce sujet la fin de la note "La table rase" (n° 67).)[21](***)

3
3. A plusieurs reprises dans l'Enterrement I, j'ai souligné le fait que la théorie de Hodge-Deligne, développée par Deligne à la fin des années soixante, n'était qu'un premier pas vers une théorie des "coefficients de Hodge-Deligne" sur un schéma de type fini sur (E, et vers un "formalisme des six opérations" pour de tels coefficients. J'étais (et je reste) convaincu que, si ce n'était par un propos délibéré chez Deligne à l'encontre de certaines des idées-force introduites par moi (telle celle du formalisme des six opérations), la théorie

---

[19](***) (8 avril) J'ai appris dernièrement que les motifs sont utilisés dans un article de Deligne de 1979 (paru dans le même volume que celui de Langlands cité dans la note de b. de p. précédente).

(12 mai : cette "fin" est devenue la sous-note "La pré-exhumation", n° 168(iv))

[20](*) Au sujet de cet article de Deligne-Milne, voir la note "L'Enterrement — ou le nouveau Père" (n° 52), et aussi les commentaires dans la note ultérieure "La table rase" (n° 67).

[20](**) L'appellation "groupoïde" (de Ga, lois-poincaré) a l'avantage de suggérer l'étroite parenté avec la notion de groupoïde fondamental d'un espace topologique ou d'un topos. Techniquement parlant pourtant, l'appellation de "gerbe" (de Galois-Poincaré) serait plus adéquate. Il s'agit de la gerbe des "foncteurs fibres" définis, non seulement sur le corps de base k de la @ — catégorie envisagée, mais sur des objets quelconques du site fpqc des schémas sur k (avec une attention particulière portée aux objets de ce site qui sont de la forme Spec (k'), où k'est une extension de k, voire même une extension *finie* de k.)..

[21](***) (12 mai) Ayant pris connaissance dernièrement du livre cité de Saavedra, il apparaît à présent que celui-ci, et le nom même ("catégorie tannakienne") de cette notion que j'avais introduite vers 1964 et qui donne son nom au livre, est une *mystification.* Je la démonte de façon circonstanciée dans la suite de notes "Le sixième clou (au cercueil)" (n°s 176 à

de Hodge-Deligne serait arrivée aujourd’hui “à pleine maturité”. Deligne a souligné que déjà la seule définition d’une catégorie de coefficients de HodgeDeligne sur un schéma de type fini sur @c, se heurtait à des difficultés sérieuses, qu’il n’aurait pas su surmonter. (Il 792
n’en aurait été que plus impérieux de *formuler* clairement cette question dès les débuts de la théorie, ainsi que celle, étroitement solidaire, du formalisme des six opérations pour de tels coefficients, chose que Deligne s’est toujours gardé de faire.) Selon lui, le point de vue de Mebkhout et des faisceaux de Mebkhout (*ï devraient fournir un moyen d’approche vers la bonne définition. (Et s’il n’y avait pas eu ce propos délibéré, Deligne n’aurait certes pas attendu Mebkhout pour développer la philosophie que celui-ci a développée (à contre-courant de ses aînés), et pour l’utiliser pour un travail visiblement fondamental qui depuis quinze ans reste sur le carreau et n’est toujours pas seulement signalé dans la littérature, sauf par mes soins dans Récoltes et Semailles 1)

4. Je croyais, à tort, me rappeler que j’avais introduit la “filtration par les poids” d’un *4*
motif, se reflétant (pour tout 4) en la filtration correspondante sur la réalisation — @-adique de ce motif (filtration définie en termes de valeurs absolues de valeurs propres de Frobenius). En fait, Deligne m’a rappelé que je n’avais travaillé qu’avec les notions de poids “virtuelles” (ce qui revenait à travailler avec des motifs virtuels, éléments d’un “groupe de Grothendieck” convenable...). C’est Deligne qui a découvert ce fait importoant@ que la notion virtuelle avec laquelle je travaillais devrait correspondre à une *filtration* canonique, par “poids croissants”[22](**). Cette découverte (toute aussi “conjecturale” que la “théorie conjecturale des motifs”) a fourni aussitôt la clef d’une définition en forme des *structures de Hodge-Deligne* (dites aussi “structure de Hodge mixtes”) sur le corps des complexes, comme transcription “à la Hodge” des structures’Jaéjà connues “sur le motif et sur sa réalisation de Hodge.

Techniquement parlant, l’influence de mes idées dans la définition des structures de 793
Hodge-Deligne est double. D’une part, via la notion de poids d’un motif, convenablement précisée par Deligne en une structure de “f i 1 — *tration* par les poids”. D’autre part, depuis les années cinquante, j’avais mis l’accent sur l’importance de la *cohomiologie de De Rham* algébrique d’une variété algébrique lisse X, pas nécessairement propre, comme un invariant plus riche que la cohomologie de Hodge naïve @somme directe des H (X,@frj), qui est reliée à la première par la suite spectrale bien connue, associée à une filtration

[22](*) Ce sont les faisceaux que Deligne avait introduits sous le nom de “faisceaux pervers”. (Voir à ce sujet les deux notes “L’Iniquité — ou le sens d’un retour” et “La Perversité”, n°s 75, 76.) Il n’a pas été contrariant et a bien voulu, dans nos conversations, les appeler “faisceaux de Mebkhout”...

[22](**) La raison heuristique qui avait convaincu Deligne de l’existence d’une telle filtration (nécessairement unique) d’un motif, c’est qu’il existe des extensions non triviales de variétés abéliennes par des tores (dont le H motivique fournit donc une extension non triviale d’un motif de poids 2 par un motif de poids 1), mais non l’inverse. Cela peut sembler mince — pourtant j’ai été moi-même convaincu plus ou moins sur le champ — c’était trop séduisant pour être faux! une raison plus sérieuse, au niveau des représentations — i-adiques provenant de motifs sur un corps K de type fini, serait de prouver que toute extension d’un module galoisien de poids i par un autre de poids j est trivial* si i @“j. Je ne me rappelle plus si Deligne ou moi avons su démontrer cet énoncé, qui prouverait l’existence d’une filtration canonique “par poids croissants” pour le module galoisien i-adique associé à un motif (objet déjà assez proche du motif luimême...).

canonique (la *filtration de De Rha* m) de la cohomologie de De Rham. J'ai été le premier à définir la cohomologie de De Rham algébrique (à un moment où personne n'aurait eu idée de regarder l'hypercohomologie globale d'un complexe d'opérateuis différentiels, tel le complexe de De Rham), et à insister sur sa structure graduée filtrée, en opposition avec la structure bigraduée de la cohomologie de Hodge, qui depuis Hodge était sur le devant de la scène. Dans le cas X propre (donc celui où on dispose de la théorie de Hodge, impliquant que la suite spectrale précédente dégénère en car. nulle), et sur le corps de base C, on récupère la structure bigraduée sur la cohomologie de De Rham, à partir de sa structure filtrée, en prenant "l'intersection" de cette filtration et de la filtration complexe conjuguée (grâce à la "structure réelle" de la cohomologie de De Rham, isomorphe à la cohomologie de Betti H*(X,@C)). J'ai prouvé par la suite (alors que personne sauf moi ne croyait encore à la cohomologie de De Rham dans le cas non propre), que pour un schéma X lisse sur le corps des complexes, la cohomologie de De Rham (qui a un sens "purement algébrique") est canoniquement isomorphe à la cohomologie de Betti complexe (définie par voie transcendante).

Ceci dit, une fois postulée l'existence d'une notion de motif (pas nécessairement semi-simple) sur @ et d'une cohomologie motivique d'un d-schéma X (pas nécessairement propre, certes), et d'une notion de "réalisation de Hodge" (convenable et à trouver) d'un motif sur I, qui (selon mes idées) devait associer à la oohomologie motivique de X lisse une "structure de Hodge généralisée" (à définir), ayant comme ensemble de base la cohomologie de De Rham H (X), les premières structures qu'on lit sur cette dernière, savoir la filtration de De Rham (introduite par moi dès les années cinquante) et la filtration par les poids (introduite par Deligne à partir de mes idées sur les poids virtuels, précisant les idées de Serre, elles-mêmes issues des conjectures de weil), on tombe très exactement sur la notion de "structure de Hodge mixte" introduite par Deligne.

Bien entendu, cette filiation d'idées (@@@₁) était parfaitement connue de Deligne. Il 794
aurait été conforme à l'éthique du métier (que je n'ai pas su lui transmettre) qu'il l'indique → (@@@₁)
clairement dans son travail où il introduit les structures de Hodge mixtes[23](*). Il a préféré la passer sous silence dans ce travail, qui est aussi *sa thèse*, comme il a jugé bon, en cette occasion particulière, de passer sous silence aussi le nom de celui qui avait été son maître.

5. Dans la bibliographie commentée sur les motifs (jointe à sa lettre du 25 août dernier), *5*
Deligne précise que "une des raisons pour laquelle on @l @ a hésité à construire dessus @sur les quelques "textes classiques"[24](**) sur les motifs@@ est lfusage qui y est fait de

[23](*) II s'agit de l'article "Théorie de Hodge II" (Pub. Math. IHES 40 (1971) pp. 5–58). Par contre, Serre et moi sommes mentionnés dans une même ligne, dans l'annonce "Hodge I" au Congrès de Nice (en 1970), comme je le signale dans la note "La victime" (n° 78′, à la page 308). Voir, pour des commentaires à ce sujet, les sous-notes n° 78′, 78′ à cette dernière.

[24](**) II s'agit des quelques textes sporadiques ("classiques") sur les motifs, par Kleiman, Manin, Demazure, publiés jusqu'en @970. Ils ne Vont guère au delà de l'idée de départ de motif, et ne peuvent donner aucune idée de la finesse du "yoga" que j'avais développé, et que j'avais essayé de communiquer à qui voulait l'entendre. Notamment, il n'y est fait aucune mention du groupe de Galois motivique, qui avait été pourtant une motivation de départ essentielle, pour développer le yoga. (Voir la note "Souvenir d'un rêve — ou la naissance des motif s, n°51.)

conjectures d'existence de cycles algébriques — conjectures pour lesquelles on n'a pas de réelle évidence, alors que les motifs, eux, sont pour moi indubitables".

Je répondrai à cette explication que ces "textes classiques" ne sont nullement représentatifs de "l'état de l'art" à la fin des années soixante, il s'en faut même de beaucoup, et ce n'est *pas* sur ces textes que lui, Deligne, a appris cet "état de l'art" ! Il sait très bien que mes "conjectures standard" étaient *une* des approches possibles, entre bien d'autres, pour une "construction en forme" provisoire d'une notion de motif (semi-simple) sur un corps, qui ne limitait en rien la portée et la dynamique interne des idées qu'il tenait de moi. (Voir à ce sujet la sous-note n° 51 de la note "Souvenir d'un rêve — ou la naissance des motifs" n° 51.) Faisant d'une pierre deux coups, il s'est efforcé après mon départ, à la fois de discréditer les conjectures standaiicomme "inabordables" et dénuées d'intérêt, et de discréditer une certaine approche des motifs qui aurait été la mienne et qui aurait représenté un ?cul de sac, indissolublement liée qu'elle aurait été (à l'entendre) a ces conjectures sans espoir — à tel point qu'il était plus charitable pour moi, dans le volume LN 900 où enfin on fait le travail qu'il y avait vraiment à faire, de passer mon nom pudiquement sous silence... [25](*) 795

6. Dans la même "bibliographie commentée", je lis : *6*

"De ce point de vue "classique"[26](**) il y a une lacune regrettable dans la littérature : ta description conjecturale de la @ — catégorie tannakienne des motifs sur @F, à équivalence unique à isomorphisme non unique près — avec ces divers foncteurs fibres (cristallin et jfc-adique), cf. Tate, classes d'isogénie des variétés abéliennes sur un corps fini, sém. Bourbaki 352 (1968)."

Ce sont là des larmes de crocodiles, sur une "lacune regrettable" qui n'est due à nul autre (à part moi...) qu'à mon ami Pierre Deligne lui-même, vu qu'à part moi, il devait bien être le seul mathématicien au monde qui avait connaissance de la "description conjecturale" en question... Il ne tenait qu'à lui de l'inclure dans le même LN 900, pour faire bon poids ! Cette description n'avait d'ailleurs rien de conjectural, pour autant que je me rappelle maintenant, à part qu'il fallait supposer qu'on dispose d'une catégorie dite "des motifs sur IF", satisfaisant à quelques conditions raisonnables, qu'on est en droit d'attendre d'une catégorie répondant à ce nom. Si je me rappelle bien, la référence citée à Tate-Honda impliquait que la catégorie en question était engendrée multiplicativement par le motif de Tate (et son inverse) et par les variétés abéliennes définies sur @F. Il y en a eu des belles

[25](*) Deligne a pris les devants sur toute question que j'aurais pu lui poser à ce sujet, dès le premier jour de son séjour chez moi, en me disant avec son plus beau sourire : "Est-ce que tu crois *vraiment* que tout le monde n'est pas au courant déjà que c'est toi qui as introduit les motifs !". La chose étonnante en effet, c'est que malgré tout ce que mon ami a pu faire pour le faire oublier, j'ai pu constater que cela reste pourtant encore généralement connu. Mais faute de références écrites pour mes idées, Deligne a eu toute latitude pour susciter l'impression que ma contribution avait dû se borner, comme d'hatitude, à proposer une vague idée générale (d'ailleurs inutilisable telle quelle, vu sa dépendance de conjectures "aussi inabordables aujourd'hui qu'elles le furent jamais"...@ — si vague même, qu'elle ne méritait vraiment pas qu'un mathématicien sérieux, faisant du vrai travail, prenne la peine d'y faire seulement une référence même de pure forme...

[26](**) Voir l'avant-dernière note de b. de p.

choses (et j'en passe beaucoup), que j'avais confiées entre les mains de mon brillant exélève et qui sont restées soigneusement enfouies jusqu'à aujourd'hui même...

II Cohomologie étale fSGA 4 V*, SGA 5, SGA 7, Riemann-Roch discret). 1. Un des premiers commentaires que m'a fait Deligne au sujet de l'Enterrement I concerne les vicis- 796
situdes du théorème conjectural que j'avais dégagé dans SGA 5, sous le nom de "théorème de Riemann-Roch discret". Je m'exprime de façon assez circonstanciée à son sujet dans la sous-note ne 87 à la note "Le massacre" (n° 87). Deligne me précise que lorsqu'il a communiqué à Mac Pherson mon énoncé conjectural, il se considérait comme ayant un rôle de "facteur", d'intermédiaire. Il n'a pas ajouté a mon énoncé un ingrédient nouveau — l'idée de traduire mon énoncé en langage homologique, pour lui donner un sens pour des espaces singuliers, est due à Mac Pherson, non à Deligne. Il me dit avoir été surpris, en recevant le tirage à part de l'article de Mac Pherson prouvant ma conjecture dans le cas analytique-complexe et dans le contexte homologique (par des arguements transcendants), de retrouver la conjecture sous le nom de "conjecture de Deligne-Grothendieck". Il avait songé écrire à Mac Pherson pour rectifier le malentendu, mais (il n'aurait lui-même su dire pourquoi) il ne l'a finalement pas fait...

2. Contrairement à ce que je supposais et que j'ai laissé entendre, Deligne n'avait pas *2*
pris l'engagement, au moment du séminaire oral SGA 5, de rédiger un ou plusieurs exposés de ce séminaire, par exemple l'exposé sur la classe de cohomologie associée a un cycle algébrique (qu'il a fini par rédiger onze ans après le séminaire pour l'inclure dans le volume de sa composition appelé "SGA 4 h"t sans autre forme de procès[27](*)).

A ce propos, j'ai posé la question s'il ne pensait pas que le privilège d'avoir pu apprendre "sur le vif", dans SGA 5, les techniques de base qui lui ont servi dans toute son œuvre ultérieure, ne lui imposait pas une obligation ou une responsabilité, de faire son possible pour que ces techniques soient mises à la disposition du public mathématique, par une publication rapide de SGA 5. Deligne m'a répondu qu'*il ne le pensait pas*. Je me suis abstenu de lui poser la même question à propos de la philosophie des motifs, qui a été sa principale source d'inspiration pour'la cohomologie des variétés algébriques (laquelle constitue le thème central de son œuvre...).

797

3. C'est Deligne qui avait pris l'initiative de demander à Verdier son accord pour inclure *3*
dans "SGA 4 V'le fameux "Etat 0" du travail de Verdier sur les catégories dérivées. Verdier s'était d'abord récusé, jugeant que ça ne rimerait à rien (je ne me rappelle plus l'expression exacte). C'est Illusie qui a fini par convaincre Verdier de donner son accord.

[27](*) Cet acte de démantèlement (entre beaucoup d'autres) du séminaire SGA 5 au profit du volume appelé "SGA 4 V', remplissait deux fonctions, allant l'une et l'autre dans le sens d'un "renversement" de rôles : me faire passer comme "collaborateur" de Deligne, et étayer la prétention d'antériorité (suggérée déjà par le nom trompeur SGA 4 H, et explicitée "entre les lignes" dans l'introduction tant à SGA 4 *a par Deligne, qu'à SGA 5 par Illusieî de "SGA 4 V'sur SGA 5 (où les références à SGA 4 *s, via ledit exposé piraté de SGA 5, abondent). Voir aussi à ce sujet les commentaires dans la note "Le renversement" (n° 68′), où je découvre enfin le sens du nom étrange donné au volume-pirate, et de la présence dans ce volume de mon exposé sur les cycles algébriques.

La première réaction de Verdier me paraît des plus naturelle@ et conforme au simple bon sens mathématique. De plus, Verdier avait depuis des années décidé d'enterrer les catégories dérivées, sous la forme d'un "travail sur pièces" d'envergure, qui était un jour censé constituer sa thèse — ça allait donc avoir un air loufoque de publier une esquisse préliminaire qui, depuis belle lurette, était largement couverte par la littérature. Je crois comprendre les raisons pour lesquelles Deligne et Illusie tenaient tellement à la publication de cet Etat 0, où mon nom n'était pas mentionné. Quant aux raisons de Verdier pour revenir sur sa première réaction de bon sens, j'ai crû les sentir et m'exprime à ce sujet dans la note "Thèse à crédit et assurance tous risques" (n° 81).

4. Dans la note "La table rase" (n° 67), j'avais relevé l'ambiguïté de l'expression "ce *4*
séminaire" dans le passage de l'Introduction à SGA 4 @ (p. 2) où il est dit : "Pour l'application aux fonctions L, ce séminaire contient une *autre* démonstration, elle complète, dans le cas particulier du morphisme de Frobénius". Cette expression ambiguë, vu le contexte et son esprit, avait toute chance d'être lue comme signifiant "SGA 4 V, de façon à suggérer que le séminaire-mère SGA 5 ne contenait *pas* une démonstration"complète" de la rationalité des fonctions L. Deligne m'a précisé que dans son esprit, "ce séminaire" voulait bien dire "SGA 5".

A vrai dire, cette précision ne précise rien pour moi. Je sais bien que Deligne sait aussi bien que moi que dans SGA 5 il y a une démonstration "complète", mais oui, d'une formule des traces, qui déborde d'ailleurs de très loin (contrairement à ce qu'il laisse entendre) "le cas particulier du morphisme de Frobénius". Mais ce n'est pas par hasard que sous la plume de Deligne abonldent les imprécisions et ambiguïtés, quand ce n'est même des contre-vérités patentes, qui toutes vont dans le même sens : suggérer une impression, concernant mon œuvre ou celle de Mebkhout et d'autres liés à ma personne, de nature à la discréditer, tout en rehaussant son propre crédit, ou en en créant de toutes pièces[28](*).

798

5. Je profite de l'occasion pour ajouter quelques commentaires au sujet de SGA 7 II *5*
(séminaire présenté comme dirigé par P. Deligne et N. Katz), sur lequel je m'étais exprimé déjà de façon assez circonstanciée dans la note (sans nom (*ï) n° 56. Un examen un peu plus détaillé m'a montré qu'en cette occasion, N. Katz ne s'est pas privé pour pousser discrètement aux roues du Fourgon Funèbre rondement mené par Deligne, et ceci de bien des façons.

Katz a accepté de figurer avec Deligne comme co-auteur du volume et du séminaire, ce qui ne correspond nullement à la réalité de ce qui s'était passé lors du séminaire oral, quatre ans avant la parution du volume. La conception d'ensemble du séminaire SGA 7 (qui s'est poursuivi sur les deux années 1967–69) venait de moi, et le séminaire était présenté comme un séminaire dirigé en commun par Deligne et moi. N. Katz y figurait comme

[28](*) En suggérant notamment sa paternité sur les idées maîtresses des motifs, celle de la cohomologie étale, et celle du "théorème du bon Dieu" et de la philosophie de Mebkhout qui va avec.

(26 mars) Pour le cas d'espèce et "ce séminaire", voir aussi la sous-note "Les doubles-sens — ou l'art de l'arnaque" (na 169@).

un collaborateur-conférencier, parmi un certain nombre d'autres. Mais du moment que N. Katz a accepté de signer comme co-auteur du volume (dont cinq exposés sont rédigés par lui, mais dont aucun des résultats principaux ne lui est dû)', il est normal de le considérer comme coresponsable, au même titre que Deligne, de la tenue générale du volume, et de l'escamotage qui y est fait de ma personne.

Je pense en tout premier lieu à l'escamotage fait dans l'introduction au volume (signée par Deligne), où rien ne laisse supposer que je sois pour quelque chose dans aucun des thèmes ou résultats présentés dans le texte, alors qu'un des deux "résultats-clef" du séminaire mis en vedette (savoir, la théorie des pinceaux de Lefschetz) avait été développé par moi dès avant le séminaire SGA 7, et avait d'ailleurs été une de mes motivations pour envisager de faire un séminaire sur le thème de la monodromie. Dans l'exposé de Katz qui présente cette théorie (Exp — XVIII), nommé "Etude cohomologique des pinceaux de Lefschetz, par N. Katz", mon nom ne figure pas dans le titre comme il est d'usage ("d'après A — Grothendieck"), mais figure dans une laconique note de bas de page après le nom de N. Katz, "D'après des notes (succinctes) de GROTHENDIECK". On dirait que le qualificatif "succinctes" a été rajouté pour minimiser le fait que ces malencontreuses "notes de Grothendieck" aient joué ici un rôle. Elles avaient pourtant beau être "succinctes", elles n'en représentaient pas moins l'aboutissement d'un travail de plusieurs jours sur la tâche, nullement évidente à priori, de transcrire dans un contexte techniquement entièrement différent, des résultats énoncés et démontrés par voie transcendante. Comme pour la. dualité étale
ou pour la théorie de Nielsen-wecken[29](*), les arguments classiques étaient inutilisables tels 799
quels, et il a fallu tout refaire, en prenant les résultats classiques comme un fil conducteur et en oubliant entièrement leur "démonstration" (si on peut l'appeler ainsi) traditionnelle. Il est normal que, même aidé par mes notes circonstanciées, Katz ait dû faire un effort pour se mettre dans le bain, tout comme j'ai du le faire avant lui — mais cela ne signifie nullement (du moins, pas suivant les règles du jeu généralement admises) qu'il soit l'auteur de la théorie des pinceaux de Lefschetz en cohomologie étale !

Continuant sur sa lancée, dans l'introduction au même exposé (p. 225), Katz fait mine de présenter Mme Raynaud comme auteur du théorème de structure du groupe fondamental modéré "premier à p" d'une courbe algébrique en car. p. Si mon souvenir est exact, c'est ce théorème (démontré par moi en 1958, avant d'avoir fait connaissance encore de ma future élève) qui, avec le "théorème de Lefschetz vache", constitue l'ingrédient technique profond de la théorie, et j'avais été tout content, dans la démonstration du théorème d'irréductibilité, d'avoir à l'utiliser dans toute sa force.

Dans l'introduction à l'exposé XXI de Katz (p. 364–365), après avoir décrit le théorème principal de l'exposé, concernant des intersections complètes dans l'espace projectif, il est dit :

"II existe des arguments heuristiques dûs à A. Grothendieck et s'appuyant sur le yoga

[28](*) (26 mars) Entre temps, j'ai comblé cette lacune, en incluant cette note dans la table des matières sous le nom "Prélude à un massacre".

[29](*) Ayant moins de retenue que son ami N. Katz, Deligne n'avait pas jugé utile d'ailleurs de mentionner que j'étais pour quelque chose dans ce qu'il a appelé "la méthode de Nielsen-wecken" — voir à ce sujet la sous-note n° 67 à la note "La table rase" n° 67.

de la cohomologie cristalline, qui rendent plausible l'énoncé général pour tout X projective et lisse, par essentiellement la même méthode".

Ce commentaire laisse entendre que je me serais inspiré de la méthode du texte (dû à un auteur non précisé, qui ne peut guère être que l'un des deux auteurs du volume), pour broder dessus des "arguments heuristiques" qui permettent de généraliser le résultat prouvé. Je crois me souvenir que c'est juste l'inverse — que ce sont mes "arguments heuristiques" (que j'avais développés dans mon coin bien avant le séminaire, dans la foulée de ma réflexion sur le théorème de Griffiths et sur les pinceaux de Lefschetz[30](**)), qui se trouvent "marcher" (sans ingrédients conjecturaux ce qui plus est) dans le cas où X est 800
une intersection complète. D'ailleurs, dans l'exposé précédent (de Katz également) consacré audit théorème de Griffiths, il est dit dans l'introduction que "1 a *démonstration donnée ici* (due à GROTHENDIECK) est la traduction en termes purement algébriques de la démonstration originelle, plus ou moins transcendante, de GRIFFITHS". Ce commentaire peut donner l'impression qu'on a l'embarras du choix entre plusieurs démonstrations du théorème de Griffiths en car. quelconque, et qu'on m'a fait l'honneur de choisir la mienne. En fait, il n'en existe pas d'autre pour autant que je sache. De plus d'après le travail que j'avais été obligé d'y mettre, je doute que cette démonstration soit une simple "traduction" de celle de Griffiths, pas plus que la démonstration d'aucun des grands théorèmes-clef en cohomologie étale n'a été la "traduction" d'une démonstration déjà connue, ou (tant qu'à faire) que la maîtrise de la cohomologie étale des schémas n'a été une question de "traduire en termes purement algébriques" la théorie familière de la cohomologie ordinaire.

J'ai passé en revue *les* trois références à ma personne dans les textes des exposés de N. Katz (il y en a une seule dans l'ensemble des huit exposés de Deligne 1). Elles me paraissent refléter toutes les trois un même propos délibéré. Pour terminer, je signale que dans le texte du dernier exposé du volume, par N. Katz, consacré à la "formule de congruence mod. p" d'une fonction L en car. p, mon nom ne figure pas[31](*) — pas même pour l'expression cohomologique ordinaire de la fonction L. En fait, l'expression analogue en termes de cohomologie cristalline (qui restait conjecturale), m'avait amené à conjecturer la formule de congruence depuis plusieurs années. J'avais communiqué cette conjecture à Deligne, qui en avait trouvé une démonstration étonnamment simple, grâce à sa formule de Kunneth symétrique (exposé dans SGA 4 XVII 5.4.21). Je présume que Katz, qui était parfaitement dans le coup de ce genre de choses, connaissait bien lui aussi l'origine de la conjecture, sans juger utile de la mentionner. (Il en présente dans le texte une démonstration différente de celle de Deligne, et beaucoup moins élégante.)

[30](**) Ce sont d'ailleurs ces réflexions, au mime titre que mes réflexions sur la théorie des cycles évanescents en géométrie algébrique abstraite (une autre de mes "traductions purement algébriques de la théorie transcendante" 1) qui ont été à l'origine du séminaire SGA 7.

[31](*) Ce n'est pas entièrement exact — il y figure (c'est donc une quatrième référence à ma personne), dans une haleine avec Deligne, à la page 410, pour nous remercier d'avoir expliqué à l'auteur diverses reformulations équivalentes de la forme sous laquelle il présente la formule de congruence. Détail cocasse, des trois références numérotées qu'il indique pour ces brillantes variantes, aucune n'existe dans l'exposé, de sorte que ces remerciements prennent figure d'aimable canular ! (Ce n'est pas le premier que je rencontre dans l'Enterrement. . .)

Détail cocasse, à la fin de l'introduction de cet exposé ultime de SGA 7 II, on lit que la démonstration de Deligne "devrait figurer dans la réédition de SGA 5" (lequel SGA 5 n'avait pourtant pas eu la chance encore de connaître sa première "édition"). Cela peut 801
laisser supposer que cinq ans avant l'opération SGA 4 h — SGA 5, Deligne avait encore l'intention (comme il était normal) de faire figurer dans la future version publiée de SGA 5 les compléments qu'il avait apportés depuis 1966 à la théorie de la cohomologie étale, développée dans SGA 4, SG4 5 [32](*)@.

III Philosophie de Mebkhout (Colloque de Luminy juin 1981, article sur les 'faisceaux pervers" de Beilinson, Bernstein, Deligne).

Je reprends ici pour mémoire ce que j'ai rapporté à ce sujet dans la note précédente.

1. Deligne me dit qu'il avait appris le "théorème du bon Dieu"[33](**) dans une conversation *1*
avec Mebkhout lors d'un séminaire Bourbaki — c'était en tous cas avant l'été 1980. Cela se recoupe avec ce que je tiens de Mebkhout, à savoir que le théorème en question avait été communiqué par Deligne à Bernstein et Beilinson en octobre 1980, pour être aussitôt utilisé par eux dans leur démonstration de la conjecture de Kazhdan-Lusztig[34](***). Deligne ajoute qu'il n'avait pas cité Mebkhout dans son article avec Bernstein et Beilinson, n'étant pas sûr quelle était la part qui revenait à Kashiwara dans ce théorème[35](****).

2. Deligne ne conteste pas que le Colloque de Luminy de Juin 1981 (où luimême figurait *2*
comme la grande vedette) n'aurait pas eu lieu sans les travaux de Mebkhout dans les années précédentes. Il a seulement tenu à ajouter que le rôle des idées de Mac-Pherson lui semblait "encore plus essentiel". Il n'a pas laissé entendre qu'il y aurait quelque chose d'étrange ou d'anormal que le nom de Mebkhout ne figure pas dans les Actes du Colloque.

IV Formalisme de dualité en cohomologie, catégories dérivées ("La bonne référence", "Etat 802
0" des catégories dérivées).

1. Deligne me précise qu'il n'a eu connaissance de l'article de Verdier[36](*), reprenant à *1*
son compte (entre autres, et sans me nommer) le formalisme des classes d'homologie et de cohomologie associées à un cycle (que jfavais développé dans SGA 5 en 1965/66) qu'*après* la publication de SGA 4 *s en 1977, donc un an au moins après la parution de l'article en question. Ceci semble donc contredire l'impression que j'avais eue, que la brillante

[32](*) Je présume que c'est l'absence de toute réaction (par une quelconque des personnes qui étaient dans le coup) aux escamotages qui se sont faits dans SGA 7, qui a dû encourager Deligne au pas suivant dans son escalade : l'escroquerie de grande envergure de l'opération SGA 4 h — SGA 5.

[33](**) Voir la note "L'inconnu de service et le théorème du bon Dieu", n° 48′.

[34](***) Voir la note de bas de page du 28 mai à la note "L'Iniquité — ou le sens d'un retour" (n° 75), et également la note "Un sentiment d'injustice et d'impuissance" (n° 44″).

[35](****) Voir les commentaires à ce sujet dans la note précédente "Le devoir accompli — ou l'instant de vérité", notamment p. 784, et la note de bas de page à propos de "Kashiwara".

[36](*) Il s'agit de l'article cité dans la note "Les bonnes références" (c'était décidément le nom qui s'imposait !), n° 82.

(12 mai) Pour des commentaires sur cette version difficilement croyable de Deligne, voir la note "Gloire à gogo-ou l'ambiguïté" (n° 170(ii)), pages 930, 931.

opération faite par Verdier en 1976 était une sorte de "ballon d'essai" pour l'opération considérablement plus grosse de Deligne et consorts, qui l'a suivie l'année d'après.

Deligne m'a dit qu'il était clair pour lui, en parcourant l'article de Verdier, que celui-ci ne faisait qu'exposer certaines des idées que j'avais développées dans SGA 5. Il en a été même tout content, que Verdier se soit enfin chargé de fournir une référence. (L'idée que la publication de SGA S aurait fourni peut-être une référence plus adéquate n'a pas dû l'effleurer...) A une question de moi en ce sens, Deligne m'a répondu qu'il n'avait pas noté que mon nom ne figurait pas dans l'article de Verdier — ajoutant qu'il avouait qu'il n'avait pas songé même à se poser la question. J'avais l'impression qu'il faisait entendre, tacitement, que ce genre de choses était le dernier de ces soucis et ne r. iéritait pas qu'on s'y arrête...

2. Dans l'article (maintes fois cité dans l'Enterrement I) de Beilinson, Bernstein, Deligne, rédigé par les soins de Deligne et présenté par lui au Colloque de Luminy[37](**), la dualité en cohomologie étale (que j'avais développée en 1963) est appelée "dualité de Verdier"[38](***). purement algébrique" de la théorie analytique transcendante, de même que la dualité étale est une telle "traduction" pour la théorie topologique transcendante. Il s'imposait donc, dès lors, de les baptiser également "dualité de Verdier" (Serre et Poincaré étant oubliés pour la circonstance, car ils sont loin). D'après ce que m'a dit Deligne, c'est bien là ce que "tout le monde" s'est empressé de faire. Rideau... *2* 803

J'ai interrogé Deligne sur cette appellation étrange. Il m'a répondu (avec une pointe d'embarras cette fois) que c'était parce que "tout le monde" l'appelait comme ça. Je ne lui ai pas démandé de me préciser qui était ce "tout le monde", ni en quoi c'était une raison, alors que lui, Deligne, savait parfaitement à qui était due cette théorie.

Cela me rappelle une chose qui m'avait frappé depuis longtemps. En parlant avec moi tout au moins, ou en m'écrivant, Deligne n'utilisait jamais l'expression "catégorie dérivée" sans ajouter "de Verdier". Cela me faisait une impression désagréable à chaque fois, sans que je m'arrête jamais (avant la découverte de l'Enterrement) à sonder le sens, et encore moins, à remettre les points sur les i. Je m'y serais sans doute arrêté, si j'avais pris la peine de jeter un coup d'œil tant soit peu curieux sur "SGA 4 V', et sur "l'Etat 0" de la "thèse" de Verdier qui s'y trouve exhumé. (Pour des détails à ce dernier sujet, voir II 3 ci-dessus.)

V L'Eloge Funèbre

[37](**) Voir, au sujet de ce "mémorable Colloque" et de l'article en question, la note "L'Iniquité — ou le sens d'un retour" , n° 75.

[38](***) cette opération s'est faite en plusieurs mouvements. Sur ma proposition, Verdier avait développé après 1963 une théorie de dualité "six opérations" dans le contexte des espaces topologiques ordinaires, en suivant le maître d'œuvre que j'avais développé dans le contexte algébrique cohérent et étale. Cette dualité avait été baptisée par mes élèves cohomologistes, comme il se doit, "dualité de Verdier" ou "de Poincare-Verdier", sans mention de ma Blodeste personne. Dans la "bonne référence" de 1976, Verdier reprend d'autre part, dans le contexte analytique et sans me nommer, une partie du formalisme que j'avais développé dans le cadre cohérent dans les années cinquante (sans avoir rien a y changer). Du coup cette dualité, dans le cadre analytique, prend le nom encore de "dualité de Verdier", ou parfois "de Serre-Verdier", toujours sans mention de ma personne — même Mebkhout suit le mouvement général 1 Mais (par un coup en retour génial) il est bien évident que la dualité cohérente algébrique n'est qu'une "traduction

1. La plaquette jubilaire de l'IHES où se trouve mon Eloge Funèbre[39](*) n'a pas été composé par son fondateur et premier directeur, Léon Motchane (comme il m'avait semblé). Peu importe d'ailleurs, ici, l'identité de l'auteur de la plaquette, que Deligne m'a apprise. Il me confirme que c'est bien lui qui a écrit le passage me concernant, et que ce passage, tout comme celui qui le concerne lui Deligne (du à l'auteur de la plaquette), a bien reçu son "feu vert" avant d'être envoyé à l'imprimeur. Le texte qufil m'avait consacré était d'abord plus long, et avait été (avec son accord) tronqué par l'auteur de la plaquette. Deligne avait aussi revu et corrigé le texte qui le concernait. Ces textes représentent donc bien le point de vue de Deligne, concernant son œuvre et la mienne. *1*

2. J'ai demandé à Deligne si je m'étais trompé, en présumant que dans aucune de ses *2*
publications, il n'a laissé entendre qu'il ait pu apprendre quelque chose par ma bouche. 804
Il me l'a confirmé, avec une seule réserve, Elle concerne la notice biographique qu'il avait écrite à l'intention du Fonds National de la Recherche Scientifique (Bruxelles), à l'occasion de l'attribution du "Prix quinquennal". Ce prix lui avait été attribué (en 1974 je crois) en récompense de sa démonstration des conjectures de Weil. Il est vrai (a-t-il ajouté) que cette notice biographique ne fait pas partie d'une publication mathématique, et sa diffusion est restée plus que limitée. Pour ma part, je n'en connaissais pas l'existence. A ma demande, il m'en a fait parvenir une photocopie dans les jours qui ont suivi, et je pense revenir sur cette notice dans la note suivante.

Le désaveu systématique de ma personne que me confirmait Deligne ne semblait pas lui poser problème. Il n'avait pas l'air d'y trouver quoi que ce soit d'étrange, digne qu'on s'y arrête. Vu ces dispositions, je ne me suis pas senti incité à lui poser aucune question dans ce sens — je ne crois pas que j'en aurais rien tiré de plus.

Pour terminer cette rétrospective, j'ajouterait seulement que pour tout ce qui concerne les "faits matériels" au sens strict du terme, je n'ai aucun doute sur la bonne foi de Deligne, qui m'a parue évidente[40](**). La seule exception à cet égard est son affirmation que le séminaire SGA 5 (de 1965/66) dépendrait logiquement des résultats de SGA 4 *5 @*) (développés à partir de 1973, en marge des exposés de Deligne sur sa démonstration des conjectures de Weil). Il est vrai qu'en "capturant" certains des exposés du séminaire-mère SGA 5 (et surtout, celui sur la classe de cohomologie associée à un cycle), avec la connivence d'Illusie (qui s'était chargé de l'édition de SGA 5) et de bien d'autres, il a obtenu ce brillant résultat que SGA 5 est truffé de références à SGA 4 *s, de façon à donner l'impression (à un lecteur qui ne serait très attentif, ou très bien dans le coup) que SGA 5 dépend bel et bien de SGA 4 *3, lequel se présente à tous égards comme un texte "antérieur". C'est là un tour de passe-passe sans doute unique dans les annales de notre science, et qui me

[39](*) Voir les deux notes "L'Eloge Funèbre (1) — ou les compliments" et "L'Eloge Funèbre (2) — ou la force et l'auréole", n°s 104, 105.

[40](**) (12 mai) Avec le recul sont apparues pourtant certaines réserves par rapport à cette impression, comme celles auxquelles réfère une précédente note de b. de p. ([41](*) p. 802). Il est apparu aussi que Deligne avait omis de relever à mon intention deux erreurs matérielles grossières dans mes notes, qui ont difficilement pu passer inaperçues par lui. (Il m'avait échappé qu'il dévoile une partie du "yoga des poids" dans Hodge I dès 1970, et qu'il avait parlé des motifs dès 1979).

paraît distinguer les années soixante-dix de notre siècle parmi toutes les autres époques qu'a connues la mathématique.

@*) II est vrai que cette affirmation est venue, non par l'initiative spontanée de Deligne venant m'apporter des "précisions matérielles" pour m'éclairer et pour faire éclater son entière bonne foi, mais sous la pression imprévue du besoin de "garder la face'[1], alors que je venais de lui exprimer de vive voix mes sentiments au sujet de l'incroyable opération SGA 4 h — SGA 5. Voir à ce sujet la dernière partie @du 18 février) de la note précédente "Le devoir accompli — ou l'instant de vérité".

805

(164_1) concernant la "philosophie des poids", issue des conjectures de weil, la "filiation" me semble se résumer ainsi. (164_1)

a) Comme il est dit dans la sous-note n° 46 de la note "Mes orphelins". Serre m'avait communiqué, comme part de la "philosophie" derrière les conjectures de weil, une sorte de "yoga des poids *virtuels"*, au niveau de la cohomologie /-adique de schéma de type fini sur un corps. Il n'avait pas essayé d'en donner une formulation explicite précise, et la relation entre ce qui se passait pour des @@ différents restait entièrement mystérieuse.

b) Une des deux principales motivations qui m'avaient guidé à partir des débuts@ des années soixante, pour développer un "yoga des motifs", était justement de relier entre elles les "structures de poids virtuels" pour des @ différents. (Voir à ce sujet la note "Souvenir d'un rêve — ou la naissance des motifs" (n° 46), et plus particulièrement p. 2080 Des lors, . il devenait clair que cette structure devait. se retrouver sur toutes les "réalisations" 'possibles d'un motif, pas seulement les réalisations — t-adiques — et notamment @sur le corps de base (E) sur la réalisation de De Rham-Hodge.

c) Mis au courant par moi de cette philosophie des poids virtuels, dont la source ultime est le motif, Deligne apporte à ce yoga une précision importante, avec la présomption que la structure de poids virtuels sur un motif est liée à une *filtration* (nécessairement canonique) *par poids croissants.* Cette filtration dès lors devrait se retrouver sur toutes les réalisations du motif — tant les réalisations @-adiques, que (sur le corps C) celle de De Rham-Hodge.

Cette "présomption" de Deligne a été le point de départ de sa théorie des structures de Hodge "mixtes" (que j'appelle "structures de Hodge-Deligne"), et l'un des deux ingrédients techniques essentiels de sa définition en forme de celles-ci (l'autre étant la filtration de De Rham, que j'avais introduite dès les années cinquante). C'est le succès de sa tentative de décrire une "cohomologie de Hodge" pour des schémas séparés de type fini quelconque sur (C, qui peut être considéré comme la principale (voira la seule) "évidence" que nous ayons à présent au sujet de la validité de la "présomption" sur l'existence d'une filtration des poids sur les motifs.

Bien entendu, il faisait partie de mon grand programme de travail autour des motifs, dont Deligne était informé de première main et au jour le jour, d'expliciter une notion de "coefficients de Hodge" sur un schéma de type fini sur C, de telle façon qu'à un motif sur X corresponde une "réalisation de Hodge", et que pour les motifs lisses et purs sur X (par exemple ceux provenant d'un schéma propre et lisse sur X en prenant sa "cohomologie 806
motivique sur X en dimension i"), on retrouve la notion (plus ou moins connue déjà)

de “familles de structures de Hodge” (étudiées notamment par Griffiths dans les années soixante). De plus, pour X variable, ces catégories de “coefficients de Hodge” devaient satisfaire à un formalisme des six opérations, reflétant le même formalisme au niveau des motifs. L'a contribution de Deligne représente un premier pas vers l'accomplissement de ce programme — savoir (essentiellement) la description de la catégorie Hdg (X) pour X réduit à un point[42](*), et celle du foncteur “réalisation” i. e., essentiellement, la construction d'une théorie cohomologique sur des (C-schémas séparés de type fini, à valeurs dans cette catégorie des structures de Hodge-Deligne.

(@@@) (22 février) Depuis sa visite en octobre dernier, et même déjà depuis ses lettres de (@@@)
fin août[43](**), mon ami Pierre est avec moi la crème des ex-élèves et des bons garçons, empli visiblement d'une bonne volonté touchante pour dissiper les malencontreux malentendus qui se sont glissés entre nous, et pour me faire sentir ses bonnes dispositions et sa bonne foi. Il avait été entendu qu'il tiendrait confidentiel, jusqu'à la pré-publication prévue de Récoltes et Semailles par les soins de mon université (l'USTL), le contenu des lectures qu'il a faite de mes notes, et même leur existence. Je ne sais s'il a entièrement tenu parole — toujours est-il que j'ai bien l'impression, par divers échos gui me sont revenus[44](***) qu'il a bien dû toucher un mot à l'un et à l'autre, pour suggérer que ce serait peut-être le moment de donner quelques signes de prévenance au maître (celui dont il arrive qu'on parle en petit comité, mais qu'on s'abstient soigneusement de nommer en public. . .). incroyable 807
mais vraie, mon nom figure mais oui : “Déformations des groupes de Earsotti-Tate, d'après A. Grothendieck'[1], par Luc Illusie 1 Et dans l'introduction il y a encore du “Grothendieck” long comme le bras — j'ai cru rêver. Décidément quelque chose a dû se passer. . .

Il y avait une lettre avec, où il me demande mes lumières sur des points d'algèbre homotopique style Grothendieck, et s'interroge pouquoi “les gens @i. e Quillen et al.)” en K-théorie travaillent avec des faisceaux plutôt qu'avec les complexes (pseudocohérents ou parfaits) de la panoplie que j'avais introduite il y a plus de vingt ans. On se demande en effet pourquoi. . . Dans ma réponse, j'ai du laisser entendre que ce n'était pas à lui ni à aucun de mes ex-élèves deme poser de telles questions. Je nfai plus eu signe de vie de lui depuis.

J'ai l'impression d'ailleurs qu'au fond, mon ami ne croit pas (ou ne veut pas croire, du moins) que je vais publier bel et bien l'Enterrement, en même temps que la première partie de Récoltes et Semailles. Celle-ci est bien conforme à l'image du “papa-gâteau”, se faisant scrupule de nommer personne qui risquerait d'en avoir de la peine, et tout

[42](*) pour bien faire, il faudrait compléter la définition de Deligne par l'introduction d'une catégorie *triangulée* convenable Hdg* (est-ce aussi la catégorie dérivée de Hdg ?). Qu'il ait omis de le faire me semble un des premiers signes (parmi d'autres ultérieurs) de la désaffection vis à vis du yoga des catégories dérivées et des six opérations qui a sévi jusqu'au “tournant du Colloque pervers”, en 1981.

@**) Voir la note “Le devoir accompli — ou l'instant de vérité” (n° 163), où je “situe” cette visite, ainsi “que les deux lettres de fin août (reçues après le silence de près de deux mois, qu'avait suivi mon envoi de l'introduction et de la table des matières de l'Enterrement).

[44](***) Ainsi, j'ai reçu un preprint d'Illusie, non daté (j'imagine qu'il doit être de dernière minute), d'un exposé dfun séminaire non nommé (exposé ne correspondant, est-il précisé, à aucun exposé oral du séminaire). Dans le titre, chose

disposé à reconnaître en public les divers manquements de son propre crû qui lui viennent à l'esprit. La lecture de cette partie "Fatuité et Renouvellement", dont j'ai eu un bref écho avant le départ en vacances de mon ami et avant que je lui envoie l'introduction à l'Enterrement, @ ne l'a pas inquiété pour un sou, bien au contraire — elle aurait plutôt stimulé un air de satisfaction de soi qui m'est devenu bien familier chez lui — cet air un soupçon condescendant ou du moins, protecteur à l'égard du maître décidément @ défunt. Ce n'est plus du tout la même chose avec l'Enterrement, où les cartes '@'i l soudain se trouvent mises sur table carrément ! Je soupçonne que la lecture de *.. l'introduction a dû lui faire un choc — et c'est dommage que je n'étais pas @ : sent à ce moment-là, peut-être quelque chose se serait-il passé. Toujours est-il j. qu'il s'est donné le temps de se ressaisir, avant de venir me voir, en coup de vent, cinq minutes avant son déménagement aux Etat-Unis. Et il est accouru avec de si bonnes dispositions, et la rencontre s'est passée dans une ambiance tellement familiale, tellement "gâteau", que ça paraît éliminer, pour ainsi dire "par f l'absurde", que ledit papa-gâteau puisse lui-même prendre au sérieux un certain k texte qui ne lui ressemble guère (n'en disons pas plus au sujet de ce texte, @ qu'il vaut mieux oublier...), voire même le diffuser parmi des gens tout aussi @raisonnables et "bien" sous tous rapports, que mon ami Pierre lui-même et que i 1 'ex-. de f un t tel qu'il l'a toujours connu... [45](*).

l[46](*) Pourtant, il n'y a eu à aucun moment une hésitation dans mon intention de rendre publiques toutes mes notes sur l'Enterrement, au même titre que la prendère partie de Récoltes et Semailles ; et je n'ai, bien sur, laissé subsister aucune ambiguïté à ce sujet.

Comme il me l'avait promis, et dans les jours même qui ont suivi son retour à Bures, 808
mon ami m'a fait parvenir cette notice biographique dont il m'avait parlé, qu'il avait écrite en 1974 (ou 1975) pour le Fonds National de la Recherche Scientifique (belge)[47](*)@ C'est un texte assez court, de deux petites pages, que j'ai lu alors avec intérêt et que je viens de relire à l'instant (c'est la troisième lecture, je crois). A première vue, je n'ai pas eu l'impression pourtant que ce texte apportait rien de nouveau, et qu'il méritait que je m'y arrête dans l'Enterrement. Il est vrai que ia technique de l'escamotage, qui m'était déjà suffisamment connue chez mon ami, se trouve ici illustrée de façon particulièrement frappante, en un texte compact d'une centaine de lignes. Mon nom y apparaît quatre fois (tout comme celui de Serre, et celui de Weil trois fois) — sans que rien ne puisse laisser supposer qu'il m'a peut-être rencontré autrement que comme auditeur anonyme de mon séminaire (sur un thème non précisé) en 1965–66. Dans trois des quatre passages où je suis mentionné, je le suis en une haleine avec un autre mathématicien (deux fois Serre, une fois Rankin), de façon à éviter de donner l'impression que j'aie pu jouer auprès de lui un rôle tant soit peu particulier. C'est là d'ailleurs une technique qui avait déjà fait ses preuves ailleurs[48](**). Comme ce ne sera pas long, je me permets ici de cita : in extenso les trois

---

[47](*) Cette notice biographique est mentionnée pour la première fois dans la dernière note de bas de page à la note "Le nerf dans le nerf — ou le. nain et le géant" (n "ï 148). Voir aussi la fin de la note précédente n° 164 (partie V 2).

[48](**) Je songe ici à la laconique référence d'une ligne, citant en une haleine Serre (sans le nommer) et "la théorie conjecturale des motifs de Grothendieck", dans l'annonce (au Congrès de Nice) par Deligne de ses résultats en théorie de Hodege. Pour des précisions et commentaires, voir la sous-note n° 78f de la note

passages où ma modeste personne apparaît, pour éclairer le lecteur qui ne dispose pas, comme moi, du texte de la notice biographique.

Le troisième alinéa enchaîne sur l'évocation (qui vient d'être faite) de l'année 1965–66, passée “dans l'atmosphère idéale de l'Ecole Normale Supérieure comme pensionnaire
étranger”[49](***) : “A Paris, jfai suivi le séminaire de Grothendieck et le cours de J. P. 809
Serre. Trois heures de cours par semaine mais, malgré un travail heureux et acharné, le
reste de la semaine me suffisait à peine à les assimiler (@@@$_1$). De Grothendieck, j'ai appris → (@@@$_1$)
les techniques modernes de la géométrie algébrique, de Serre, la beauté fascinante de la
théorie des nombres (@@@$_2$). Les cours de Serre étaient consacrés a la théorie des courbes → (@@@$_2$)
elliptiques, où s'entrecroisent. . . ” ,

pour continuer sur les charmes et la variétés de ces cours de Serre. Le lecteur pas dans le coup pensera que ce sont ces cours, à raison de trois par semaine, qui ont été l'objet du “travail et heureux et acharné” dont parle l'auteur (sous-entendu : pas besoin de travail pour assimiler les “plus grandes généralités naturelles” d'un séminaire Grothendieck. . . (1J).

Au cinquième alinéa, à propos de sa démonstration des conjectures de Weil, on lit :

“Mon succès le plus notable est d'avoir démontré les “conjectures de Weil” (···). J'y suis → (···)
sans doute arrivé pour être familier tant avec l'œuvre de Grothendieck qu'avec, dans un tout autre domaine, les travaux de Rankin sur les formes modulaires.“

On admirera le “sans doute” dubitatif @placé là de main de maître!) et le “dans un tout autre domaine” @suggérant que mon œuvre n'aurait rien à voir avec les formes modulaires[50](*)), et surtout le “tant avec” par quoi j'ai l'honneur d'être introduit, pour mettre sur un même pied le vaste travail de fondements que j'avais fait[51](**), avec une idée technique “ponctuelle” empruntée à Rankin.

Enfin, dans l'alinéa suivant évoquant les travaux de Deligne sur la théorie de Hodge,
il est dit : “Inspiré par l'arithmétique, et plus particulièrement par la conception qu'avait 810
Grothendieck du sens profond des conjectures de Weil, j'ai généralisé (de façon non triviale) sa théorie au cas des variétés arbitraires et (en collaboration avec Sullivan) à d'autres invariants de la “forme” que la seule cohomologie. La racine de cette théorie est ancienne

---

“La victime” (n° 78@).

[49](***) Pour une raison qui m'échappe, Henri Cartan n'est pas nommé ici. Peut-être est-ce parce que Deligne, encouragé par un certain propos délibéré en moi à son égard (voir la note “L'être à part”, n° 67′ï, tenait à éviter soigneusement toute apparence qu'il ait pu être l'élève de quelqu'un. La situation de “normalien” suscite aussitôt l'association d'idées “élève de Cartan”, et une telle association aurait été renforcée en mentionnant Cartan nommément.

[50](*) II'est vrai que les “formes modulaires” représentent un trou regrettable (parmi bien d'autres) dans ma culture mathématique, tout comme la théorie analytique des nombres, sur laquelle je n'ai encore jamais “accroché”. Mais je suis quand même suffisamment informé pour savoir qu'un compréhension des formes modulaires n'est guère pensable sans les idées provenant de la géométrie algébrique, qui donne à la théorie son contenu “géométrique”, et que les questions les plus profondes de la théorie des formes modulaires sont intimement liées à la présence (pendant longtemps tacite) des *motifs*. Comme on va voir, ceux-ci figurent d'ailleurs, tout aussi tacitement, au prochain alinéa de la notice biographique (alias Eloge Funèbre @3) !).

[51](**) Sur la notion de schéma et le développement d'un formalisme de cohomolagie étale, à quoi Deligne n'a garde de faire allusion, si ce n'est dans la citation précédente par l'aimable et impersonnel euphémisme “techniques modernes de la géométrie algébrique” .

déjà, avec le traité de Picard sur les "fonctions algébriques de deux variables indépendantes" ((. vers 1890), mais on n'en connaît sans doute guère plus aujourd'hui qu'un vague squelette."

Il aura fallu que je prenne la peine de recopier ce passage, pour me ren-. dre compte que "la conception qu'avait Grothendieck du sens profond des conjectures de weil" a été la façon magistralement "pouce" pour mon brillant ex-élève de ne pas nommer les *mot* i f s, sans pour autant qu'on puisse lui reprocher de les avoir passés sous silence ! Nul doute que "sa @donc, m aJ théorie", sur laquelle je ne m'interroge qu'à l'instant (tout ce passage avait échappé à mon attention dans les lectures précédentes.@, ne peut signifier que la fameuse théorie des motifs, qu'il n'était pas question d'évoquer par son nom depuis déjà quatre ans (et qu'on n'évoquera pas plus pendant huit ans encore i). La formulation était même à tel point vague et pour tout dire, incompréhensible sauf à une petite poignée de gens dans le coup (qui sans doute n'auront pas eu l'occasion, comme moi depuis, de lire ce pré-Eloge Funèbre), qu'il n'était pas même la peine ici de souligner que cette "théorie" (qu'il avait généralisée) était, pourtant@ toute conjecturale ! La "généralisation" en question ne peut guère désigner que la théorie de Hodge-Deligne, vu le contexte. C'est là une petite satisfaction symbolique que mon ami se paye, en affirmant ici (sans peur d'être jamais contredit, vu l'endroit, et le vague élusif de la formulation) que la théorie de Hodge-Deligne (qui reste toujours dans son enfance) "généraliserait" le vaste tableau des motifs que je lui avais fait voir. Dans celui-ci pourtant, une "théorie de Hodge" arrivée à pleine maturité, figure comme un des "plans" du tableau parmi bien d'autres[52](*). Pour ce qui est des "autres invariants de la forme", il m'était "bien connu" dès les années soixante (comme partie de mon "yoga des motifs") que les variétés algébriques "arbitraires" (comme insiste Deligne) avaient un "type d'homotopie motivique", dont les rr supérieurs (i@2) généralisent le groupe fondamental "géométrique" motivique, et s'explicitent (pour un foncteur fibre donné sur un corps de nombres K) comme des pro-groupes algébriques affines sur K.

Quant à la référence à Picard comme "racine de cette théorie", c'est là, me semble-t-il, 811
un passage entièrement bidon, introduit pour le double motif de "faire bien", et d'introduire en même temps l'alinéa terminal, qui le suit immédiatement[53](*). Le terme "vague s; quelette" me paraît également l'expression d'une autre "satisfaction symbolique" que se paye mon ami, en traitant en son for intérieur et sans pourtant en avoir l'air (toujours dans le même style "pouce !") cette vaste vision dont il s'est inspiré secrètement tout en la maintenant enfouie[54](**), comme n'étant somme toute qu'un "vague squelette".

[52](*) (27 février) Pour des précisions à ce sujet, voir notamment la note "La Mélodie au tombeau — ou la suffisance" (n° 167).

[53](*) Cet alinéa terminal sera l'objet de la note (n° 165) qui suit la présente note.

[54](**) La vision des motifs est restée "enfouie" de deux façons. D'une part visà-vis de l'*extérieu* r, du public mathématique, en s'abstenant de toute allusion à la notion de motif (sauf en la demi-ligne "pouce !" de Hodge I, en 1970, cf. note 78′), jusqu'en 1982 où la notion est exhumée "à grandes fanfares", sous la paternité tacite de Deligne (voir les notes n° 51 et suivantes). Mais d'autre part, même pour son usage personnel, je vois que cette vision a été dépouillée par Deligne de son vrai *souffle*, de ce qui en faisait *autre chose* qu'un recueil de recettes passe-partout (pour s'y reconnaître dans la cohomologie des variétés algébriques), mais un rêveforce assez vaste et assez profond pour servir d'inspiration, de ligne à l'horizon, pour des générations peut-être de géomètres arithméticiens.

Finalement, ces escamotages à tout venant se sont révélés plus intéressants que je ne le prévoyais, quand je m'apprêtais à les signaler en passant, par acquit de conscience. Ce qui m'y frappe le plus, à présent, ce n'est pas (comme lors des premières lectures, rapides et superficielles) la perfection du style "pouce 1", déjà connue a satiété, c'est plutôt que ce texte, écrit neuf ans avant l'Eloge Funèbre[55](***), pré'f. igure celui-ci de façon Baissante, et ceci (il me semble) de deux façons. D'une part par le *vague* de rigueur qui doit entourer chaque apparition de ma modeste personne (par opposition, ici, avec le luxe de détails techniques qui accompagnent l'évocation du cours de Serre). D'autre part, et dans le même sens, par le silence complet qui est fait autour de la cohomologie étale ou A-adique, en 812
tant qu'outil nouveau et essentiel que j'ai développé à partir du néant, et sans lequel les conjectures de Weil ne seraient sans doute pas démontrée même dans cent ans d'ici encore ! En fait, comme dans l'Eloge Funèbre, le mot "cohomologie" nfest pas prononcé en relation à mon nom — pas plus qu'il n'est fait allusion au fait que la démonstration de Deligne des conjectures de Weil a été simplement *le dernier pas* d'un long trajet, dont la partie la plus longue et aussi la plus novatrice a été accomplie par un autre que lui, avant même que mon brillant élève n'apparaisse sur la scène mathématique[56](*).

(@@@₁) Comme je le signale quelque lignes plus loin, la formulation suggère irrésistiblement (@@@₁)
que les "trois heures de cours par semaine" désignent les "cours de J. P. Serre" dont il vient d'être question, et dont il sera question encore deux phrases plus loin. En fait. Serre ne donnait gu'un seul cours par an (au Collège de France), a raison d'une heure par semaine. Si on essaye de lever l'ambiguïté en interprétant le texte comme référant à des "cours" de Serre pendant des années successives (contrairement a ce que suggère le contexe), on tombe sur une autre incohérence, car Serre changeait de thème chaque année, sans nullement se limiter a celui des courbes elliptiques (comme il est dit pourtant deux phrases plus loin).

Alors que la personne de Serre est utilisée ici par mon ami pour essayer de donner le change au sujet du rôle qui a été le mien dans les années cruciales de sa formation de mathématicien, il est intéressant de noter que la seule et unique référence dont j'aie connaissance dans la littérature, où il soit dit que Deligne a été mon élève, est de la plume de Serre, qui répare ainsi (sans les relever) les omissions flagrantes du crû de mon brillant ex-élève lui-même. Il s'agit du rapport fait par Serre en mai 1977 au sujet des travaux de Pierre Deligne, pour le Comité internationnal chargé de distribuer les médailles Fields 1978. Ce rapport a été rendu public après la distribution des médailles Fields au Congrès d'Helsinki 1978. Le rapport commence en ces termes :

"Les premiers travaux de Deligne, directement inspirés par Grothendieck dont il était

Le terme "-toague squelette" par lequel Deligne réfère (toujours tacitement) à cette vision, rend saisissantes les dispositions de *fossoyeur* dans lesquelles il se maintient, dans sa relation à ce rêve et à l'ouvrier dont le rêve est issu. Ce ne sont pas là les dispositions où on puisse encore sentir un souffle (comme il l'avait senti naguère), ni incarner un rêve. On n'incarne pas un rêve en l'*utilisant* pour ses propres fins (et tout en le reniant…), mais seulement en s'en *faisant le serviteur*.

[55](***) voir les deux notes "L'Eloge Funèbre (1) — ou les compliments" et "L'Eloge Funèbre (2) — ou la force et l'auréole", n°s 104, 105.

[56](*) Cette contribution d'un autre est escamotée par Deligne sous des vocables impersonnels comme "techniques modernes @pu, ailleurs, "outils puissants'@ de la géométrie algébrique".

l'élève, concernent divers points techniques de géométrie algébrique. Je me borne à les mentionner : ..." Plus loin. Serre mentionne aussi l'influence de mes idées et résultats dans 813
la démonstration des conjectures de Weil, et (via les motifs) dans les travaux de Deligne sur les formes modulaires, mais non dans le travail de Deligne-Mumford sur la multiplicité modulaires des courbes algébriques de type (g,@ï, ni dans l'idée de la cohomologie de Hodge-Deligne, dont la relation au yoga des motifs et aux conjectures de Weil semble lui avoir échappé. (Il est vrai que Deligne a fait de son mieux pour le cacher.)

Le discours sur Deligne à l'occasion de l'attribution de la médaille Fields aurait été une autre occasion, suivant l'usage consacré, pour rappeler publique*- ment ce lien à ma personne qui avait été tu jusque là par l'intéressé. Pour une raison qui m'échappe, le mathématicien chargé de présenter les travaux de Deligne n'a pas été J. P. Serre, mais N. Katz, le "co-auteur" avec Deligne de SGA 7 II (voir à ce sujet la note n° 164 (II 5)). Inutile de dire que N. Katz ne fait aucune allusion au lien en question, qui lui était pourtant bien connu et de première main. (Par contre, il répare en passant, mine de rien, un certain nombre d'omissions un peu gênantes de l'illustre lauréat à mon sujet...)

(2ï Le choix des qualificatifs ici ("techniques modernes" pour moi, "beauté fascinante" pour Serre) n'est certainement pas l'effet d'un hasard. J'y perçois clairement l'intention chez mon ami d'évacuer (symboliquement) cette fascination justement, qui depuis notre rencontre (et peut-être dès avant celle-ci) le liait à ma personne et à mon œuvre, qu'il voyait se faire et se déployer sous ses yeux, au jour le jour.

J'ai pu noter en d'autres occasions encore un propos délibéré chez mon ami de regarder et de présenter mes publications (notamment les EGA ("Eléments de Géométrie Algébrique") et SGA ("séminaire de Géométrie Algébrique du Bois-Marie") comme des sortes de "compilations" de résultats plus ou moins techniques, que "tout le monde" connaît depuis toujours, et pour lesquels je ferais le louable effort de les mettre noir sur blanc, aux fins de fournir enfin les références manquantes et qu'on n'en parle plus. Il sait bien pourtant, au fond, à quoi s'en tenir : que chacun des volumes des EGA et SGA présentent des idées que j'ai introduites et dont pendant des années j'ai été le seul détenteur et avocat, et des techniques dont personne n'avait rêvé (sauf moi), et qu'il m'a fallu développer, tester et perfectionner avec une patience inlassable, avant qu'elles ne soient parfaitement rodées, fin prêtes à entrer dans le domaine du "bien connu". Il le sait mieux que personne, mais en même temps, ce propos délibéré qu'il affiche depuis plus d'une décennie a fini par devenir 814
une "seconde nature", il en est devenu lui-même la première (sinon la seule) dupe.

J'en ai été frappé il y a quelques semaines encore, quand mon ami, empli de prévenance à mon égard depuis son passage chez moi en octobre, m'a fait parvenir copie d'un échange de lettres avec le Dr. Heinze (en charge des "Ergebnisse der Mathematik" chez Springer) au sujet d'un projet de réédition des EGA (dont beaucoup de volumes sont épuisés ou sur le point de l'être). Dans sa réponse, Deligne recommande sans réserve la réédition intégrale, "ne varietur" a peu de choses près, disant qu'à une exception près (la deuxième partie de EGA III, où l'exposé aurait été meilleur en utilisant les catégories dérivées @sic !)), ce traité "has aged very well". Son grand mérite serait de fournir les références indispensables : "Thanks to it @EGA@ , in algebraic geometry (as opposed to analytic geometry, for instance) one can march securely on thé ground without having to worry if this or that is indefed in thé littérature". (Il enchaîne avec un certain nombre de suggestions constructives, au sujet d'appendices éventuels qui pourraient être ajoutés à certains des volumes, et de mathématiciens qui seraient en mesure de les fournir...)

Il est typique de la relation de la maison Springer à ma personne, que cette correspondance (au sujet d'une réédition de livres dont je suis l'auteur) s'est poursuivie *avec Deligne*, et sans que Springer ait jugé nécessaire de m'informer d'abord au sujet de ce projet. C'est plus d'un mois plus tard (dans une lettre du 24.1) que le Dr. Heinze me parle en passant, comme par acquit de conscience, de la chose — que Mr. le Professeur Deligne "avait été si aimable de me donner une copie de sa lettre du 19.12.84″ (c'était vraiment trop aimable...), et que "bien entendu, nous @springer Jserions intéressés de connaître votre opinion à ce sujet @le projet de réédition@' (c'est vraiment trop d'honneur...). J'ai répondu que, vu les procédés en usage dans la maison Spinger en matière d'édition (songeant à la publication de SGA 7 et de SGA 5 dans les Lecture Notes, sans seulement m'en avertir, et encore moins demander mon accord), il me semblait parfaitement superflu d'informer le Springer Verlag de "mon opinion", visiblement irrelevante. Les choses en sont là...

@) (23 février) Finalement, je n'en suis pas arrivé à mon véritable propos hier, en parlant de la notice biographique de mon ami Pierre. La rencontre du "vague squelette" (alias, théorie des motifs) a été un épisode imprévu, au moment où je m'apprêtais déjà à enchaîner avec l'alinéa ultime de la notice, suivant immédiatement le dernier passage cité. 815
Voici donc enfin le mot de la fin dans la "note biographique", auquel je voulais en venir depuis le début :

"Pour terminer, je voudrais insister sur combien m'est précieux le contact avec l'œuvre des mathématiciens du passé de 1800 à nos jours), qu'il soit direct ou relayé par de plus érudits que moi, tels A. Weil et J. P. Serre. Nous "sommes des nains juchés sur des épaules de géants", et les plus belles théories mathématiques modernes sont motivées par l'espoir de résoudre quelques-uns des problèmes qu'ils nous ont légués.

Pierre Deligne" '

Comme c'est le cas souvent, ma première réaction à ces lignes, une sorte de profession de foi en l'occurence, s'arrêtait à la surface, au sens littéral — mais je devais sentir pourtant, confusément, qu'au delà du sens littéral il y avait anguille sous roche. Cette citation (d'un mathématicien célèbre sans doute, que j'étais censé avoir lu, "comme tout le monde") ne me revenait pas. J'y sentais un propos délibéré de modestie, voire d'humilité, qui avait tout d'une pose, et qui ne correspondait tout simplement pas à la simple réalité des choses. A la limite, ce propos délibéré frise l'absurdité : si chaque génération était "plus petite" en format que les précédentes, cela fait longtemps que l'espèce humaine se serait éteinte, à bout de souffle, réduite à une dérisoire masse d'homoncules ! Je sais bien que la créativité en l'homme n'est pas moindre aujourd'hui (ni, sans doute, plus grande) qu'il y a cent ans, ou cent siècles. Je sais bien aussi, pour ne parler que de maths, que telles idées et tels travaux de gens que j'ai bien connus, sans m'exclure de leur nombre, auraient été tout à l'honneur même du plus grand des mathématiciens du passé. Et je sais bien également que m a motivation en faisant des maths, et pas plus sûrement celle de la plupart de mes anciens amis dans le monde mathématique[57](*), ne réside dans "l'espoir de résoudre quelques uns des problèmes" légués par mes devanciers ! S'il en était autrement, notre science serait impuissante à se renouveller — elle aurait cessé d'être créatrice.

Ce qui devait me choquer plus encore dans cette profession de foi empruntée, ou pour mieux dire, me *peiner*, c'est que je savais bien surtout que celui qui la faisait, plus qu'aucune autre personne au monde que j'avais connue, avait reçu en partage des "moyens" qui m'avaient émerveillé, et que je lui avais connu aussi une "fraîcheur" dans son approche des choses mathématiques, par quoi il était appelé à faire de grandes choses, comme peu de mathématiciens ont eu le privilège d'en faire. Il y avait en moi une peine, et aussi comme un 816
dépit, car derrière la *pose* de celui qui prétend avoir trouvé une humilité dans le commerce avec les grands hommes du passé, je sentias une *abdication.* Une abdication de cette force créatrice en lui, qu'il semblait avoir oubliée depuis très longtemps, et qui faisait de lui bien *autre chose* que ce que suggérait cette dérisoire image du nain, juché sur des épaules de géant[58](*).

C'est la première fois, depuis ma première lecture de la note biographique, que j'essaye de cerner quels sentiments cette lecture a d'abord suscités' en moi. Dans les jours qui ont suivi et sans propos délibéré de ma part, cela a continué à travailler. C'est ce dernier passage surtout qui continuait a me trotter dans la tête, comme une chose décidément insolite, et qui n'avait pas "passé". Derrière l'absurdité apparente de la profession de foi qui clôt c@3 court texte biographique, je devais pressentir un *sens*, lequel était sans doute directement perçu à un niveau inconscient, et qui progressivement montait vers les couches superficielles, sans qu'il y att pourtant une réflexion à proprement parler, pour autant que je me rappelle. Je savais bien, après tout, que mon ami Pierre n'avait guère plus que moi l'habitude de hanter les écrits du passé. S'il lisait certes plus que moi, ce n'étaient pas les vieux grimoires, mais plutôt les derniers reprints et preprints qui circtulent dans les milieux bien informés, et dont toujours il avait la primeur. Et je savais également que ce n'était pas dans Picard ou dans d'autres vénérables précurseurs du siècle dernier ou même de ce siècle, que mon ami avait surtout puisé l'inspiration qui avait nourri son travail, depuis (et dès avant) mon départ de la scène mathématique ! Et s'il est bien vrai qu'il s'était plu à se "jucher sur les épaules" de quelqu'un, non pas dans une profession de foi publique et toute rhétorique, mais secrètement et *réellement*, j'étais après tout bien placé, depuis que je réfléchissais sur un certain Enterrement, pour savoir *qui* avait été celui qui en faisait, en quelque sorte, les frais 1 A la place de celui-qu'on-ne-nomme-jamais[59](**) (et qui reste pourtant toujours présent...) on substitue verbalement "les grands hommes du passé", auxquels dans l'alinéa précédent on vientd'ailleurs tout juste d'attribuer tacitement 817
la paternité des motifs (alias "ce qui n'est guère plus aujourd'hui qu'un vague squelette") — rendant plus éclatante ainsi la *vraie* identité derrière la figure de substitution...

[57](*) Y compris, d'ailleurs, Pierre Deligne lui-même 1

[58](*) (25 février) Cette impression d'"abdication" s'associe fortement à celle suscitée par un certain "troisième volet" à mon Eloge Funèbre. Voir l'évocation qui en est faite à la fin de la note "L'Eloge Funèbre (2) — ou la force et l'auréole" (n° 105), p. 459–461.

[59](**) Ou, si on ne peut l'éviter, qu'on affecte de nommer "par la bande", dans le style "pouce !" de rigueur...

J'ai observé bien des fois qu'il y a une force en l'homme, apparemment de nature universelle, qui le pousse à exprimer envers et contre tout, souvent de façon détournée et symbolique, des désirs et intentions (aussi bien conscients qu'inconscients) qui ne peuvent se manifester ouvertement, leur donnant ainsi un exutoire et une satisfaction qui peuvent paraître dérisoires (en termes "rationnels" et suivant les consensus courants), et qui n'en sont pas moins substantiels. C'est une force, en un sens, qui nous pousse, comme malgré nous, à proclamer la vérité de notre être à celui qui veut bien l'entendre (et il y a bien en chacun de nous, "quelqu'un" qui a l'oreille fine...), et ceci *alors* ir *ême* que ce qui est ainsi "proclamé" serait le plus grand secret et serait anathème, devant autrui comme devant nous-même. Le terrain d'élection pour l'expression de cette force est le rêve, et c'est une des raisons pourquoi le rêve est une clef puissante entre toutes pour nous faire entrer dans la connaissance de nous-même. Mais du fait même de la nature intime, personnelle du rêve, qui nous parle de nous-même à nul autre qu'à nous-meme, ce moyen d'expression ne nous suffit nullement, impropre qu'il est à affirmer la vérité de notre être *devant autrui*, voire même, symboliquement@ devant le monde entier. C'est grâce à cela que derrière chaque non-sens qui semble défier la raison, se cache un "sens" — ou pour mieux dire, le non-sens est le *moyen d'expression privilégié*, choisi par l'inconscient avec un instinct infaillible, pour *proclamer ce sens*, à la fois caché et ostentativement affiché devant tous[60](*) !

C'est là sûrement ce que j'ai senti obscurément, dans les jours qui ont suivi ma lecture de ce "non-sens@[1] : le "nain" (né pourtant pour être géant) juché sur les épaules d'un "géant" (aux moyens combien plus modestes que ceux du soi-disant "nain", juché sur lui tout en le reniant...), une des raisons[61](**) vérité" (n° 163). Voir notamment la note de 818
b. de p. [62](**) à la page 782., où je sonde cette espèce d'"incrédulité" devant l'évidence...

pour ma difficulté à prendre conscience clairement du *sens* révélé par ce non-sens, a été sans doute ma réticence à me reconnaître dans cette image à l'emporte-pièce du "géant" ; ou plutôt, peut-être, à me reconnaître dans une certaine *pose* ou *image de marque* qui a bel et bien été mienne et qui, par le truchement inattendu de ce non-sens grinçant, soudain m'interpellait 1 Ce n'est que des semaines plus tard, dans la note du 18 décembre "Le nerf dans le nerf — ou le nain et le géant" (n° 148), que je reviens enfin sur l'image insolite du nain et du géant, par un travail sur pièces cette fois, à un moment où le contexte de la réflexion sur l'Enterrement était tout prêt pour l'accueillir.

Cette image s'est aussitôt révélée (le jour même) comme une "image-force" cruciale pour la compréhension de la relation de mon ami à ma personne, et plus profondément et surtout, pour le début d'une compréhension (appelée sans doute a rester à jamais parcellaire) de la relation de mon ami à lui-même, c'est à dire aussi : de la forme particulière prise par *la*

[60](*) Pour un autre exemple, particulièrement ostentatif, d'un *sens* clamé par un apparent non-sens, voir la note "La plaisanterie — ou "les complexes poids"" (n° 83). Voir aussi les commentaires dans la note "La surface et la profondeur" (n° 101), notamment à la fin de la note (p. 440), et dans celle qui la suit, "Eloge de l'écriture" (n° 102ï.

[61](**) Une autre raison, et qui me semble avoir été l'obstacle principal est une certaine *inertie*, ou plus exactement, une sorte de pusillanimité à "en croire le témoignage de ses yeux, alors même que ce qu'on voit est assez inouï, jamais vu encore et ignoré et nié par tous". J'y ai été confronté à nouveau dernièrement dans la note "Le devoir accompli — ou l'instant de

division dans sa propre personne. Et dans la mesure où l'Enterrement fût mis en œuvre, avant tout autre, par mon ami ex-élève et ex-héritier[63](*), c'est cette même image aussi qui mfapparaît à présent comme 1 a force névralgique obstinément à l'œuvre tout au long de ce long Enterrement, comme son véritable *nerf.* Elle est au centre de la réflexion dans les quinze jours qui suivent le moment crucial de son apparition dans les notes, tout au cours des neuf notes qui se suivent, entre le 18 décembre (avec la note déjà citée "Le nerf dans le nerf — ou le nain et le géant") et la note du 3 décembre, "Le Frère ennemi — ou la passation" (n° 156).

La "validité" du rôle d'image-force névralgique que prend dans ma réflexion cette image d'anodine apparence, c'est-à-dire aussi, la question de la *réalité*, dans la psyché de mon ami 819
lui-même, d'une telle image-force, expression de conflits profonds et moteur pour des actes de compensation irrépressibles[64](*) — cette question, il me semble, ne peut être tranchée par une "démonstration", c'est à dire par une démarche dite "objective" qui serait censée remporter l'adhésion de tout interlocuteur de bonne foi et suffisamment informé. Pour moi, cette réalité ne fait aucun doute, et mon intime conviction n'est *pas* l'aboutissement d'une telle démarche "démonstrative". Elle s'est approfondie, il est vrai, au cours de la réflexion de ces quinze jours évoqués tantôt (réflexion dont je n'essayerai pas ici de faire un "résumé", ou un "bilan"). Mais elle était présente dès le premier jour — dès le moment où j'ai pris la peine, pour la première fois depuis ma lecture, de noter noir sur blanc ce que celle-ci m'inspirait, comme sous la dictée d'une voix silencieuse[65](**) qui m'aurait "rappelé" alors ce qu'au fond, déjà, je "savais". Je devais le "savoir", par des facultés de perception nullement extraordinaires certes, mais incomparablement plus déliées que celles que nous laissons communément entrer en jeu au niveau d'une prise de connaissance *consciente* des choses. Ces mécanismes de répression de ce qui est perçu "quelque part" en nous, et qui ne "cadre" pas avec la logique de routine de nos façons reçues de voir (ou plutôt, de ne *pas* voir) la réalité autour de nous — ces mécanismes-là, est-il besoin de le dire, sont aussi forts en moi qu'en quiconque. S'il y a une différence à cet égard entre moi

[63](*) II est vrai que dans cette "mise en œuvre", il a agi en étroite connivence avec "La Congrégation toute entière", à laquelle il a en quelque sorte servi d'instrument pour l'accomplissement d'une volonté collective. (Voir la note "Le Fossoyeur — ou la Congrégation toute entière", n° 97.) Mais il est possible que cette même image-force que j'ai perçue en mon ami, ait été présente également au niveau d'un "inconscient collectif" dans ladite Congrégation, trouvant son expression dans l'inconscient individuel de bon nombre parmi ses membres, et notamment, en certains de ceux qui furent mes élèves (et pas seulement en le seul Deligne). (12 mai) Cette intuition a fait du chemin, depuis que ces lignes ont été écrites, et à présent elle s'impose à moi avec la force de l'évidence. Voir à ce sujet la note "Le messager (2)" (ne 181).

[64](*) Par ce terme "irrépressibles", je n'entends nullement suggérer que la présence de cette force soit devenue une sorte de fatalité inéluctable, qui aurait échappé à la responsabilité de mon ami. L'action d'une telle force en nous n'est "irrépressible" que dans la mesure où on se plait et s'obstine à éluder la connaissance qu'on en a, aux fins d'encaisser les divers bénéfices et gratifications qu'on "achète" par cette "ignorance" délibérée. Le prix est exorbitant, il est vrai, mais d'ignorer également ce prix fait partie du même "deal".

[65](**) cette image de la "dictée" par une "voix silencieuse" m'est venue plus d'une fois, je crois, dans l'écriture de Récoltes et Semailles, et chaque fois comme chose allant de soi. Ce n'est là. nullertient la répétition de quelque "effet de style", mais reflète (il me semble) un aspect commun, plus ou moins manifeste d'une situation à l'autre, du processus de découverte.

et d'autres, c'est que j'ai fini par me rendre compte de leur silencieuse action en moi, et surtout, depuis qu'il m'arrive de "méditer" : que je prends la peine parfois, sous la poussée d'une indiscrète curiosité, de *poser* sur ces choses que je désire connaître, ce qui a pour effet de *faire remonter* à la surface de la conscience ce qui était obscurément perçu dans les couches plus profondes et de lui faire prendre forme.

La perception initiale se transforme d'ailleurs au cours du.@ r a — *va* i 1, qui lui donne forme tout en l'amenant au grand jour. Ce travail est en même temps une *décantation*, par quoi peu à peu la traduction consciente de la perception (en paroles intelligibles) se dégage des a-prioris subjectifs qui l'entachaient à mon insu. Dans ce cas d'espèce, un de ces aprioris déformants (détecté dans la dernière des notes citées tantôt) est le mécanisme invétéré en moi que me conduit à "me voir en yang", et ceci même dans des situations où, visiblement, c'est le versant yin de mon être, "la femme en moi", qui fournit la clef d'une compréhension (ou du moins, *une* des clefs, ou un des "éclairages", indispensables pour une compréhension nuancée). J'ai parlé ailleurs des *signes*, tout "subjectifs" certes et pourtant indubitables, , qui me disent la *progression* d'un tel travail[66](*), et d'autres aussi qui m'avertissent quand je fais fausse route, ou quand il y a piétinement momentané, lequel prend fin dès qu'il est détecté. 820

([167]) (25 février) Le plus clair de la journée de hier a été passée à écrire une longue lettre à un jeune collègue, Norman Walter, qui semble motivé pour se lancer dans la théorie des motifs, sans se laisser impressionner par une conjoncture décidément peu encourageante. Ça a été cette fois huit pages serrées (machine à écrire), sur les "six opérations" pour les catégories de motifs et pour les "catégories de coefficients" les plus importantes. Cela m'a fait réaliser à nouveau, avec stupeur, que depuis une vingtaine d'années que la question est posée (p a s dans la littérature, il est vrai...), *aucune* des "bonnes" catégories de coefficients "habituels" (sic l) pour la cohomologie des schémas n'a encore été seulement *définie* à l'heure actuelle, à la seule exception des "coefficients A-adiques" pour @ premier au schéma de base X ; et encore, ce travail là, dans le cadre bien sur des catégories triangule. es (indispensable pour le formalisme six opérations), fait dans la thèse de Jouanolou, n'a jamais été publié. Moi-même n'ai jamais tenu entre les mains un exemplaire du travail de thèse de cet élève[67](**). Ce sont là des signes éclatants de la désaffection générale frappant le programme de fondements que n'a pas jugé utile de m'envoyer un exemplaire de son travail. Je lui ai écrit l'an dernier pour en demander un. Il m'a informé (sans commentaire) qu'à son regret il n'en restait plus... (12 mai) Ma mémoire ici m'a induit en erreur — en fait la soutenance de thèse de Jouanolou s'est faite dès 1969. Pour de.° précisions à ce sujet, voir la note ultime (non écrite encore au moment d'écrire ces lignes) n° 176, dans la suite "Le dixième clou (au cercueil)". j'avais entrepris dans les années soixante, et dont je n'aurais certes pas soupçonné qu'il ne continuerait pas sur la lancée acquise, mais qu'il ([167]) 821

[66](*) Voir à ce sujet la note "L'enfant et la mer — ou foi et doute", n° 103.

@**) Le travail de thèse de Jouanolou, fait sans véritable conviction (ce qui le distinguait de celui de tous mes autres "élèves d'avant mon départ"), a traîné en longueur, et la soutenance n'a eu lieu qu'après 1970. Pas plus que pour celle de Deligne, je ne me rappelle avoir été informé de cette soutenance, et encore moins avoir été contacté pour faire partie du jury de thèse. Jouanolou serait cassé net (ou "tronçonné"...) sitôt après mon départ de la scène mathématique @

Quand le nombre premier A est *nilpotent* sur le schéma X, la catégorie des "coefficients @-adiques sur X", *E*@*(X) disons[68](*), ne devrait être autre que celle des "coefficients cristallins", avec opération de Frobénius F et *filtration* à la clef. La construction en forme de cette catégorie triangulée, sans même parler des six opérations, attend toujours que quelqu'un s'y attelé. Quant au "recollement" du cas J@-adique "ordinaire" (bien qu'introuvable 1) et du cas "cristallin" précédent, via un "foncteur mystérieux" que j'entrevoyais dès la fin des années soixante, pour parvenir à la définition de la catégorie de coefficients S.*(X) sans restriction sur 4, il n'est toujours pas fait même dans le cas non trivial le plus simple de tous, parenté entre les deux types de coefficients (adéliques. De Rham-Mebkhout, ces 822
derniers pris ici "à isogénie près"). L'avantage des seconds sur les premiers, qui les fait apparaître comme "plus fins" à certains égards, c'est que l'anneau de base naturel pour eux est @, alors que c'est l'anneau des adèles (beaucoup plus gros) pour la théorie axïélique.

Quant aux coefficients de De Rham-Hodge DRHdg*(X)[69](*) pour un schéma général, je n'avais guère d'idées précises comment les décrire, et Deligne n'est pas parvenu à les cerner de façon vraiment satisfaisante. L'idée novatrice ici est due à zoghman Mebkhout — et on sait sous quelles conditions d'adversité il a dû travailler, et quel a été le sort qu'on a fait à sa personne, une fois que la portée de ses idées avait été (très partiellement) reconnue. Toujours est-il qu'on dispose enfin d'un fil conducteur sûr pour aborder une construction en forme de catégories DRHdg*(X), en termes de conditions de finitude, d'holonomie et de régularité sur des complexes de "cristaux" (absolus — c'est à dire relatifs à la base absolue SpectS@ ?), avec peut-être la donnée supplémentaire d'une "filtration de De Rham" et d'une autre "filtration par les poids" — et avec l'espoir qu'on arrive à faire quelque chose, de plus, qui tienne deVout sans se restreindre à la caractéristique nulle, et qui pour une

[68](*) Le signe * après l'indication de l'anneau de base pour la théorie choisie (ici, l'anneau S@) indique qu'on travaille, non avec des "faisceaux constructibles" sans plus (4-adiques en l'occurence, dans un sens convenable) mais avec des *com* pM *exes* "constructibles" de faisceaux, objets de catégories triangulées convenables (dont la description en forme peut être délicate, alors même que la catégorie des faisceaux constructibles, en l'occurence S@(x), serait déjà connue). En travaillant avec des motifs (par quoi, le plus souvent, on entend des "iso-motifs" i. e. des "motifs à isogénie près", formant une catégorie @-abélienne), les catégories de coefficients naturelles pour y "réaliser" de tels (iso) motifs doivent être elles-mêmes @-abéliennes, donc ici on prendra @@(X), J@jj*(x). Quand on veut travailler avec tous les l à la fois, le plus naturel est de travailler avec une catégorie de faisceaux (ou complexes de tels) "adéliques", dont l'anneau de base est l'anneau des adèles 2 @ Ç, obtenue en "tensorisant" le produit de toutes les catégories de coefficients ZZ@*(X@ par @Q.

On fera attention que lorsque le nombre premier — 4 n'est pas premier au schéma X, alors dans la description des "coefficients A-adiques" sur x, les éléments nilpotents de @DX ne peuvent être négligés — ils interviennent au voisinage de la fibre X (A) de X en @@. A fortiori, il en sera de même des coefficients adéliques sur x, ce qui les rapproche des coefficients (tout aussi hypothétiques pour le moment) de De Rham-Mebkhout, dont il va être question dans le prochain alinéa. J'ai d'ailleurs l'impression que les deux principaux types de coefficients, les coefficients adéliques et ceux de De Rham-Mebkhout (à condition de munir ceux-ci de toute la richesse de structure à laquelle il est fait allusion plus bas), sont d'une "fidélité" comparable, en tant que descriptions (affaiblies), ou "réalisations", d'un même *motif*, cerné de très près par l'une comme par l'autre. Au sujet de cette "fidélité", j'avais d'ailleurs avancé dans les années soixante des conjectures, voisines de celle de Hodge ou de Tate (que mon ami a enterrées avec le reste...). Je compte y revenir dans le volume des Réflexions qui sera consacré au "vaste tableau des motifs". On sent une forte caractéristique positive donnée redonne plus ou moins les coefficients cristallins "hatibuels" (sic !). La chose extraordinaire, c'est que je semble être la seule personne au monde à sentir la tâche — Zoghman Mebkhout lui-même, instruit sans doute par une amère expérience, ne semble pas avoir la moindre envie de réfléchir ne futce qu'une journée de plus à des questions de fondements de *sa* philosophie ! J'aurais tort de m'en étonner, alors que je vois Deligne prêcher d'exemple avec la théorie de Hodge, coupant court à son propre élan, qui l'avait animé "de mon temps" et fait surgir une approche riche de promesses (non tenues. . .). Je soupçonne que le formalisme (pas même encore dans les limbes) des coefficients de Hodge (au dessus de variétés algébriques complexes X) devrait être plus ou moins contenu dans celui des coefficients que tantôt j'appelais (suivant mes réflexes de langage des années soixante) "coefficients de De Rham", ou aussi "de De Rham-Hodge", pour rappeler le lien de l'objet *filtré* de De Rham avec l'objet *gradué* associé (dit "de Hodge"). Mais vu le rôle crucial de la philosophie de Mebkhout pour appréhender ces catégories de coefficients (qui restent toujours hypothétiques, certes), il vaudrait mieux sans doute les appeler *"coefficients de De Rham — Mebkhout"* (notation DRM*(x)) ou, à la rigueur, "coefficients de De Rham-Hodge-Mebkhout", DRHM*(X). Quand X est de type fini sur le corps des complexes (E, on devrait pouvoir reconstituer les hypothétiques catégories de coefficients de Hodge

(12 mai) Comme on le verra plus bas, ce nom et cette notation "à l'improvisée" s'avèrent impropres. J'ai finalement opté pour la notation DRM*(X) ou Meb*(X), duale de DRD*(X) ou Del*(x), pour les coefficients respectivement de De RhamMebkhout, et ceux de De Rham-Deligne. Ces derniers ont été laissés pour compte par leur père en 1970, et adoptés par moi en pleine connaissance de cause en l'année de grâce 1985, comme un des ingrédients de base (avec les coefficients de Mebkhout) de la panoplie grothendieckienne. . . Hdg*(x) 823
(que je n'appellerais certes pas de Hodge-Deligne, alors que Deligne me semble avoir tout fait pour cacher le problème, bien loin de le mettre en évidence 1), de façon plus ou moins "tautologique", ainsi que les six opérations dessus, à partir des coefficients de De Rham-Mebkhout, auxquels on rajoute simplement une structure supplémentaire (de nature transcendante, elle) dite "de Betti". Il m'apparaît donc que les principales questions qui se posent pour la description des "catégories de coefficients "naturels"" pour la cùhomologie des variétés algébriques[70](*) sont à l'heure actuelle les suivantes :

1) Description de la catégorie de coefficients A-adîques ﬃ,*(X@, pour @ nombre premier donné et pour *tout* schéma X (pas nécessairement'premier à @"), et d'un formalisme des six opérations pour ces coefficients. (Cette question apparaît plus ou moins équivalente à celle du "foncteur mystérieux".)

2) Description de la catégorie DRM*(X) des "coefficients de De Rham-Mebkhout" pour tout schéma X, ou éventuellement, de catégories analogues DMR*(X/S) pour des schémas relatifs (DMR*(X) @ CMR*(X/Spec (zz)), et d'un formalisme des six opérations pour ces coefficients.

[70](*) Ces questions, en un sens, sont préliminaires (ou tacitement supposées résolues) pour le développement du yoga des motifs avec toute la précision et la généralité qui lui incombe, et que je lui voyais dès les années soixante.

Il est possible qu'il y ait pour 2) plusieurs variantes possibles, suivant la richesse de structure qu'on décide d'introduire dans ces coefficients. Le "théorème du bon Dieu" (alias Mebkhout) nous montre en tous cas a priori (pourx de type fini sur le corps des complexes, tout au moins) qu'il doit exister un formalisme des six variances pour des coefficients cristallins à la Mebkhout, sans avoir à y introduire "par dessus le marché" des filtrations à la De Rham ou/et par le poids. Un troisième type de structure supplémentaire important@ qui existera forcément sur le complexe cristallin de De Rham-Mebkhout K sur X associé à un motif (ou "coefficient absolu") sur un schéma X général, sera la donnée pour tout nombre premier p d'un "Frobénius"

K (p)(p) @@K (p) , où K (p) désigne la restriction au sous-schéma X (p) déduit de X par réduction mod. p, et où l'exposant (p) désigne le "Frobéniusé" de K (p), i. e. son image inverse par Frobénius X (p) @@ X (p). Ainsi, suivant les structures supplémentaires (parmi les trois qu'on vient de nommer) qu'on peut se proposer d'introduire sur un complexe cristallin, on peut prévoir a priori *huit* variantes au total, pour une notion de "coefficients de De Rham-Mebkhout". C'est un travail sur pièces seulement qui pourra nous montrer 824
lesquelles de ces variantes donnent lieu bel et bien à un formalisme des six opérations. Il est vrai aussi que pour les besoins du yoga des motifs, alors qu'on se propose de trouver des objets "algébriques" simples, qui "collent" le plus près possible aux motifs, pour en décrire le plus fidèlement et richement possible la structure, ce sont les coefficients "les plus riches" qui a priori paraissent "les meilleurs". C'est là, dans leur grande richesse, que résidait d'ailleurs le charme principal des coefficients de Hodge — au point même qu'on pouvait espérer reconstruire de toutes pièces la catégorie des motifs sur @E (si la conjecture de Hodge était vraie), voire même, celles des motifs sur tout X de type fini s-tir @.

Cela rappelle à mon attention qu'il est possible que certaines des structures soient "superfétatoires", qu'elles découlent des autres (mais d'une façon, il est vraie, si cachée, qu'on aura du mal à l'expliciter en termes terreà-terre)[71](*). Par exemple, sur la cohomologie de De Rham (relative sur S) d'un schéma X lisse sur un autre S, j'ai mis en évidence (vers la fin des années soixante)[72](**) l'existence d'une connexion (absolue) canonique sans courbure, que j'ai appelée *connexion de Gauss-Manin.* Il en résulte que la structure de Hodge-Deligne

[71](*) Comme remarque qui va dans le même sens, je signale ici la nécessité de faire attention aux compatibilités éventuelles, plus ou moins cachées, à imposer à l'ensemble des structures associées à un type de "coefficients cohomologiques" donné. Je songe ici, surtout, aux compatibilités (de nature plus ou moins algébriques) qui se trouvent automatiquement réalisées dans le cas des coefficients "motivisables" (i. e., qui proviennent d'un motif). Il est plausible qu'il faudra les imposer dans les catégories de coefficients envisagés, si on tient à avoir un formalisme des "six opérations" (indépendamment même du propos de "cerner" les motifs d'aussi près que possible). Je songe notamment aux conditions d'holonomie et de régularité à l'infini pour les coefficients de Mebkhout, et aussi (si on met comme structure supplémentaire une filtration de De Rham) les conditions à la Griffiths reliant filtration de De Rham et connexion de Gauss-Manin. Ces exemples rendent assez clair, je suppose, à quel point la tâche fondamentale de décrire les "bonnes" catégories de coefficients cohomologiques, avec la contrainte "six opérations", obligera à explorer et à utiliser à fond toutes les structures envisagées à ce jour sur "la cohomologie des variétés algébriques", et les relations qui peuvent lier ces structures. C'était d'ailleurs là, dès le début, le propos principal du yoga des motifs — fournir une *unité* derrière une disparité, et en même temps, un fil conducteur sur pour se reconnaître dans cette disparité.

[72](**) (2 mai) En fait, c'était dès l'année 1966.

associée par Deligne a un schéma X lisse sur @C (et sûrement même, celle associée à tout schéma de type fini X sur "C) est munie canoniquement d'une telle connexion, relativement au sous-corps premier @j). Si tant est que la cohomologie motivique elle-même se reconstitue déjà à partir de sa "réalisation de Hodge", cela signifie que sur toute structure 825
de Hodge qu'on pourrait appeler "motivique" ou "algébrique" (i. e. provenant d'un motif), il y aurait une telle connexion canonique de Gauss-Manin. Il ne serait pas difficile dès lors@ de même, de décrire d'autres structures canoniques, plus subtiles, associées à une structure de Hodge-Deligne, et dont l'existence "découle du motif" : existence d'opérations de certains groupes de Galois profinis sur Bet (K) @ E. (où Bet (K) est le "réseau" sousjacent à la structure de Hodge-Deligne K), et "structure de Frobenius" sur les "réductions mod p" (pour presque tout p). C'est justement cette riche mul-@ tiplicité de structures sans liens apparents, dont le lien caché est *"le motif" commun* à toutes ces structures — c'est cette richesse qui pour moi a représenté @et représente encore) la fascination particulière du thème de la cohomologie des variétés algébriques, et la fascination des "motifs", qui sont comme la délicate mélodie commune qui donne vie et sens à ce thème aux innombrables variations[73](*).

S'il y a quelqu'un, à part moi, qui ait entendu et senti cette mélodie et qui s'en est longuement laissé imprégner, alors qu'elle fusait et se déployait devant lui, c'est bien Pierre Deligne. S'il y a quelqu'un à qui j'aie confié quelque chose de vivant, une chose délicate et vigoureuse en quoi j'avais mis du meilleur de moi-même, nourrie au fil des ans de ma force et de mon amour — c'est lui. C'était là une chose faite pour se déployer au grand jour, pour croître et pour se multiplier — une chose qui était semence et qui était giron, toute prête à transmettre la vie qui était en elle. Ce court contact de hier et d'aujourd'hui a été un peu comme des *retrouvailles* avec une chose que j'avais depuis longtemps perdue de vue — les retrouvailles avec non pas, des mots,, ou des concepts, ni des objets inertes, mais avec une chose emplie d'une *vie* intense. Et ce contact me fait mesurer aussi à nouveau que 826
cette "chose" que j'avais laissée est assez vaste et assez profonde pour inspirer la vie entière d'un mathématicien qui s'y donnerait corps et âme, et d'autres mathématiciens après lui — car sa vie sans doute ne suffira pas à la tâche[74](*).

C'est une coïncidence étrange et bienvenue, que cette rencontre se soit faîte au moment où. je viens de faire une autre "rencontre" toute aussi inopinée : la rencontre avec ce texte

---

[73](*) @26 mars) Après ma courte réflexion sur les question (intimement reliées) des divers types de "catégories de coefficients" (pour "cerner les motifs"), et les "conditions algébriques" que doit satisfaire une classe de cohomologie "algébrique" (i. e. provenant d'un cycle algébrique@ dont il a été question au début de la note de hier (n° 176), j'ai décidé d'inclure une réflexion sur les motifs, les "coefficients", et les conjectures standard, dès le tome 3 des Réflexions (contenant la dernière partie de Récoltes et Semailles). Je crois dès à présent avoir le principe d'une description en forme de "la" catégorie triangulée des motifs sur un schéma, tout au moins dans le cas crucial (auquel on devrait pouvoir se ramener par passages à la limite) où celui-ci est de type fini sur la base absolue ZL* Comme seul ingrédient nouveau par rapport à mes idées des années soixante, il y a la "philosophie de Mebkhout" (exprimée par le "théorème du bon Dieu"). De plus, je suppose résolu le problème (sûrement abordable dès à présent !) du "foncteur mystérieux", qui joue un rôle crucial dans la description complète que j'entrevois a présent.

[74](*) (26 mars) II me semble possible maintenant que j'aie surestimé l'ampleur (mais non, certes, la portée) de la tâche. Voir à ce sujet la note de b. de p. précédente, datée de ce même jour.

où mon ami s'exprime justement, en s'abstenant de la nommer, au sujet de cette chose qui me tenait le plus à cœur, parmi toutes celles que j'ai mises entre ses mains. "On n'en connaît sans doute guère plus aujourd'hui qu'un vague squelette"...

Ces paroles ont continué a me hanter au cours des trois jours écoulés. Je reconnais bien la suffisance — la suffisance de celui pour qui "rien n'est assez beau pour qu'il daigne s'en réjouir". Et, sans l'avoir cherché, m'est revenu le souvenir du *"tombeau"*[75](**). La même impression a repris vie en moi, s'exprimant par cette même image muette et insistante. Cette chose vivante qui m'était chère, j'avais crû naguère la confier entre des mains aimantes — et c'est dans un tombeau, coupée des bienfaits du vent, de la pluie et du soleil qu'elle a croupi pendant ces quinze ans où je l'avais perduede vue. Aujourd'hui je la trouve exsangue, "un vague squelette...", objet du condescendant dédain de celui qui a bien voulu *se servir* d'elle, et qui n'a garde de jamais *se donner*.

LES QUATRE OPERATIONS (sur une dépouille) 827

(@@@@) (22 avril) La note qui devait enchaîner ici avait comme nom prévu de longue (@@@@) date : "Les quatre opérations" (nom qui sera expliqué de façon circonstanciée au début de la note suivante-[76](*)). Je pensais consacrer à cette "mise en ordre" (d'une enquête qui m'avait alors semblé terminée) une note, ou deux à tout casser. Cela fait près de deux mois déjà qui se sont écoulés depuis lors, et vu l'afflux de rebondissements imprévus, je n'ai pas terminé en ce moment encore de faire tout à fait le tour du sujet. A un an de distance, c'est comme si le scénario à surprises de la découverte de l'Enterrement se répétait, sur un diapason différent.

Finalement, dans la table des matières, les fameuses "Quatre opérations" en sont venues à désigner non pas une note ou deux, mais tout un copieux ensemble, un peut touffu je crains, de *trente* notes et sous-notes[77](**). Elles se groupent en huit parties (1) à (8), aux noms (je l'espère) suggestifs, depuis (1) "Le magot" à (8) "Le sixième clou (au cercueil)". Chemin faisant, j'ai été conduit à remanier de fond en comble les quatre notes[78](***) qui avaient formé le "premier jet" des "Quatre opérations" (entre le 26 février et le 1 mars). Je me suis expliqué au début de la note "Le seuil" (n° 172) du 22 mars (il y a un mois exactement), au sujet de cette entorse à l'esprit suivi partout ailleurs dans l'écriture de Récoltes et Semailles.

Les quatre notes en question sont : *"Le silence"*, *"Les manœuvres"*, *"Le partage"*, *"L'Apothéose"* (n°s 168, 169, 170, 171)[79](***), consacrées successivement a faire une esquisse d'ensemble 828 de chacune des quatre "grandes opérations" d'escamotage et d'appropriation, autour de mon œuvre d'abord, de celle de Zoghman Mebkhout ensuite. Je conseillerais au lecteur de se borner d'abord à lire ces quatre notes, à l'exclusion des notes de bas de page (plus

[75](**) Au sujet de cette impression, forte et longtemps inexprimée, qui m'a hantée après le "deuxième tournant" dans ma relation à Deligne, voir la note "Le tombeau" (n° 71).

[76](*) (12 mai) Après scindage en quatre de cette ancienne note "Le silence" (n° 168), la "note suivante" est "Les quatre opérations ("mise en ordre" d'une enquête)" (n° 167″).

[77](**) (12 mai) Depuis que ces lignes péremptoires ont été écrites, ce nombre s'est encore augmenté a cinquante et une notes et sous-notes, et rien ne prouve que (tel une mer...) il ne va encore monter...

[78](***) (12 mai) Ces notes, ayant pris des dimensions prohibitives, ont finalement été sciendées chacune en plusieurs, en les notes n°s 168 (i) — (iii), 169 (iï-(v), 17o (i)-(iii), 171 (i)-(iv).

copieuses ici que dans toute autre partie de Récoltes et Semailles), et des sous-notes (exceptionellement nombreuses et étoffées elles aussi) auxquelles il est référé dans le texte "principal". Il pourrait continuer sur cette lancée avec les quatre notes principales suivantes : "L e *seuil"*, *"L'album de famille"*, l'L'*escalade* (2) "', *"Les Pompes Funèbres — "* i m *Dienst der wissenschaft* "" (n°s 172–175), qui, elles, n'ont plus rien de technique.

Le lecteur curieux de prendre connaissance de façon plus circonstanciée des tortueux dédales de ces "quatre opérations" pourra inclure dans une deuxième lecture les notes de bas de page et les sous-notes, et même (s'il n'a pas lu la première partie de l'Enterrement, ou s'il sent le besoin de rafraîchir ses souvenirs de lecture), se reporter au fur et à mesure (comme moi-même l'ai souvent fait) aux passages de l'Enterrement I (ou "La robe de l'Empereur de Chine") auxquels il est abondamment référé.

Le contenu essentiel de chacune des trentes notes qui constituent (ou qui décrivent et commentent) "Les quatre opérations" est, à chaque fois, de nature non technique. Il me semble qu'il peut être compris par tout lecteur intéressé et intelligent, même s'il n'est nullement un expert en cohomologie des variétés algébriques, ni même mathématicien ou tant soit peu "scientifique". Pour celui qui hésiterait pourtant à s'engager et se faire happer dans toutes les arcanes de "l'art de l'arnaque", je recommanderais plus particulièrement les sous-notes suivantes, dont la substance me paraît la plus riche, et dont l'intérêt dépasse visiblement celui qu'on peut prendre au "démontage" de "magouilles" parfois abracadabrantes et toujours montées avec art (à l'usage de celui qui ne demande qu'à se laisser embobiner...). Ce sont les sous-notes' "L'*évic* t *ion"* (n° 169), puis *"Les vraies maths..."*, "... *e.* t *le "non-sensé""*, *"Magouilles et création"* (formant les premières trois parmi les cinq sous-notes groupées sous le nom "La Formule"@ et enfin les quatre sous-notes à la note "L'Apothéose" (n° 171), concernant l'étrange aventure de Zoghman Mebkhout : *"Eclosion d'une vision — ou l'intrus"*, *"La maffia"*, *"Les racines"*, *"Carte blanche pour le pillage"* (n°s 171 à 171). Ce sont donc là huit sous-notes (parmi un total de vingt et un[80](*)@que je recommande particulièrement à l'attention du lecteur.

Quant aux autres treize sous-notes, le lecteur qui n'aura que faire de leur "intérêt documentaire" pourrait néanmoins les lire, en des moments de loisir, dans l'esprit dans 829
lequel il lirait un rocambolesque romain d'aventures policières, où le détective amateur improvisé (en ma modeste personne) suit à la trace et rassemble les "indices", les uns ténus et élusifs et d'autres si énormes que personne n'arrivait plus à les voir ; lesquels indices finissent par s'assembler en un *tableau* (de mœurs) haut en couleurs et irrécusable, où un "second Monsieur Verdoux (alias Landru), souriant et affable/ procède au dépeçage-calcinage de ses candides et innocentes victimes, sous l'oeuil attendri (voire admiratif) de tous les braves gens du voisinage. Ils sont depuis longtemps habitués a l'odeur un peu particulière, qui visiblement ne gêne plus personne. Il en est même plus d'un qui a pris exemple sur son sympathique et astucieux voisin, et les cheminées ronronnent et graillonnent à qui mieux mieux.

Le "détective", entièrement édifié, n'a plus qu'à se retirer sur la pointe des pieds : visi-

[80](*) (12 mai) Devenu vingt et sept entretemps, sans compter le sixième clou au cercueil (qui compte sept notes plaisantes et délectables).

blement, l'accord est ici unanime, et tout est pour le mieux dans le meilleur des mondes...

([16]) (26 février)[81](*) Il me semble avoir fait le tour, plus ou moins, de l'Enterrement. Un ([16])
tour incomplet certes, et provisoire — mais pour le moment, je crois que je n'irai guère plus loin. Je sens que c'est d'un recul que j'ai besoin désormais, et qu'il est temps maintenant de terminer. Il me reste à faire le bilan, de ce que j'ai appris au cours de cette méditation impromptue qu'a été l'écriture de Récoltes et Semailles.

C'est la réflexion sur l'Enterrement qui a constitué de loin la plus grande part de mon travail. Cette réflexion s'est poursuivie consécutivement sur deux niveaux bien distincts. Il y a eu tout d'abord, après "l'acte de respect" bien nécessaire qu'a été la double note "Mes orphelins" et "Refus d'un héritage — ou le prix d'une contradiction" (n°s 46, 47), la découverte progressive de l'Enterrement "dans toute sa splendeur". J'en avais bien humé l'air depuis sept ou huit ans — ce "vent de discrète dérision" vis-à-vis d'une œuvre et d'un certain style, et cette "fin de non recevoir" toute aussi discrète, et sans failles, réservée à
ceux qui faisaient mine encore de s'en inspirer et gui, d'une façon ou d'une autre, "portaient 830
mon nom". C'est là l'aspect de l'Enterrement, par une mode et par un "consensus sans failles", qui est examiné dans la note "Le Fossoyeur — ou la Congrégation toute entière" et dans celles qui la précèdent (n°s 93–97), formant le Cortège X alias "Le Fourgon Funèbre". Cet aspect-là, dont l'appréhension était restée diffuse au cours des années écoulées, faute de prendre la peine d'y consacrer une réflexion circonstanciée, s'est considérablement clarifié au cours du travail, sans pour autant s'être enrichi pour moi de fait véritablement nouveau.

Le fait nouveau par contre, auquel j'ai été confronté pour la première fois le 19 avril l'an dernier, ou le "fait divers" si on veut, est une certaine *opération* de vaste envergure qui s'est faite autour de mon œuvre, et de celle aussi du seul mathématicien qui ait assumé, après mon départ de la scène mathématique, le rôle ingrat et périlleux de "continuateur de Grothendieck" : Zoghman Mebkhout.

La découverte faite ce 19 avril (du volume Lecture Notes 900, de 1982, où se trouvent exhumés les motifs, après douze ans d'un silence de mort[82](*) et sans mention de ma personne) a été le point de départ de ce qu'on peut appeler une *enquête*, au sens restreint du terme : une enquête sur le sort qui avait été réservé à mon œuvre, et en tout premier lieu par ceux qui en avaient été les premiers et principaux dépositaires, à savoir, mes élèves. Cette enquête a mis à jour bon nombre de faits, les uns plus imprévus que les autres, qui au fil des jours et des semaines, se sont assemblés en un tableau, en quelque sorte extérieur, de ce qu'a été l'Enterrement et quels en ont été les principaux acteurs. Ce tableau n'est sans doute pas complet, mais il est suffisamment riche en détails parfaitement précis et irrécusables, pour suffire à ma curiosité dans cette direction-là. C'est là le premier des deux

[81](*) Cette note, qui initialement devait s'appeler "Les quatre opérations" et prendre la suite de "La mélodie au tombeau — ou la suffisance" (note n° 167), est de près de deux mois antérieure à la note (de nature introductive) qui précède, "Le détective — ou la vie en rosé" (n° 167′). Je conseille de lire d'abord cette dernière.

[82](*) (19 avril) Pour une rectification au sujet de ces "douze ans", voir la sousnote "La préexhumâtion", n° 168 .

"niveaux" de la réflexion, auxquels je faisais allusion tantôt. Il correspond essentiellement au "premier souffle" de la réflexion sur l'Enterrement, se poursuivant du 19 avril jusque vers le 10 juin, et prenant fin par l'"épisode maladie".

C'est là aussi, à peu de choses près, la partie "Enterrement I" (ou'La robe de l'Empereur de Chine ") de mes notes. Il faut y ajouter de plus la note "L'Eloge Funèbre (1) — ou les compliments" (n°104î, qui est du 12 mai, mais a été rejetée (un peu arbitrairement sans doute) dans le cortège ultérieur et ultime "La cérémonie Funèbre", faisant partie de l'"Enterrement II". Je joindrais encore à cette "enquête", formant le "premier niveau" de 831
la réflexion, la note qui fait suite a l'a note citée, savoir "l'Eloge Funèbre (2) — ou la force et l'auréole" (n° 105), (*@), se pousuivant d'ailleurs encore dans les commentaires de la → (*@)
note suivante "Le muscle et la tripe (yang enterre yin (1))" (n° 106). Ces deux dernières notes sont de fin septembre — début octobre. Egalement, dans la lignée "Eloges Funèbres" i. e. celle des (très rares) documents écrits où Deligne s'exprime tant soit peu a mon sujet, on peut joindre a cette enquête les deux notes suscitées dernièrement par la notice biographique de Deligne, savoir "Requiem pour vague squelette" et "La profession de foi — ou le vrai dans le faux" (n°s 165, 166). Enfin, il s'y ajoute encore la note "Les points sur les i" (n° 164), donnant un certain nombre de précisions (surtout matérielles), la plupart fournies par Deligne lui-même lors de sa visite chez moi au mois d'octobre dernier[83](**).

Après l'épisode-maladie, mettant fin à toute activité intellectuelle pendant plus de trois mois, le "deuxième souffle" de la réflexion (ou le "deuxième niveau" dont je parlais tantôt) a été motivé par un effort de comprendre le *sens* de cet ensemble de faits, dont certains vraiment très gros pour ne pas dire incroyables, que l'enquête des mois d'avril et de mai avait amenés au grand jour. La partie centrale de cette réflexion est "La clef du yin et du yang", en large partie indépendante du thème de l'Enterrement proprement dit, lequel réapparaît pourtant périodiquement, pour relancer à chaque fois une méditation sur ma personne, sur ma vie et sur l'existence en général.

Il est évident d'ailleurs que les deux niveaux de la réflexion, "enquête" et "méditation", ne sont nullement indépendants ni nettement séparés, mais qu'ils s'interpénétrent. Concrètement, cela se reflète par la présence, tout au long déjà de la première partie de l'Enterrement, d'un effort pour comprendre le sens de ce que je découvrais au fil des jours, et également par l'apparition, dans la deuxième partie encore, de faits matériels venant s'ajouter à ceux déjà obtenus au cours de l'"enquête" préliminaire.

Mon propos, pour le moment, est de faire un "bilan", ou un résumé dans les grandes lignes, des *faits* apparus au jour le jour tout au long de l'enquêbe. faits que je n'ai jamais 832
pris le soin encore d'ordonner de façon tant soit peu cohérente. Ce sera donc une *mise en ordre* de ce qui m'est connu à présent de cette "opération de vaste envergure" visant mon œuvre[84](*) et celle de Mebkhout. Suivant que c'est cette dernière ou la mienne qui en a

[83](*) Cette note était d'ailleurs prévue dès le lendemain du 12 mai, quand a été écrite la note précédente "L'Eloge Funèbre (1) — ou les compliments". Je me suis rendu compte alors que le texte que je venais de regarder d'un peu plus près était une véritable mine, que j'étais loin d'avoir épuisée... (Pour quelques détails sur l'Eloge Funèbre, voir le début de la note "L'Apothéose", n° 171).

[83](**) Voir au sujet de cette visite la note "Le devoir accompli — ou l'instant de vérité" (n° 163).

[84](*) D'après les faits qui me sont connus, il s'agit exclusivement de la partie de mon œuvre, se plaçant

fait les frais, et suivant la partie de mon œuvre qui a été prise comme cible, j'y distingue en fait *quatre* opérations principales ("les quatre opérations", en somme), que je voudrais tout d'abord passer en revue. Il se trouve que l'ordre dans lequel elles se sont signalées à mon attention au cours de la réflexion coïncide aussi (à une mini-inversion près des deux dernières) avec l'ordre chronologique dans lequel elles se sont enclenchées, après mon "départ" en 1970 (et même dès avant).

([111](i)@ — j — L'opération *"Motifs"*

En m'inspirant de certaines idées de Serre, et du désir aussi de trouver un certain "principe" (ou "motif") commun pour les divers "avatars" purement algébriques connus (ou pressentis) pour la cohomologie de Betti classique d'une variété algébrique complexe, j'avais introduit vers les débuts des années soixante la notion de *"motif"*. Tout au long des années soixante et surtout à partir de 1963 [85](**), et en marge de mes tâches de rédaction de fondera ments, j'ai développé sur ce thème un "yoga" (ou "philosophie") a la fois riche, et précis. Cette vaste théorie, qui restait conjecturale et le restera sans doute prendant quelques générations encore[86](***), offrait pourtant dans l'immédiat (et jusqu'à aujourd'hui encore) un guide très sûr pour s'y reconnaître dans les situations ou intervient la cohomologie des variétés algébriques, tant pour deviner "ce qu'on est en droit d'en attendre", que pour suggérer "les bonnes notions" à introduire et parfois, pour fournir des approches vers des démonstrations. Je dis à ce sujet dans l'Introduction à Récoltes et semailles ("La fin d'un silence", p. xviiii : 833

"Parmi toutes les choses mathématiques que j'avais eu le privilège de découvrir et d'amener au jour, cette réalité des motifs m'apparaît encore comme la plus fascinante, la plus chargée de mystère — au cœur même de l'identité profonde entre la "géométrie" et l'"arithmétique". Et le "yoga des motifs" auquel m'a conduit cette réalité longtemps ignorée est peut-être le plus puissant instrument de découverte que j'aie dégagé dans cette première période[87](*) de ma vie de mathématicien."

Mis à part des esquisses provisoires d'une construction explicite possible (parmi de nombreuses autres) pour la catégorie des motifs semi-simples sur un corps, les idées que j'avais développées sur ce thème dans mes notes personnelles sont restées au stade de

---

entre 1955 et 1970, consacrée au développement de mes idées sur la *cohomologie* des schémas et sur l'algèbre (co) homologique.

[85](**) L'année 1963 est celle du "démarrage" en force de la cohomologie étale (développée dans le séminaire SGA 4 en 1963/64), lequel apportait enfin une eau abondante au moulin des réflexions motiviques, qui jusque là, avaient un peu fait figure de spéculations. C'est dès l'année suivante que je développe le formalisme du "groupe de Galois motivique", dont le fondement conceptuel circonstancié a été développé (suivant le programme de théorie que je lui avais soumis) dans la thèse de N. Saavedra, parue seulement en 1972 (Springer Verlag, Lecture Notes n° 265).

[86](***) (s avril) II me semble à présent que cette théorie n'est pas aussi loin "à l'horizon" qu'il avait pu me sembler — pour peu seulement qu'on finisse enfin par s'y atteler ! Voir à ce sujet les commentaires dans la note "L'avare et le croulant" @n° 177) du 27 mars.

[87](*) Si je fais ici restriction à "cette première période de ma vie de mathématicien", c'est en pensant au "yoga de géométrie algébrique anabelienne", qui me paraît être d'une profondeur et d'une portée comparables, II en est question, tant soit peu, dans "Esquisse d'un Programme", qui sera inclus dans les "Réflexions" à la suite de Récoltes et Semailles.

la communication orale. J'étais bien trop absorbé par de nombreuses autres tâches de rédaction de textes de fondements[88](**) pour trouver le loisir des quelques mois requis pour développer mes notes manuscrites, de façon à en faire un "maître d'œuvre" d'ensemble de la vision intérieure qui s'était développée en moi, suffisamment "fouillé" pour me paraître publiable. A partir de 1965 et jusqu'au moment de mon départ de la scène mathématique en 1970, mon interlocuteur privilégié pour mes méditations motiviques (et autres), et le seul aussi qui ait pleinement assimilé le yoga des motifs et qui en ait senti toute la portée, a été Pierre Deligne.

On trouvera des précisions au sujet du "yoga des motifs" (plus circonstanciées que dans la partie de l'Introduction dont est extrait le passage cité) à la fin de la note "Mes orphelins" (n° 46) et surtout (concernant notamment la genèse du yoga) dans "Souvenir d'un rêve — ou la naissance des motifs" (n° 51). Pour l'insertion du "yoga des motifs" dans le formalisme des six opérations (lequel reste, aujourd'hui encore et depuis mon départ, ignoré par mes
élèves cohomologistes, en tant que structure fondamentale en algèbre homologique...) , voir 834
la note "La mélodie au tombeau — ou la suffisance" (n° 167). Pour la filiation des idées (entièrement escamotée dans la littérature) autour du yoga des poids (qui constitue un des ingrédients essentiels du yoga des motifs) et de la théorie de Hodge-Deligne (directement issue de ce dernier yoga), voir la note "Les points sur les i" ne 164 (partie II 4), ainsi que la sous-note (n° 164) qui lui fait suite.

(t[11]) i/opération "Motifs" a consisté/ d'abord et dès après mon départ de la scène mathématique, enl'*escamotage* systématique du yoga des motifs et du mot même de "motif" ; et ensuite/ après un silence de douze ans[89](*), et avec l'exhumation (en 1982) d'une version étriquée du yoga, en l'escamotage de ma modeste et défunte personne, comme ayant quelque chose à voir avec ledit yoga.

Le premier escamotage patent du yoga, sous forme du "yoga des poids", se place déjà en 1968, donc dès avant mon départ, dans l'article — de Deligne (aux Publications Mathématiques) sur la dégénérescence de suites spectrales. Il en est question d'abord dans la note "poids en conserve et douze ans de secret" (note écrite avant la découverte du "mémorable volume" d'exhumation), et de façon circonstanciée au début de la note "L'éviction" (notes n°s 49, 63).

Cet escamotage-coup de sonde, en l'absence de toute réaction[90](**), se poursuit et

[88](**) II s'agit avant tout des textes EGA (Eléments de Géométrie Algébrique, en collaboration avec Jean Dieudonné) et SGA ("séminaire de iGéométrie Algébrique du Bois Marie), ces derniers rédigés seuls ou en collaboration (avec des élèves notamment), suivant des idées directrices et des maîtres d'œuvre de mon crû. Pendant les années 1959 à 1969, le "débit" moyen de ces textes, qui tous sans exception sont devenus des textes de références standard, a été de mille pages par an environ. Ce travail de fondements s'est arrêté net du jour au lendemain, dès mon départ de la scène mathématique. Voir à ce sujet la note "Yin le Serviteur, et les nouveaux maîtres" (n° 135).

[89](*) (8 avril) Pour une rectification au sujet de ces "douze ans", voir la sous-note "La pré-exhumâtion" (n°168(iv)) qui fait suite à la présente note "Le silence'

[90](**) c'était de moi en tout premier lieu qu'une telle réaction aurait pu et dû venir. Alors qu'avec le recul le manque d'honnêteté dans la présentation de cet article m'apparaît évidente (cf. note citée, n° 63), je n'ai pas eu moi-même la droiture (ou l'honnêteté) d'en prendre acte, en présence d'un "léger malaise" quand j'ai tenu l'article entre les mains et que je l'ai parcouru rapidement. Au sujet du rôle d'une

s'accentue avec les articles Hodge I, II, III de Deligne, exposant la belle généralisation de la théorie de Hodge développée par lui en 1968/69. Alors que cette théorie est directement issue du yoga des motifs (comme il est rappelé plus haut), aucune allusion dans ce sens n'est faite dans Hodge II ni Hodge III — chose d'autant plus flagrante que Hodge II constitue la thèse de Deligne, qui avait été mon élève pendant des années cruciales de sa forma– tion[91](*)@ Quant à la courte "annonce" Hodge I (au Congrès International de 835
Nice en 1970), Deligne s'y borne à une référence-pouce sibylline d'une demi-ligne à "une théorie conjecturale des motifs de Grothendieck" (en une haleine avec une référence bidon à Serre, visiblement destinée à donner le change[92](**)). L'escamotage se poursuit avec la présentation du "yoga des poids" au Congrès International de Vancouver (1974), où le nom de Serre ni le mien n'est plus prononcé. Dans cette communication, pas plus que dans Hodge I au Congrès International de Nice (197O@, il ne souffle d'ailleurs mot d'une partie importante du yoga qu'il tenait de moi, dans le contexte motivigue (lequel reste rigoureusement tu) : le comportement de la notion de poids par les "six opérations" et, en tout premier lieu, par Rf et Rf. C'est là un exemple parmi beaucoup d'autres d'une pratique devenue courante, et dont Deligne me paraît avoir été un des tout premiers promoteurs : c'est de réserver l'exclusive de la connaissance des "grands problèmes" qui se posent dans un domaine déterminé de-la mathématique, à un groupe restreint de "gens dans le coup" (voire même, à sa seule personne), de façon à lui assurer une hégémonie totale, au lieu de les mettre à la disposition de la communauté scientifique et permettre à chacun de s'en inspirer[93](***). pour autant que je sache, ce problème n'est mentionné nulle part avant 836

certaine complaisance ou ambiguïté en moi, qui m'est apparue au cours de la réflexion sur l'Enterrement, voir la note "L'ambiguité", n° 63″. Au niveau conscient tout au moins, la pensée de la possibilité d'une malhonnêteté professionnelle, chez Deligne ou chez tout autre de mes élèves, ne m'avait jamais effleurée ; ou plutôt, — je l'ai repoussée en diverses occasions où la malhonnêteté était flagrante et se signalait à mon attention par ce "malaise" jamais identifié.

[91](*) II y a eu une sorte de connivence entre Deligne et moi pour escamoter sa relation d'élève à moi, étant bien entendu qu'il était bien trop brillant pour que je puisse prétendre avoir été son "maître". Je mets à jour et examine cette connivence dans la note "L'être à part" (n° 67′).

[92](**) II s'agit de l'article de Serre sur les analogues kahlériens des conjectures de Weil, qui avait été le "détonateur" me déclenchant sur les "conjectures standard"". C'est un bel article, qu'il n'est pas question ici de vouloir minimiser. Mais je sais bien que Deligne lui-même serait bien en peine d'expliquer en quoi cet article aurait été "une source" pour sa généralisation de la théorie Hodge — et sans doute personne n*a jamais songé à le lui demander. Ayant assisté de près à l'éclosion de la théorie de Hodge-Deligne, je sais bien quelle a été sa source (voir a ce sujet la note n° 164 déjà citée) — et que ce n'est nullement dans l'exposé de Demazure sur le B. A. BA de la définition des motifs qu'il l'a trouvée ! Il cite cet article comme référence à "la théorie conjecturale des motifs de Grothendieck", de façon à donner l'impression, à tout lecteur qui ne serait vraiment bien informé (et il n'y en avait pas des masses pour être bien informés. . .) que ladite "théorie conjecturale" se réduisait à l'exposé en question de Demazure, prenant avantage ainsi de l'absence de toute trace publiée plus circonstanciée sur le yoga des motifs.

[93](***) AU sujet de cette nouvelle mentalité, dont je n'ai jamais rencontré trace jusqu'au moment de mon départ en 1970, voir la note "Yin le Serviteur, et les nouveaux maîtres", n° 135, ainsi que la fin (datée du 28 février) de la note "Les manœuvres" (n° 169)(x). C'est cette mentalité que j'ai voulu saisir par le nom *"Le magot"* donné à l'ensemble des notes et sous-notes (n°s 168- 169Q) se rapportant aux deux premières parmi les "quatre opérations" autour de mon œuvre. (x) Cette fin est devenue la note "Le magot" (n° 169(v)).

qu'il ne soit résolu par Deligne dans son article "Weil II" de 1980 (dans le cas de Rfjï, sans bien sur me mentionner (qui lui avais communiqué la conjecture pertinente dans le contexte motivique, dont le contexte 1-adique qu'il traite est un reflet, au même titre que le serait le contexte des coefficients de De Rham — Hodge...).

Dans la mesure (très fragmentaire) où je connais l'œuvre de Deligne ou peux m'en faire une idée, je crois pouvoir dire que le yoga des motifs qu'il tenait de moi a été la principale source d'inspiration à travers toute son œuvre. Il a maintenue cette source occulte, en maintenant jusqu'en 1982 [94](*) un silence de mort autour de la notion de motif. La seule exception (sauf erreur'[95](*)) est la "demi-ligne témoin" de 1970, toute aussi incompréhensible[96](**) à tout autre qu'à lui et moi (et à la rigueur, à Serre peut-être) que deux ans plus tôt (dans l'article sur la dégénérescence de suites spectrales) sa référence sibylline à "des considérations de poids" qui m'avaient fait conjecturer "un cas particulier" de son résultat de dégénérescence (cf. note déjà citée "L'éviction", n° 63).

( ) Changement de décor soudain avec la publication du "mémorable volume" Lecture Notes 900 [97](***). Les motifs y sont exhumés à grandes fanfares, et une partie du yoga initial est enfin révélée. Dans ce volume, où mon nom apparaît deux ou trois fois "en passant" et comme par le plus grand des hasards, rien ne pourrait faire soupçonner au lecteur que je sois pour quelque chose dans les idées qui y sont développées. Ces idées sont présentées de telle façon qu'il ne peut y avoir aucun doute, dans l'esprit du lecteur, que le brillant auteur principal du volume, Pierre Deligne, vient tout juste de les découvrir et les présente là toutes chaudes. Il est vrai que, pas plus qu'à Nice ou à Vancouver il ne prétend que c'est lui qui a découvert le yoga des poids qui s'y trouve explicité pour la première fois dans la littérature, il n'est dit nulle part

@*) (8 avril) Voir, pour une rectification, la sous-note déjà citée "La pré-exhumation" (n° 168 (iv)). clair ici que c'est lui qui a trouvé toutes ces belles idées développées (apparemment) pour la première fois dans le volume, centré d'ailleurs autour d'un beau théorème dont il est bel et bien l'auteur. C'est là le style "pouce 1" où il est passé maître, sur lequel je commente d'abord dans la note "Pouce I" et dans "La robe de l'Empereur de Chine" qui lui fait suite (nes 77, 77'ï ; voir aussi les notes antérieures, écrites dans l'émotion de la découverte du "mémorable volume" : "L'Enterrement — ou le Nouveau père", "La nouvelle éthique — ou la foire d'empoigne", ainsi que "Appropriation et mépris" (n°s52, 59, 59′). en

En fait, non seulement toutes les principales idées du volume LN 900 concernant les motifs m'étaient connues dès les années soixante (où Deligne a eu toute occasion de les apprendre par ma bouche à partir de 1965), mais également le problème central du livre avait été soulevé par moi (et, bien sûr, communiqué à Deligne) dès la fin des années soixante. Pour des précisions dans ce sens, voir la note "Les points sur les i" (n° 164) (dans la partie I de celleci).

---

[96](**) Comme il est expliqué dans la note de b. de p. précédente, l'objet de cette référence-pouce n'était pas d'être "compréhensible" ou d'informer, mais bien d'induire (doublement) en erreur. Pour ce qui est de la filiation des idées. allant des motifs aux structures de Hodge-Deligne, (décrite dans "les deux notes citées plus haut), j'ai tout lieu de croire que je suis la seule personne au monde, à part lui, qui la connaisse.

[97](***) Springer Verlag, Lecture Notes in Mathematics, n° 900, Hodge cycles, Motives, and Shimura varieties, par P. Deligne, J. S. Milne, A. Ogus, K. Y. Shih.

Comme je le souligne dans l'Introduction à Récoltes et Semailles (dans "La fin d'un secret", p. xviii), Deligne n'a pas été le seul a qui j'aie parlé de façon circonstanciée du yoga des motifs, même s'il a été le seul à le faire sien intimement. S'il y a eu escamotage total, pendant une dizaine d'années[98](*), de l'existence même de ce yoga, et plus tard du rôle qui a été le mien pour le découvrir et pour le développer et l'approfondir, cet escamotage n'a pu se faire qu'avec la connivence de bon nombre de mathématiciens que je comptais parmi mes amis, et notamment, avec celle de chacun de mes "élèves cohomologistes" (commutatifs)[99](**). Cet escamotage s'est fait pour le douteux "bénéfice" d'un seul, mais par les actes et omissions solidaires d'un bon nombre. sur lesquels j'ai d'ailleurs fait une série 838
d'exposés circonstanciés à l'IHES (en 1967). Ceux d'entre eux qui sont restés branchés sur le thème de la cohomologie des variétés algébriques me paraissent donc solidaires de l'enterrement qui a eu lieu du yoga des motifs, sur l'initiative du principal "intéressé" Deligne. Il s'agit surtout ici de J. L. Verdier, L. Illusie et P. Berthelot, qui de plus se sont signalés chacun de façon plus active que par une simple connivence, dans certaines des trois autres "opérations" dont il va être question.

Mis à part Deligne et mes autres élèves cohomologistes, c'est la responsabilité des *co-auteurs* avec Deligne du "mémorable volume" LN 900 qui me paraît le plus lourdement engagée, savoir celle de J. S. *Mi*1*ne*, A. 0*gus* et K. Y. *Shi* h. Ce sont des mathématiciens que je ne connais pas personnellement, et rien ne me permet de préjuger de leur mauvaise foi. ; pour moi, cela n'enlève rien pourtant à leur entière responsabilité, en tant que co-signataires de ce volume peu ordinaire.

([111]Uv) j ($_8$ avrilj On mia signai@ dernièrement l'article de Deligne "Valeurs de fonctions L et périodes d'intégrales", paru en 1979 (proceedings of Symposia in Pure Mathematics, Vol. 33 (1979), part 2, pp. 313–346), dans le même volume que l'article déjà mentionné de R. P. Langlands "Automorphic représentations, Shimura varieties and motives. Ein Marchen Corvallis" (pp. 205–246). Ce dernier article (mais non celui de Deligne) figurait dans la bibliographie commentée sur les motifs que m'avait fait parvenir Deligne en août dernier, et j'avais été sous l'impression que c'est dans cet article de Langlands qu'il est pour la première et seule fois question des motifs dans la littérature après mon départ, avant l'exhumation de 1982 (mis à part les exposés de Saavedra et Kleiman cités dans l'avant-dernière note de bas de page).

En fait, dans l'article cité de Deligne, figure un "chapitre 0" intitulé "Motifs" introduit

[98](*) D'après une "bibliographie commentée des motifs" que Deligne a eu la gentillesse de me communiquer en août dernier,, il y a eu encore dans la littérature deux travaux sporadiques sur les motifs après mon départ, l'un et l'autre en 1972 (dans la thèse de N. Saavedra, préparée avec moi, et dans un rapport de S. Kleiman). La prochaîne référence, due à Langlands, se place en 1979. Après, c'est LN 900 en 1982. Sauf erreur, le mot "motif" n'apparaît dans aucun texte publié de Deligne, entre 1970 et 1982 — pas plus qu'il n'est fait allusion, dans un texte publié (à l'exception tout au plus de la note biographique examinée dans les notes n°s 165, 166) au fait qu'il ait pu apprendre quelque chose par ma bouche. . .

(8 avril) Au sujet du "sauf erreur", voir rectification dans la sous-note "La . pré-exhumâtion" (ne 168 ([@iv])ï.

[99](**) Je crois pouvoir dire que tous mes élèves d'avant 1970, à la seule exception de Mme Sinh (qui n'était pas sur place, mais travaillait au Viet-Nam), étaient au courant (sans les avoir nécessairement assimilées) de mes idées sur les motifs.

par : "On y rappelle. *une partie* du formalisme, *du* à *Grothendieck*, des motifs" (c'est moi qui souligne). La présentation donnée est telle qu'il apparaît clairement que le principe général de construction que j'avais donné pour une catégorie de motifs (semi-simples, c'est sous-entendu) sur un corps, était multivalente — d'ailleurs dans la section 0.6 il est dit qu' *"une des définitions* de Grothendieck des motifs s'obtient en..." . A cet égard, la présentation est donc honnête. Il est vrai que la partie du "yoga" des motifs exposée ici est la partie la plus élémentaire, qui pratiquement existait déjà dans la littérature (dans les exposés de Manin, Demazure, Kleiman, Saavedra), et où ma paternité était donc particulièrement 839
notoire. (Il semblerait par contre que l'escamotage de ma personne — et de celle de Serre — dans le yoga des poids, et plus tard dans le groupe de Galois motivique, ait passé sans la moindre anicroche...)

Comme j'ai eu occasion de la souligner déjà (dans la note "L'escalade (2)", n° 174), il semblerait qu'il y ait eu, après la culmination provisoire de "l'opération Enterrement" en 1977 (avec l'opération "SGA 4 *a — SGA 5 "), une accalmie relative jusqu'à l'"apothéose" du Colloque Pervers en 1981, lequel Colloque marque la fin de toute velléité de retenue dans le dépeçage d'une dépouille. (Voir la note "L'Apothéose", n° 171.) L'article de Deligne, visiblement se place sous le signe de cette accalmie. Je présume que l'intérêt de Langlands pour le yoga motivique lui avait forcé la main pour finalement "vendre la mèche" (déjà éventée) des motifs, à un moment pourtant qui psychologiquement n'était pas mûr encore pour passer purement et simplement sous silence le nom du défunt. Il y a eu, dans les trois années à peine qui ont suivi, une "escalade" saisissante en effet (pour reprendre l'expression de la note "Les manœuvres" qui suit celle-ci), entre cette timide "pré-exhumation" des motifs, et l'"exhumation à grandes fanfares" qui a eu lieu avec le "mémorable volume" LN 900 en 1982.

(22 avril) La (mini) découverte commentée dans la page qui précède s'est continuée et amplifiée considérablement dans les jours qui ont suivi. J'ai en effet pris connaissance de l'article cité de R. p. Langlands, et aussi et surtout, dès le lendemain, du "sixième clou" à mon cercueil[100](*), prenant la forme du livre de (mon ex-élève) Neantro Saavedra Rivano, ayant nom "Catégories tannakiennes". Il y a donc encore une substantielle "suite de l'histoire" (de "l'opération Motifs"), que j'ai développée dans la suite de sous-notes (n°s 175″ à 175′) groupées sous le nom qui s'imposait, "Le sixième clou (au cercueil)". Il m'a semblé préférable de renvoyer cette suite à la fin de l'enquête "Les quatre opérations", car les nouveaux faits apparus tout au cours de celle-ci, et surtout dans la note "L'Apothéose" (n° 171). et dans ses quatre sous-notes[101](**)/ m'apparaissent indispensables pour bien situer cette "suite" et lui donner tout son sens.

février) J'en viens à la deuxième des "grandes opérations" : II L'opération" *cohomologie* 840
étale".

[100](*) C'est le sixième des "clous" dans l'ordre de leur découverte, mais le premier des six, vus dans l'ordre chronologique où ils ont été "posés" avec doigté par mon ami Pierre, avec le matériel breveté fourni (pour le service de la science) par l'Entreprise de Pompes Funèbres bien connue Springer verlag GmbH (Service Funéraires "Lecture Notes in Mathematics")...

[101](**) (11 mai) Depuis que ces lignes ont été écrites, la note citée s'est scindée en quatre notes distinctes (n°s 171 (i) à (iv)) et augmentée de huit autres sousnotes (n°s 171 (v) à (xii)).

Comme pour les motifs, il sera utile de situer d'abord en quelques mots le contexte.

L'idée de l'existence d'une théorie de "cohomologie" d'une variété algébrique sur un corps quelconque k, qui associerait à une telle variété (tout au moins si elle est projective et lisse) des "espaces de cohomologie" dont le corps de coefficients serait de caractéristique nulle (par exemple un corps p-adique), et dont les propriétés calqueraient les propriétés bien connues de la cohomologie "de Betti" (définie par vois transcendante quand le corps de base est le corps des complexes) — cette idée se trouve "entre les lignes" dans l'énoncé des célèbres conjectures de Weil (1949). C'est en termes cohomologiques, en tous cas, que Serre m'a expliqué les conjectures de Weil, vers les années 1955 — et ce n'est qu'en ces termes qu'elles étaient susceptibles de m'"accrocher" en effet.

Personne n'avait alors la moindre idée comment définir une telle cohomologie, et je ne suis pas sur que personne d'autre que Serre et moi, pas même Weil si ça se trouve, avait seulement l'intime conviction que ça devait exister. On n'avait une bonne prise géométrique directe que sur le H, via la théorie des variétés abéliennes et leurs points d'ordre fini (développée par Weil), et via les variétés d'Albanese ou de Picard associées à une variété algébrique projective non singulière. Cette construction du H suggérait que les corps de coefficients "naturels" devaient être les corps /-adique @a, pour t nombre premier *distinct* de la caractéristique.

Pour @ *éga*1 à la caractéristique (quand celle-ci est non nulle), des résultats très partiels de Serre, probants surtout dans le cas des courbes algébriques, suggéraient qu'on devrait pouvoir prendre comme corps de base le corps des fractions de l'anneau des vecteurs de witt de k (supposé parfait). On pouvait donc espérer qu'il y aurait une théorie X-adique (avec grain de sel pour / @ p) pour *tout* nombre premier / — et en un sens convenable, elles devaient "toutes donner le même résultat". Enfin, quand k est de caractéristique nulle, de sorte qu'on dispose (au moins dans le cas X projective non singulière) des espaces de cohomologie de Hodge (qui avaient un sens pour k quelconque, depuis l'introduction par Serre de la théorie cohomologique "cohérente" des variétés algébriques) et ceux de De Rham (que j'avais introduits en m'inspirant de la cohomologie de De Rham différentiable), ceux-ci fournis- ? saient dans l'immédiat des théories cohomologiques ayant toutes les propriétés voulues[102](*)/ et elles devaient donner encore "le même résultat" que les cohomologies 841
hypothétiques @r-adiques.

Ces questions ont été au centre de mes réflexions et de mon œuvre mathématique publiée et non publiée, entre les années 1955 et 1970 (année de mon départ de la scène mathématique). Si on met à part mes travaux en cahomologie cohérente (formalisme des "six opérations", formule de Riemann-RochGrothendieck), on peut dire, grosso modo, que l'essentiel de mon œuvre cohomologique a consiste à dégager les réponses, ou des grandes lignes de réponses, à ces questions. Dans l'optique tout au moins des conjectures de. Weil, agissant comme principale source d'inspiration, ma réflexion sur le thème cohomologique s'est matérialisée en quatre grands *courants*, ou *"fils"*, s'entrelaçant étroitement pour former une même et vaste trame.

[102](*) J'avais notamment développé dès les années 50 le formalisme des classes de cohomologie (de Hodge et de De Rham) associées à un cycle algébrique.

Fil 1. J'ai développé @avec l'assistance de collaborateurs[103](**)), un formalisme de la *cohomologie @-adique* des schémas, pour l premier aux caractéristiques résiduelles, ayant toutes les propriétés connues (et au delà..;.) de la cohomologie "discrète" familière des espaces topologiques. A trois questions ouvertes près[104](***), de nature technique, on peut dire qu'on disposait, "en principe" dès 1963, et "en fait" dès 1965/66 (avec les été établi 842
par moi en 1963 sans conditions de finitude. Cela impliquait par exemple la. "finitude" pour les HA à coefficients constants ou localement constants (de torsion ou X-adiques) pour un schéma lisse (pas nécessairement propre) sur un corps algébriquement clos.

c. Validité du "théorème de dibualité" sur un schéma régulier excellent. Situation similaire à b).

La situation a été améliorée notablement, par l'élégante démonstration par Deligne (en 1973 ?) du théorème de finitude, pour un morphisme de schémas de type fini sur un schéma S régulier de dimension @ T. Ce cas couvre la pluspart des applications (schémas algébriques sur un corps, schémas de type fini sur'S notamment). Dans la même situation d'un schéma X de type fini sur un schéma régulier de dimension 1, et par des arguments simples similaires, Deligne parvient également à prouver le théorème de bidualité.

développements du séminaire SGA 5, faisant suite à SGA 4 en 1963/64), d'une *maîtrise complète* de cette cohomologie, dans le cadre général de la cohomologie dite "étale" — sous forme du formalisme de dualité des "six opérations". Le principe de la définition de la cohomologie étale remonte à 1958, et j'ai prouvé les "résultats-clef" nécessaires et suffisants pour le formalisme complet (y compris les théorèmes du type "Lefschetz faible" et les notions de profondeur cohomologique dans le contexte étale) en février et mars

Fil 2. Avec le yoga des *motifs*, j'ai découvert 1 a philosophie qui permet de relier entre elles les différentes cohomologies A-adiques (et autres) d'une variété, comme étant autant de "réalisations" différentes d'un "motif" qui est commun à toutes, et qui est la "cohomologie motivique" de cette variété. Cette philosophie prend naissance au début des années

[103](**) Le principal collaborateur pour le développement du formalisme de la cohomologie étale a été Artin. Les adaptations J@-adiques sont développées dans la thèse de mon ex-élève P. Jouanolou (qu'il n'a malheureusement pas pris la peine de publier, que je n'ai jamais tenue entre les mains, et qui est devenue introuvable). Je pense donner des précisions au sujet du développement de la cohomologie étale, dans des commentaires "historiques" que je compte joindre à l'Esquisse Thématique (à paraître dans les Réflexions à la suite de R et s) :.

[104](***) Ces trois "questions ouvertes" sont les suivantes :

a. La "conjecture de pureté cohomologique" (version étale) pour un sousschéma régulier Y d'un schéma régulier X — L'énoncé pertinent est prouvé quand X et Y sont tous deux lisses sur un schéma de base S régulier (cas suffisant pour la plupart des applications), et également @par Artin, en utilisant à fond la résolution des singularités) dans le cas où X est excellent de caractéristique nulle.

b. Plus sérieuse encore est la question de la validité du *théorème de finitude* pour les R^1@ , pour f morphisme séparé de type fini de schémas noethériens (excellents s'il le faut), quand f n'est *pas* supposé propre. On a besoin de ce résultat pour définir Rf@ (et deux autres parmi les "six opérations") dans le cadre A-adique "constructible". J'ai prouvé le résultat de finitude moyennant des hypothèses de résolution des singularités et de "pureté cohomologique" (cf. a)), qui pour le moment ne s'appliquent *pas* aux variétés algébriques de car. p @ o. Je signale cependant que dans le cadre des coefficients de torsion (comme opposés aux coefficients @-adiques), le formalisme du dualité des six opérations (incluant donc la dualité de Poincaré) avait soixante, avec un "yoga des poids" directement inspiré des conjectures de weil (et d'une idée de Serre inspirée par celles-ci, concernant une notion de "nombres de Betti virtuels" associés a une variété algébrique[105](*)). Elle s'enrichit en 1964, dans l'élan du démarrage de la cohomologie J@-adique, de la notion cruciale de "groupe de Galois motivique".

Fil 3. M'inspirant des idées de Monsky-Washnitzer, qui avaient construit une théorie cohomologique (à coefficients constants) "p-adique" pour les variétés algébriques *lisses* et *affines* en car. p @ 0, j'ai dégagé en 1968 une définition générale pour une "cohomologie p-adique", que j'appelle aussi *cohomologie cristalline*[106](**). Cette sont celle de *cristal* (de 843
modules etcï, liée à une idée de "croissance" au dessus d'"épaississements" (infinitésimaux notamment) d'un schéma de départ, et d'autre part l'introduction d'une structure de puissances *divisées* dans les idéaux d'augmentation des épaississements envisagés, de façon à assurer la validité d'un "lemme de Poincaré formel" (à puissances divisées). Grâce à ces deux ingrédients, la cohomologie de De Rham d'un schéma lisse sur k s'interprète comme la cohomologie "ordinaire", à *coefficients dans le faisceau structural d'anneaux*, d'un "site cristallin" convenable.

Chose étrange, l'intuition cruciale de cristal (tout comme celle, d'une portée plus vaste, de topos) semble avoir été laissée pour compte par mes élèves, ainsi que le fil conducteur (omniprésent dans mes réflexions cohomologiques) des "six opérations". C'est là, il me semble, la raison principale de la @ regrettable stagnation qu'on constate en cohomologie cristalline après mon départ, et également dans la théorie (étroitement apparentée) dite "de HodgeDeligne", depuis le premier démarrage en force de l'une et de l'autre.

Il me semble d'ailleurs pour le moins plausible, pour ne pas dire évident, que dans l'une et l'autre direction, la philosophie développée (dans l'indifférence générale...) par *Zoghman Mebkhout* aurait un rôle essentiel à jouer. Mais ses timides suggestions dans ce sens (à Berthelot en 1978) sont tombées visiblement en des oreilles sourdes, venant de la part d'un si insignifiant personnage...

théorie était censée englober des "coefficients" (dits "cristallins") pas nécessairement constants ni localement constants, et donner lieu à une formalisme des "six opérations" tout comme la théorie /-adique. Il était acquis d'emblée, tout au moins, que pour des variétés *lisses*, cette cohomologie a les relations qu'on attendait avec la cohomologie de De Rham, et qu'elle généralise celle de Monsky-Washnitzer[107](*).

[105](*) Voir à ce sujet la sous-note n° 46 à la note "Mes orphelins" (n° 46).

[106](**) Cette terminologie est maintenant (et depuis longtemps) consacrée par l'usage, ainsi que l'expression "site cristallin". Les deux idées nouvelles (par rapport à celles de Monsjcy et Washnitzer) qui m'ont conduit à cette théorie,

[107](*) La thèse de P. Berthelot, prenant comme point de départ mes idées, en fournit une justification supplémentaire, en établissant un formalisme de dualité pour des variétés propres et lisses, suffisamment riche tout au moins pour écrire une expression cohomologique *cristalline* pour la fonction L ordinaire d'une telle variété sur un corps fini. Mais, comme je le souligne dans la note de b. de p. précédente, on est loin, aujourd'hui encore, d'une maîtrise comparable à celle que nous avons en cohomologie X-adique, qui s'exprimerait par un formalisme des "six opérations" pour des "coefficients cristallins" généraux. Ceux-ci (selon ce que m'en a dit Deligne dernièrement) n'ont pas été seulement *définis* encore à l'heure actuelle, pas plus d'ailleurs que les bons "coefficients de Hodge" (au dessus de variétés algébriques complexes) 1 pour quelques commentaires au sujet du "problème des coefficients", crucial selon moi pour une compréhension

Fil 4. La notion géométrique unificatrice, — . reliant par une intuition “topologique’[1] 844
commune la cohomologie étale et ses variantes immédiates (liées aux topologies de Zariski, fpqc, fppf etc), la cohomologie cristalline, et enfin la cohomologie “de Betti” définie dans le contexte transcendant, et (plus généralement encore) la cohomologie faisceautique des espaces topologiques quelconques, est la notion de “*site”*, et, au delà de celleci, plus intrinsèque et plus cachée, celle de *topos.* Celle-ci, à partir de 1964 et les années suivantes, vient progressivement sur le devant de la scène. Je m’exprime au sujet de la portée de cette notion, centrale dans mon œuvre, aujourd’hui bannie de la géométrie, dans la note “Mes orphelins” (n°46), pp. 180–182, dont je me bornerai ici à extraire le passage suivant :

“Ce couple de notions Iles schémas, et les topos J contient en puissance un renouvellement de vaste envergure aussi bien de la géométrie algébrique et de l’arithmétique, que de la topologie, par une *synthèse* de ces “mondes”, trop longtemps séparés, dans une intuition géométrique commune.“ [108](*)

Le langage des topos, et le formalisme de la cohomologie étale, se trou@’ vent développés dans les deux séminaires consécutifs et inséparables SGA 4 (en 1963/64) et SGA 5 (en 1965/66)[109](**). Le premier est fait en collaboration avec

@*) Je propose ailleurs (dans la sous-note n° 136. à la note “Yin le Serviteur (2) — ou la générosité” (n° 136)/ d’appeler du nom de *géométrie arithmétique* cette “science nouvelle” encore dans son enfance, “si vaste que jusqu’à aujourd’hui encore je n’avais pas songé à lui donner de nom”, née au début des années soixante dans le sillage des conjectures de Weil, et dont le “yoga des motifs” est “comme l’âme, ou tout au moins comme une partie névralgique entre toutes”. Par ce nom, je voudrais suggérer “l’image d’une “géométrie” que l’on développerait “au dessus de la base absolue” Specffi, et qui admet des “spécialisations” aussi bien en les “géométries algébriques” traditionnelles des différentes caractéristiques, qu’en des notions géométriques “transcendantes” (au dessus des corps de base C, 3R, ou Qa...), via les notions de “variétés” (ou mieux, de *multiplicités*) analytiques ou rigide-analytiques, et leurs variantes. (loc. cit. p. 637). J’écris plus haut (même page) : “Au delà de l’édification de la nouvelle géométrie algébrique, et à travers vers la “maîtrise de la cohomologie étale” (et celle de la cohomologie jfc-adique qui en découle), c’est l’élaboration d’un maître d’œuvre de cette nouvelle science encore en devenir, qui a été à mes yeux ma
principale contribution à la mathématique de mon temps.“ d’autres[110](*), et développe, en 845
plus du langage des topos, les résultats-clefs de cohomologie étale, y compris les énoncés-

de la cohomologie des variétés algébriques, voir la note “La mélodie au tombeau — ou la suffisance” (n° 167). Ce problème était clairement présent pour moi tout au long des années soixante, mais a été enterré (parmi bien d’autres, et par le soin des mes élèves cohomologistes) jusqu’à aujourd’hui même... (23 avril) Voir aussi à ce sujet la note “Le tour des chantiers — ou outils et vision”, n° 178.

[109](**) Une deuxième édition (en trois volumes) de SGA 4, entièrement refondue par rapport à l’édition originale (surtout en ce qui concerne le langage des sites et des topos, et les compléments catégoriques) est parue dans les Lecture Notes (Springer Verlag) en 1972–73, n°s 269, 270, 305. pour les vicissitudes de SGA 5, voir les précisions données plus bas. Une “édition Illusie” d’une version copieusement démantelée du séminaire originel a été publiée dans ces même Lecture Notes (n° 589) en 1977, *onze ans après* la fin du séminaire oral.

[110](*) Le développement du langage des sites et des topos, à partir de mon idée initiale de 1958, s’est fait surtout sous l’impulsion et avec l’aide de M. Artin, J. Giraud, J. L. Verdier. Voir pour des détails la

clef de démarrage en dualité (style six opérations). Le deuxième, où je faisais pratiquement cavalier seul[111](**), développe de façon beaucoup plus détaillée un formalisme complet de dualité, y compris les formules de points fixes conduisant à la théorie cohomologique des fonctions L (qui constitue une partie importante de l'ensemble des conjectures de Weil). Je m'exprime au sujet de ce double séminaire dans la note "La dépouille..." (n° 88), en ces termes :

"L'ensemble des deux séminaires consécutifs SGA 4 et SGA 5 @qui pour moi sont comme u n seul "séminaire") développe à partir du néant, à la fois le puissant instrument de synthèse et de découverte que représente le *langage* des topos, et l'*outil* parfaitement au point, d'une efficacité parfaite, qu'est le cohomologie étale — mieux comprise dans ses propriétés formelles essentielles, dès ce moment, que ne l'était même la théorie cohomologique des espaces ordinaires. Cet ensemble représente la contribution la plus profonde et la plus novatrice que j'aie apporté en mathématique, au niveau d'un travail entièrement mené à terme. En même temps et sans vouloir l'être, alors qu'à chaque moment tout se déroule avec le naturel des choses évidentes, ce travail représente le "tour de force" technique le plus vaste que j'aie accompli dans mon œuvre de mathématicien. Ces deux séminaires sont pour moi indissolublement liés. Ils représentent, dans leur unité, à la fois la *vision*, etl'*outil* — les topos, et une formalisme complet de la cohomologie étale.

Alors que la vision reste récusée encore aujourd'hui, l'outil a depuis plus de vingt ans profondément renouvelé la géométrie algébrique dans son aspect pour moi le plus fascinant de tous — l'aspect "arithmétique", appréhendé par une intuition, et par un bagage conceptuel et technique, de nature "géométrique". " taillées que j'avais développées 846
pour le séminaire. La tâche des rédacteurs (sic) se bornait donc à mettre au net les notes que j'avais mises à leur disposition.

([111](n) j *Li opération "cohomologie étale"* a consisté à *discréditer la vision* unificatrice des topos (comme du "non sens", du bombinage étcï, et du même coup aussi et par assimilation, le rôle qui avait été le mien dans la découverte et le développement de l'outil cohomologique ; et d'autre part, à s'*approprier l'outil*, c'est à dire la *paternité* des idées, techniques et résultats que j'avais développés sur le thème de la cohomologie étale. Ici encore, le "bénéficiaire" de l'opération est Deligne[112](*), et c'est son ascendant exceptionnel (du sans doute tant à ses moyens exceptionnels, qu'à sa situation implicite d'"héritier" de mon œuvre) qui a fait "passer" une opération de cette envergure (de débinage et d'appropriation), sans apparemment faire une seule ride...

---

commentaire historique promis, déjà cité dans une précédente note de b. de p.

[111](**) La seule exception (si mon souvenir est correct) est fournie par j. p. Serre qui a fait quelques beaux exposés sur les groupes finis et le module de SerreSwan associé au conducteur d'Artin, dont j'avais besoin pour le développement de "la formule de points fixes générale que j'avais en vue. Il était prévu que ces exposés figureraient dans SGA 5, mais voyant la tournure que prenaient les événements. Serre a eu le bon sens de les mettre à la disposition du public mathématique en les publiant ailleurs. Pour tous les autres exposés, j'étais le seul conférencier, ou, s'il y en a eu d'autres vers la fin, ils suivaient les notes dé

[112](*) II y a cependant des retombées substantielles pour *Verdie* r, comme on verra par la suite : tout d'abord en 1976, quand il donne le "coup d'envoi" pour le démantèlement de SGA 5 avec son "mémorable article" (voir plus bas l'"épisode 3 " d'une escalade), et ensuite en 1981 lors du "Colloque Pervers" (dont il sera d'abord question à ce propos, dans la note "Le partage" (rf* 170@ consacrée à l'"opération III").

C'est d'ailleurs en 1965/66, dans le séminaire oral SGA 5 justement et par les textes déjà rédigés du volet précédent SGA 4, que le jeune et nouveau venu Deligne a fait son premier apprentissage, à la fois de la théorie des schémas, de l'algèbre homologique (style Grothendieck) et des techniques nouvelles de la cohomologie étale (née deux ans avant)[113](**) — des techniques donc qui ont été à la base de toute son œuvre ultérieure.

Dans l'opération (que j'ai appelée ailleurs "l'opération SGA 4 *a — SGA 5") montée par mon brillant ex-élève, je discerne quatre "m a. n *œuvres*" indissociables.

Manœuvre 1. *Discréditer* le séminaire-mère SGA 4 — SGA 5 comme une "gangue de 847
non-sens" et autres gentillesses de la même eau : cela est fait par 1@ bande @et "mine de rien") dans les divers textes introductifs au volume, de la plume de Deligne, appelé du nom étrange "SGA 4*5 " (sous-titre : Cohomologie étale) paru dans Lecture Notes of Mathematics n° 569 (Springer Verlag). Voir, pour des détails sur le débinage en forme du double séminaire SGA 4 — SGA 5 où Deligne a appris son métier et a trouvé son outil de base pour. toute son œuvre ultérieure, la note "La table rase" (n° 67).

Manœuvre 2 . *saboter* une rédaction d'ensemble de mes exposés oraux de SGA 5 [114](*). Normalement celle-ci aurait du être faite dans les, délais raisonnables (d'un an ou deux tout au plus), par les soins (à défaut d'autres rédacteurs-volontaires fiables) de mes élèves cohomologistes, lesquels avaient eu le privilège dfy apprendre une bonne partie de leur métier, en même temps que des idées et des techniques qu'ils ont été pendant de longues années, avec les autres auditeurs du séminaire, les seuls à connaître. C'était aussi la meilleure façon (et la plus rapide) pour eux pour se familiariser avec une substance et avec des idées et techniques, qui lors des exposés oraux avaient tendance à leur passer un peu "au dessus de la tête" (à l'exception du toujours fringant Deligne, il va sans dire). Toujours est-il que cette rédaction, ou plutôt cette *non-rédaction*, a finalement *traîné sur onze ans* — jusqu'au moment précis (comme par hasard) où Deligne donne "le feu vert" à lllusie pour s'occuper, à la fin des fins, de la rédaction et de la publication de ce malheureux SGA 5 jusque là laissé pour compte d'un commun accord — le moment quand il est bien acquis qu'il sera publié (en 1977) *après* un certain volume de sa propre plume — Celui-ci, composé (en 1973 et les années suivantes) d'abord pour les besoins (avais-je du moins d'abord

[113](**) c'est ce que je rappelle à mon souvenir (l'ayant un peu oublié) dans la note (du 27 mai l'an dernier) "L'être à part" (n° 67′). J'ajouterai que c'est dans ce même séminaire SGA 5 que le jeune Deligne a appris aussi, à mon contact (mais "comme s'il l'avait toujours su", il faut bien dire l) l'art de mettre noir sur blanc la description (ou "théorie") d'une situation imbriquée et au premier abord touffue, sous une forme qui soit à la fois commode, frappante, claire et rigoureuse. Cela ne l'a pas empêché, douze ans plus tard, après avoir mis la main pour saccager ce séminaire, d'afficher vis-à-vis de ce qui en restait (et du volet SGA 4 qui en forme l'assise) des airs de condescendance dédaigneuse et de mépris.

[114](*) Comme je l'ai précisé trois notes (de b. de p.) plus haut, il y a eu des notes détaillées pour chacun de mes exposés oraux — Leur rédaction au net aurait représenté pour moi un travail de l'ordre de quelques mois. Si je ne l'ai pas fait. et dès l'année (1966) de la fin du séminaire, c'était parce qu'en principe des volontaires (? ? ?) s'étaient chargés d'une rédaction détaillée. Celle-ci a traîné en longueur jusqu'au moment encore de mon départ en 1970, quand j'ai entièrement "décroché" de ce genre de questions en faveur de tâches qui m'apparaissaient (avec raison) plus essentielles et plus urgentes. Voir à ce sujet la note "Le feu vert" (n° 68), où je m'interroge pour la première fois sur le sens de ce qui s'est passé avec "ce malheureux séminaire". C'était le 27 avril — et je découvre le réalité, le "souffle" du "massacre" le 12 mai, deux semaines plus tard. . .

cru comprendre) d'une popularisation des "ingrédients" ("inputs") de cohomologie étale indispensable pour sa démonstration (du dernier volet) des conjectures de Weil, est baptisé pour la circonstance du nom insolite "SGA 4 @ " — (Ce nom pourtant ne semble avoir à ce jour n'avoir encore interloqué ou surpris, voire choqué, personne à part moi... (169_1) 848
[115](*)) Pour des détails, voir les notes "Le feu vert" et "Le renversement" (n°s 68, 68@), où → (169_1)
le sens du volume se nommant "SGA 4*3 " commence à m'apparaître, ainsi que les notes "Le silence" et "La solidarité" (n°s 84, 85).

Manœuvre 3. *Démanteler le séminaire originel* SGA 5, dont la version publiée (par les "soins" de mon exélève Luc Illusie) ne représente plus qu'une "dépouille", outrageusement mutilée. Je fais le tour de ce démantèlement sans vergogne, ou pour mieux dire, du *massacre* de ce qui fut un splendide séminaire confié aux mains de mes élèves, dans la note de même nom (n° 87) — une des plus longues et des plus révélatrices de la réflexion sur l'Enterrement.

Manœuvre 4. *Faire éclater l'unité de mon œuvre* sur la cohomologie étale, œuvre représentée par les deux volets inséparables SGA 4 et SGA 5, en la "coupant en deux", "par l'insertion violente, entre ces deux volets, d'un texte étranger et dédaigneux"[116](**), répondant au nom peu ordinaire "SGA 4*s"[117](***). Ce nom génial dit bien ce qu'il est censé dire — le tout était d'y penser ! Par ce seul nom déjà, le volume ce présente comme 1 e texte central et fondamental sur la cohomologie étale, destiné à se *substituer* aux "exposés touffus de SGA 4 et SGA 5 ", "qu'on pourra considérer comme une série de digressions'*/ dont "certaines très intéressantes" il est vrai, mais que le texte central "devrait permettre à l'utilisateur d'oublier".

Point n'est besoin d'ailleurs que mon génial ex-élève et ami se compromette ici en de longs et inutiles discours : ce seul nom lapidaire "SGA 4 *s" énonce et pose l'évidence 849
sans réplique d'une *antériorité* de ce texte par rapport aux "digressions" nommées SGA 5 (lesquelles, comme il n'aurait pu certes en être autrement, ont bel et bien été publiées *après* lui...), et du même coup aussi, elle pose comme évidence une (prétendue) *dépendance logique* de SGA 5 par rapport au texte "antérieur".

Cette invraisemblable imposture d'une soi-disante dépendance logique de SGA 5 par rapport au texte apocryphe est bel et bien affirmée dans l'introduction à celui-ci[118](*), où l'auteur annonce sans sourciller (et sans que personne apparemment avant moi — vu les

[115](*) Voir à ce sujet, et pour des précisions sur le *sens* originel et véritable du sigle SGA (dont mon nom et ma personne ont fini par être évincés) la sous-note "L'éviction" (n° 169@ qui fait suite à celle-ci ("Les manœuvres", n° 169), et était d'ailleurs initialement prévue comme une note de b. de p. ici même.

[116](**) Ce passage entre guillemets est cité (de mémoire) de la note "la dépouille..." (n° 88) — celle-là même où, pour la première fois dans la réflexion sur l'Enterrement, je "pose" pour prendre conscience enfin de la place du séminaire SGA 4 — SGA 5, à l'intérieur de "mon œuvre entièrement menée à terme". Quant au vécu plus profond, "charnel", du "souffle de violence" s'en prenant à cette partie centrale, harmonieuse et vivante de mon œuvre, il m'est révélé dans un rêve de la nuit même qui suit cette réflexion. Il trouve son expression écrite le lendemain, dans la note "... et le corps" (n° 89).

[117](***) Sous-titre : Cohomologie étale — par Pierre Deligne... Le sous-titre aussi dit bien ce qu'il veut dire !

[118](*) Je rappelle que Deligne m'a d'ailleurs confirmé de vive voix, lors de sa dernière visite chez moi (en octobre dernier), cette même thèse délirante — sans véritable conviction il est vrai, et sans faire mine de me préciser en quoi mon séminaire, qui formait un tout harmonieux et cohérent sans l'avoir attendu,

temps qui courent — y trouve rien de particulier. ..) :

"... son existence @celle de" SGA 4*3 "J permettra de publier prochainement SGA 5 *tel quel"* (c'est moi qui souligne) —

lire : à l'état d'une *dépouille* saccagée et copieusement pillée... Alors que pourtant j'avais déjà connaissance depuis plus d'une semaine de l'opération "Motifs" de mon ami, il m'aura fallu deux jours (du 26 avril, avec la note "La table rase", au 28, avec la note "Le renversement" (notes n°s 67, 68′)) pour arriver à saisir le sens de ce "mystère" que représentait pour moi cette affirmation visiblement saugrenue de mon brillant élève — et pour comprendre aussi, du même coup, le sens du sigle d'anodine apparence "SGA 4@ ", sur lequel je ne m'étais pas arrêté encore les deux jours précédents.

La même imposture de la "dépendance logique" est clairement suggérée dans l'introduction à SGA 5 par Illusie (^{169_2}) [119](**). Elle est de plus rendue plausible, pour un lecteur non prévenu, par les innombrables références à "SGA 4*5 " dont les rédacteurs tardifs de mes exposés[120](***) (ou de ceux, du jour qu'une dizaine d'années plus tard. Lui et Jouanolou se sont contentés d'attendre les "encouragements" de Deligne pour rédiger ce qui leur incombait/onze ans après l'achèvement du séminaire et, pour les exposés qu'ils avaient déjà rédigés "de mon temps", à les truffer de références-bidon au texte-pirate de leur brillant ami et protecteur. → (^{169_2}) 850

moins, qu'on a bien voulu inclure dans l'édition-massacre) se sont plus a truffer leurs rédactions. Beaucoup de ces références ne sont d'ailleurs nullement des références-bidon, mais se rapportent à deux des exposés du séminaire originel (l'un rédigé par Illusie, l'autre — particulièrement crucial — par " Deligne[121](*)@, qui ont été incorporés sans autre forme de procès dans le volume nommé" SGA 4*5 " — en se gardant bien de rien me demander ou seulement de m'en informer, mais comme une chose qui (en l'absence du défunt maître) leur appartiendrait de droit...

(*@ II s'agit de l'exposé "La classe de cohomologie associée à un cycle, par A — Grothendieck, rédigé par P. Deligne". Il est précisé d'ailleurs que cet exposé était *"inspiré* de notes de Grothendieck, qui *formaient un état* 0 *de* SGA 5 IV" — par quoi il est suggéré, sans doute, que c'est par acte de charité qu'on a débarassé SGA 5 de ce triste état (zéro), pour en faire le bel exposé que voilà dans un brillant volume...

Quant à l'exposé dont s'était chargé Illusie (1′ex-chapitre II), disparu de SGA 5 pour réapparaître (sous forme refaite à neuf) comme appendice à l'exposé de Deligne sur les théorèmes de finitude en cohomologie étale, il développait les théorèmes de finitude pertinents pour les R^1@ (sous des hypothèses de "pureté" et de "résolution", voir la note de b —

---

dépendrait des travaux de Deligne qui en sont issus sept ans après... Cette courte scène sur un quai de gare, où nous attendions (avec sa petite fille Natacha) le train qui devait les ramener à Paris, est racontée à la fin de la note consacrée à cette visite, "Le devoir accompli — ou l'instant de vérité" (n° 163).

[119](**) Pour des détails, voir la sous-note "Les bons samaritains" (n° 169) à la présente note (n° 169), initialement prévue comme une note de b. de p. icimême.

($^{-***}$) (9 avril) vérification circonstanciée faite, les "rédacteurs tardifs" en question (et c'est là un euphémisme...) se bornent à mes chers ex-élèves Luc Illusie et Jean-Pierre Jouanolou. Les rédactions de Bucur et de Houzel étaient prêtes dès avant mon départ, et Illusie n'a pas poussé la servilité jusqu'à y glisser des références à un texte baptisé "SGA 4*5 ", qui n'a vu le de p.[122](***) page 841), et les théorèmes du type "Kunneth générique" et "locale acyclicité générique". Personne avant moi n'avait jamais songé à *formuler* seulement de tels énoncés en cohomologie — De plus, les démonstrations soi-disant "dépassées" du séminaire oral, en plus de principes de dépendance (permettant p. ex. de déduire d'un énoncé de finitucle pour le foncteur Rf l'énoncé similaire pour Lf et pour RHom (.,.)), introduisait une technique vniforme d'utilisation de la forflie forte (à la Hironaka) de la résolution des singularités, qui a fait ses preuves ailleurs — et c'est bien *là* et nulle part ailleurs que Deligne et mes autres élèves cohomologistes l'ont apprise. Elle a servi par la suite, notamment, dans ma démonstration du théorème "de De Rham algébrique" pour les variétés lisses sur le corps des complexes, et dans celle du théorème de Mebkhout-le-nom-nommé, dit "théorème de Riemann-Hilbert" alias "théorème du bon Dieu" (lequel Mebkhout n'a pas eu l'avantage pourtant d'apprendre la méthode dans SGA 5, dont elle avait disparu...).

Sept ans plus tard (? ?) Deligne trouve une méthode élégante pour prouver en quelques pages la finitude de Rf* , ainsi que le théorème de biualité (très proche techniquement), sous des hypothèses (sinon optimales, du moins) très peu restrictives (voir note de b. de p. citée). Rien, ni dans l'exposé de Deligne, ni dans l'appendice de son ami, ne pourrait faire soupçonner au lecteur que je sois pour quelque chose dans les notions introduites et utilisées (telles l'acyclicité locale et sa variante "générique"), ou dans les énoncés prouvés (de finitude, de bidualité, et de Kunneth et d'acyclicité générique), et dans les liens entre ceux-ci. Mon nom est absent aussi bien du texte, que de la bibliographie, qui consiste en quatre références à Deligne, toutes postérieures à 1970, c'est à dire à mon "départ".

je me retrouve là à nouveau, au détour de la présente note de b. de p. explicative, 851
devant le propos délibéré de faire "table rase" de la provenance et des racines de ce que mes brillants élèves manient avec une telle maestria (comme s'ils l'avaient toujours su...) — c'est-à-dire celui d'*effacer les traces dfun passé*, le passé d'avant mon "décès".

(16 mars) Pour le rôle particulier réservé aux compléments "finitude" de Deligne, voir la sous-note "Le cheval de Troie" (n° 169_3) à la présente note "Les manœuvres".

Cet acte de brigandage permet de plus a mon ex-élève Deligne d'arriver à ce brillant *renversement des rôles*, de pouvoir me présenter sur la couverture du livre (et en se gardant tout autant de me consulter...) comme son *collaborateur* (pour le développement de la cohomologie étale i) (*ï — collaborateur un peu "confus" sur les bords[123](**) il est vrai,

[123](*) Cette mise en scène (où j'apparais comme le "collaborateur" de mon élève Deligne) est d'autant plus effrontée, que cela faisait sept ans que j'avais signifié clairement et publiquement mon intention de ne plus publier des maths (et encore moins, dès lors, à titre de "collaborateur", pourrait-on penser...).

[123](**) Dans son résumé (dont il m'a fait parvenir copie) de "SGA 4*5 " pour le Zentralblatt (en septembre 1977), Deligne se fait un plaisir de parler de l'"état *confus* — bien que rigoureux — de SGA 5 " (c'est moi qui souligne), auquel (on s'en serait douté) le nouveau texte était censé "remédier"...

(***@ ii s'agit des résultats de finitude (déjà mentionnée trois notes de b. de p. plus haut et dans celle qui y est citée), comblant en quelques pages deux lacunes du séminaire-mère SGA 5, plus un exposé sur les formules de points fixes "modulo" i et p. Le problème d'expliciter de telles formules, et la conjecture pertinente pour une expression mod p de la fonction L d'Artin-Weil pour un schéma de. type fini, sur un corps fini avaient été posés par moi dès le séminaire SGA 5, et faisaient partie sûrement des problèmes (indignes de toute mention dans l'introduction d'Illusie à SGA 5) posés da@ns l'exposé de clôture (exposé disparu corps et bien, avec de nombreux autres, dans l'édition-Illusie). Deligne en avait trouvé une solution mais “collaborateur” quand même. . .

Quant au texte-pirate appelé “SGA 4*ï” , outre les deux exposés déjà mentionnés, arrachés à leur contexte originel SGA 5, et outre de nombreux “digests” de certains des résultats de SGA 4 — SGA 5 particulièrement importants pour les applications arithmétiques, plus un chapitre original d'applications aux sommes trigonométriques, et mis à part enfin “l'Etat 0” de la “thèse”-sic de Verdier (dont il sera question plus loin avec “l'opération III”), il consiste en une poignée de compléments (fort utiles, certes[124](***)) au formalisme de cohomologie que dans l'exposé (de huit pages) qui est consacré à cette formule dans le 852
volume dit “SGA 4@ ”, mon nom n'est pas prononcé.

développé dans SGA 4 — SGA 5. Il y aurait là de quoi faire un bel article, un peu hétéroclite, d'une trentaine de pages (ou une cinquantaine, en y incluant le chapitre “Sommes trigonométriques”). Dans des dispositions tant soit peu décentes de mon brillant ex-élève, il serait allé de soi d'inclure ces quelques compléments, chacun en son lieu, dans les deux ou trois exposés de SGA 5 dont ils étaient inspirés et qu'ils complétaient. Au lieu de cela, ils servent de prétexte pour la suppression pure et simple de l'exposé II de SGA 5 (avec la bénédiction d'Illusie, qui s'était chargé de la rédaction et qui y “supplée”, en transformant cet exposé en un appendice dans “SGA 4*ï” au chapitre sur les théorèmes de finitude), et pour rebaptiser aussi sec le théorème de bidualité en cohomologie étale (que j'avais dégagé en 1963, sur le modèle de l'analogue “cohérent” que j'avais découvert dans les années cinquante) “théorème de Deligne”[125](*) (que ledit Deligne allait d'ailleurs généreusement “céder” à *on ami Verdier, quatre ans plus tard, comme partie du “paquet”

commune d'une grande élégance, à l'aide de la “”formule de Kunneth symmétrique” (qu'il développe, pour les besoins de la cause, dans un des. exposés apocryphes dans SGA 4). Il avait été chose entendue (et allant de soi) que ces résultats seraient inclus dans la version rédigée de SGA 5, dont ils étaient directement inspirés. Il est à peine besoin de préciser

[125](*) Le *théorème de bidualité*, ou “théorème de dualité locale” (les deux noms sont ceux que je lui avais donnés), tant dans le contexte cohérent que dans le contexte “discret” (étale, notamment), est dans la nature d'un théorème de dualité de Poincaré “local”, valable pour des “variétés” (algébriques ou analytiques, ou des espaces “modérés” etc) pouvant avoir des singularités quelconques. C'est un théorème d'un type entièrement nouveau, dans l'arsenal des “faits de base” dans la cohomologie des espaces en tous genres, et c'est un complément important et profond du formalisme de dualité dit “des six opérations” que j'ai développé, pour exprimer avec un maximum de souplesse et de généralité tous les phénomènes du type “dualité cohomologique” (genre Poincaré). Il fait partie, avec l'introduction du foncteur Lf (l'image inverse “inhabituelle”), des principales idées novatrices que j'ai introduites, dans le formalisme de dualité des variétés et espaces “en tous genre” ; l'un et l'autre forment en quelque sorte “l'âme” du yoga d'ensemble des “six opérations”.

Dans le cas cohérent, la démonstration du théorème de bidualité est d'ailleurs triviale. Cela n'empêche que c'est ce que j'appelle sans hésitation un “théorème profond”, car il donne une vision simple et profonde de choses qui ne sont pas comprises sans lui. (Voir à ce sujet l'observation de J. H. C. Whitehead sur “le snobisme des jeunes, qui croient qu'un théorème est trivial, parce que sa démonstration est triviale”, observation que je reprends et sur laquelle je brode dans la note “Le snobisme des jeunes — ou les défenseurs de la pureté”, n° 27.) Dans le cas discret, la démonstration est, elle aussi, profonde, utilisant toute la force de la résolution des singularités de Hironaka.

Attribuer la paternité d'un tel théorème à Monsieur X (Verdier d'abord en l'occurence, pour le cas discret analytique, Deligne ensuite pour le cas discret étale, en attendant que les deux amis se mettent d'accord pour adjuger le tout au seul Verdier), sous prétexte que ledit Monsieur a recopié dans un contexte baptisé "dualité de Verdier"...). rie. Il me reste à attendre, en somme, que les théorèmes de pureté et de résolution pertinents soient démontrés, pour que (en cohomologie étale) je puisse peut-être à nouveau prétendre à un titre de paternité tout au moins sur le *théorème* de bidualité (dans le cadre optimum, cette fois, des schémas excellents) — en une époque ou les grandes *idées-force*@ qui inspirent et donnent leur sens aux théorèmes, sont devenues objet du mépris général. (11 mai) Je précise que la validité du formalisme de bidualité dans le cas analytique m'était bien sûr connu dès 1963, où Verdier l'a appris par ma bouche. Je n'ai pas manqué dans SGA 5 de toujours relever au passage le domaine de validité des idées et techniques que je développais. Dans l'édition-massacre de SGA 5, Illusie a pris soin de faire disparaître toute trace de tels commentaires 853

(@) L'opération "cohomologie étale" s'est poursuivie tout au long des onze ans, de 1966 à 1977, qui s'écoulent entre la fin du séminaire SGA 5 et la publication, coup sur coup, du volume-coup-de-scie "SGA 4*s", suivi de l'édition-massacre (dite "édition Illusie") de SGA 5 [126](*). Elle s'est accomplie, avant tout, grâce à la participation solidaire, par actes comme par omissions, de mes cinq élèves "cohomologistes" : *P. Deligne*, L. *Illusie*, J. L. *Verdier*, J. p. *Jouanolou*, P. *Berthelot*[127](**). C'est la responsabilité d'Illusie (mise à part celle de Deligne) qui me paraît le plus lourdement engagée, du fait que c'est lui qui a assumé la responsabilité de l'édition-massacre, se faisant ainsi le docile instrument des références 854
de rigueur au texte-pirate, et en faisant de son mieux pour escamoter le c ompositeur des thèmes à variations qu'il y déroule avec une conviction mitigée...

de Deligne[128](*).

L'intention chez Deligne de l'appropriation de la "vraie" paternité de la cbhomologie étale ne peut faire aucun doute. Elle est attestée par l'esprit même de toute l'opération "cohomologie étale", unique sans doute dans les annales de notre science. Elle s'exprime

vc-isin une démonstration déjà connue, ou qu'il a su élargir des conditions de validité provisoire (que j'. avais dégagées en 1963) — et ceci sans juger utile même d'en rappeler l'origine, est ce qu'on appelait "de mon temps" une escroque

[126](*) (12 mar : s) II m'apparaît inexact maintenant de considérer que l'opération "Cohomologie étale" aurait pris fin en 1977 avec cette double publication "SGA 4 — SGA 5 ", qui en serait la "culmination" (comme j'écris deux alinéas plusbas). Je me suis laissé abuser ici par le propos délibéré (commode parfois, mais artificiel) de vouloir "découper" l'opération "Enterrement" (du défunt maître et de son fidèle) en quatre opérations séparées — alors que celles-ci sont en fait indissolublement liées. La vraie "culmination", ou plutôt l'*apothéose* de l'opération "Cohomologie étale", et en même temps de tout l'Enterrement, a lieu quatre ans plus tard lors du Colloque (dit *"Colloque Perver* s") de Luminy en juin 1981 (dont il sera question surtout avec l'"opération IV"). Dans ce colloque, où le formalisme cohomologique tous azimuts (cohérent et étale) est au centre de l'attention générale, *mon nom n'est plus prononcé...*

[127](**) Cette solidarité s'est exprimée, pour chacun de ces cinq ex-élèves, tout d'abord par *omission*, en s'abstenant de tout effort pour contribuer à mettre à la disposition de tous un vaste ensemble d'idées et de techniques de base nouvelles, par lequel ils ont appris leur métier et dont ils ont été les premiers à bénéficier pour les "lancer", mais dont ils ont tenu pendant dix ans à se réserver l'exclusivité ; et après 1976, par leur *silence* en présence des opérations pourtant très grosses d'un Verdier (en 1976) et d'un Deligne (assisté par Illusie, l'année d'après). En plus de Deligne et d'Illusie, Verdier a joué un rôle actif dans l'opération "Cohomologie étale", en donnant, avec "la bonne référence" (voir l'"épisode 3" plus bas), le "coup d'envoi" au démantèlement de SGA 5, montrant ainsi à ses amis que décidément le temps était mûr pour l'opération de grande envergure qui a suivi l'année d'après sans problème. Quant a Jouanolou, sa contribution active s'est bornée à *"suivre le mouvement"*, en truffant à plaisir ses exposés

également, discrètement d'abord en 1975, dans la note biographique de Deligne (où toute allusion à un outil cohomologique que j'aurais mis entre ses mains, et qui aurait pu jouer un rôle dans sa démonstration du dernier volet des conjectures de Weil[129](**), est absente), et de façon éclatante huit ans plus tard, dans le bref mais éloquent ensemble de trois textes (de 1983) que j'ai appelé du nom "Eloge Funèbre" (en trois volets)[130](***). Us sont examinés avec le soin qu'ils méritent dans les deux notes "L'Eloge Funèbre (1) — ou les compliments" et "L'Eloge Funèbre (2) — ou la force et l'auréole" (n°s 104, 105) (et repris, dans un éclairage plus pénétrant, dans note ultérieure "Les obsèques du yin (yang enterre yin (4))", n°124). Quand à l'"Eloge" autobiographique (et nullement funèbre) de Deligne, j'en fais le tour dans les deux notes "Requiem pour vague squelette" et "La.@ profession de foi — ou le vrai dans le faux" (n°s 165, 166)[131](****)

(*ï Illusie s'est fait également le *compère de Verdier*, dont il couvre la supercherie de l'année précédente en s'abstenant de toute allusion, dans l'introduction à SGA 5 ou ailleurs, à mes exposés sur le formalisme homologique et celui de la classe d'homologie associée à un cycle.

Dans cette note autobiographique de deux pages, tout comme dans les portraits-minute 855
gui constituent l'"Eloge Funèbre", l'art de l'escamotage-pouce s'exerce tout autant sur le thème "motifà", que sur celui de la cohomologie 4-adique. Dans les deux textes, écrits à huit ans d'intervalle, le point névralgique autour duquel se sont concentrés les réflexes d'appropriation semble bien être "la" conjecture de weil. (12 mars) De façon plus absolue et plus définitive encore que dans les "textesEloges" examinés dans les quatre notes citées, l'intention d'appropriation éclate et s'étale dans le *Colloque de Luminy* de juin 1981 (voir le note de b. de p. de ce même jour, page 853, plus haut). Ou pour mieux dire, une appropriation jusque là symbolique et par *intention*, qui auparavant s'était exprimée en de tâtonnantes manœuvres (encouragées par le soutien empressé des uns et par l'indifférence de tous), est devenue lors du brillant Colloque (tout au moins dans. le consensus unanime de tous les brillants mathématiciens assemblés en cette mémorable occasion, et à la faveur de l'euphorie générale) un *fait accompli*.

L'opération culmine en 1977 [132](*), avec la publication (dans l'ordre qui s'impose)

[129](**) (12 mars) Pas plus qu'il n'est fait allusion dans ce texte, ni (à ma connaissance) dans aucun autre texte de sa plume, au fait qu'une partie substantielle de ces conjectures avait été établie déjà par un autre que lui. Voir à ce sujet la sous-note ""L a" Conjecture" (n° 169.) à la présente note "Les manœuvres".

[130](***) Dans ma réflexion sur l'Enterrement, la rencontre avec l'Eloge Funèbre, le jour même (le 12 mai l'an dernier) où un certain tableau d'un massacre a fait irruption dans mon enquête, a marqué un moment important. La longue réflexion "La clef du yin et du yang" (qui donne son nom à la deuxième partie de l'Enterrement) est déclenchée cinq mois plus tard par une "association d'idées" insolite, apparue au lendemain de cette rencontre. Elle était suscitée par un certain propos délibéré (tacite certes mais pourtant étalé gros...) de "renversement de rôles" dans les deux "portraits-minute" que je venais de regarder d'un peu plus près...

[131](****) pour des précisions concernant cette notice autobiographique, voir également la dernière note de b. de p. (datée du 29 décembre) à la fin de la note "Le nerf dans le nerf — ou le nain et le géant" (n° 148). Cette notice a été publiée par le "Fonds National de la Recherche Scientitique" (belge), rue d'Egmont 5, 1050 Bruxelles, à l'occasion de l'attribution du "prix Quinquennal" à pierre Deligne, en 1975.

[132](*) (12 mars) C'est là une "culmination" toute provisoire ! Voir la première des notes de b. de p. datées d'aujourd'hui, dans cette même note "Les manœuvres"

"SGA 4*a (sic) — SGA 5 ". C'est là l'aboutissement (provisoire) d'une longue *escalade* de onze ans dans l'enterrement de mon œuvre et de ma personne, dont chaque nouvelle étape se trouve enhardie par l'encouragement tacite trouvé lors des étapes précédentes, par l'indifférence et l'apathie générales (quand ce n'est un accueil empressé...) vis-à-vis de leur caractère douteux. J'ai déjà mentionné certaines de ces étapes, avec l'opération "Motifs" passée en revue précédemment. J'ai relevé trois autres épisodes encore, plus directement liés à l'opération "Cbhomologie étale", et qu'il me reste maintenant à passer en revue.

Episode 1. Il concerne le sort fait à une certaine conjecture du type *"Riemann-Roch discret"*. Je l'avais introduite en 1966 lors du séminaire oral SGA 5, dans l'exposé final où j'avais dégagé et commenté un certain nombre de problèmes ouverts et de conjectires inédites. Cet exposé s'est perdu corps et biens dans l'édition-Illusie, où aucune allusion n'est faite (et non sans raison...) à la conjecture en question, ni d'ailleurs à aucune autre des nombreuses questions qui y étaient soulevées. Pourtant, sept ans après le séminaire, la conjecture réapparaît dans le contexte analytique sous la plume de Mac-Pherson, sans allusion à un quelconque séminaire SGA 5 (ou à un contexte schématique), et sous le nom insolite de "conjecture de Deligne-Grothendieck". Il s'agit de l'article bien connu[133](**) où Mac-Pherson prouve cette conjecture dans le contexte analytique.

Lors de sa visite en octobre dernier, Deligne m'a précisé qu'il s'était borné en 1972 à 856
communiquer telle quelle à Mac-Pherson ma conjecture (qu'il avait apprise, avec les autres auditeurs de SGA 5, lors du séminaire oral). Il me dit avoir été surpris du nom donné par Mac-Pherson, sans pour autant prendre la peine de lui écrire à ce sujet pour lui faire rectifier le tir. Voir à ce sujet la note "Les points sur les i" (n° 164, partie II 1), et pour de plus amples précisions au sujet de la conjecture elle-même, la longue sous-note n° 87 à la note "Le massacre" (n^8 87)[134](*).

Episode 2. Il s'agit des vicissitudes du séminaire SGA 7, consacré aux questions de *monodromie en cohomologie étale*, lequel s'était déroulé, sous l'initiative et la direction communes de Deligne et de moi, entre 1967 et 1969. Les idées de départ et la conception d'ensemble du séminaire m'étaient dûs, et Deligne y avait apporté plusieurs contributions, la plus importante étant sa démonstration de la formule de Picard-Lefschetz dans le contexte étale. Comme pour SGA 5, la rédaction des exposés oraux traîne sur plusieurs années — c'est un peu la répétition du (début du) scénario de la (non-) rédaction de son malheureux prédécesseur ! La publication finit par avoir lieu quand même en 1972 et 1973 (dans les Lecture Notes n°s 288, 340), par les soins de Deligne, alors que j'ai disparu de la scène mathématique depuis trois ans — A son initiative, le séminaire âe trouve *scindé en deux parties*, la première présentée comme dirigée par moi, la deuxième comme dirigée par lui et N. Katz (lequel Katz avait été simplement un conférencier parmi d'autres, lors de la deuxième année du séminaire)[135](**).

[133](**) Mac Pherson, Chern classes for singular algebraic varieties, Annals of Math. (2) 100, 1974, p. 423–432.

[134](*) Cette conjecture apparaîtra donc pour la première fois, sous sa forme originelle et complète, dans Récoltes et Semailles seulement, et ceci près de *vingt ans* après que je l'aie recommandée à l'attention de mes élèves.

[135](**) .'Pour le sens que je discerne dans cette *coupure*, qu'aucune raison mathématique ne justifiait,

Dans le premier volume SGA 7 I paru sous mon nom, la théorie circonstanciée des cycles évanescents, que j'avais présentée dans une série d'exposés ouvrant le séminaire, est "sabrée" en un résumé de vingt pages de Deligne (les autres exposés avaient été rédigés dans des délais raisonnables, par moi-même et par d'autres participants au séminaire). Quant au volume II paru sous la signature commune Deligne-Katz, et où la part que j'avais prise dans le développement des thèmes et résultats principaux n'est pas moindre que dans le volume I, cette part, est systématiquement escamotée. Je donne des précisions à ce sujet 857
dans la note "Prélude à un massacre" (où je m'efforce de cerner le sens de la mini-opération SGA 7) et surtout dans la note "Les points sur les i" (partie II 5), n°s 56, 164.

Je me bornerai ici à rappeler l'escamotage le plus gros. Il concerne la transposition que j'avais faite, dans le contexte de la cohomologie étale, de la théorie cohomologique des "pinceaux de Lefschetz" et du "théorème d'irréductibilité". Cette transposition de résultats classiques, prouvés (quand ils sont bel et bien prouvés...) par voie transcendante, n'avait (comme bien souvent) rien d'automatique. Je me rappelle y avoir passé des jours si ce n'est toute une setnaine. Il n'y a pas, à ma connaissance, d'autre démonstration connue à ce jour pour les faits principaux, que celle que j'ai dégagée alors à coups de suites spectrales et de la structure "bien connue" (que j'avais déterminée en 1958) du groupe fondamental "modéré" d'une courbe algébrique[136](*). Cette théorie est reproduite dans SGA 7 II, dans un exposé de Katz (exp. XVIII) et d'après les notes que je lui avais communiquées. Dans l'introduction au volume, la théorie des pinceaux de Lefschetz est présentée (avec la formule de Picard-Lefschetz prouvée par Deligne) comme un des deux "résultats-clef" du séminaire, sans qu'aucune allusion y soit faite à un rôle que j'aurais joué dans aucun des thèmes qui sont développés dans ce volume. La seule référence que je connaisse dans la littérature, où apparaisse tant soit peu un tel rôle pour la théorie de Lefschetz, est une note de bas de page laconique et ambiguë[137](**) (après le titre ("Pinceaux de Lefschetz"ï de l'exposé de Katz, et le nom de son auteur) "D'après des notes (succinctes) de Grothendieck".

Dans l'article de Deligne "La Conjecture de Weil I" (169_4) [138](***) paru dès la même → (169_4)
année (1973) dans les "Publications Mathématiques", cette théorie des pinceaux de Lefschetz intervient comme un ingrédient technique important de sa démonstration des conjectures de weil. Dans cet article, Deligne ne fait pas mine encore d'escamoter mon rôle dans la formule des traces *-adique (qui est un autre ingrédient. crucial de sa démonstration, dont 858

voir la note "Prélude à un massacre" (n° 56) citée plus bas, et également la sous-note "L'éviction (2)" (n° 169) à la présente note "Les manœuvres".

[136](*) Dans l'introduction à l'exposé de Katz qui va être cité, celui-ci a l'air d'ailleurs d'attribuer généreusement ce théorème à mon ex-élève Michèle Raynaud, qui l'avait exposé dans le séminaire SGA 1 de 1960/61.

[137](**) Cette note est ambiguë, du fait qu'elle se garde bien d'affirmer une paternité, laquelle pourrait tout aussi bien être due (à défaut de mention du contraire) soit à l'auteur de cet exposé XVIII, soit à l'autre cosignataire du volume (comme l'introduction à celui-ci le laisse d'ailleurs entendre par omission). Le fait de suivre des notes ("succinctes" !) de Grothendieck ne signifie nullement qu'il n'existe plusieurs démonstrations (dont certaines antérieures) parmi lesquelles il m'aurait fait l'honneur de choisir la mienne. C'est là (comme ailleurs encore dans le même volume) un exemple typique du style "pouce !" cher à mon ami Deligne, lequel visiblement a fait école...

[138](***) Voir la sous-note llfl, L a" "Conjecture" " (n° 169), issue d'une note de b. de page ici-même.

la parternite était quand même encore trop notoire dans les milieux bien informés)[139](*) ; par contre, quand il prend soin de formuler les résultats de la théorie de Lefschetz qu'il s'apprête à utiliser, aucune allusion n'est faite à ma personne. Il se contente de référer aux exposés pertinents de SGA 7, et il y a peu de chance qu'un malheureux lecteur aille jamais y dénicher l'élusive note de bas de page de son ami Katz. . .

Episode 3. Le dernier épisode qui me soit connu dans "l'escalade" se place en 1976, une année avant la "culmination" avec l'opération "SGA 4*5 — SGA 5 ". Il s'agit de la publication dans Astérisque (n° 36 (SMF), p. 101–151) d'un article de J-L. Verdier intitulé "Classe d'homologie associée à un cycle". Verdier a été un de mes cinq élèves cohomologistes, et (comme ses copains) il avait assisté au séminaire SGA 5, prenant sagement des notes sans trop savoir dans quoi il s'était embarqué là. Dans les dix ans qui se sont écoulés depuis, il a fini fcomme ses copains) par s'y retrouver. Toujours est-il que dans cet article il reprend un certain nombre d'idées que j'avais développées dans le séminaire en question, en long et en large et "devant des auditeurs qui demandaient grâce", autour du théorème de bidualité et surtout, autour du formalisme des classes d'homologie et de cohomologie associées à un cycle[140](**). Dans cet article, mon nom n'est pas prononcé (sauf une fois, par manière de plaisanterie d'un genre très particulier. . .), et aucune allusion (d'abord) 859
et d'homologie (ensuite) associée à un cycle, à partir de la deuxième moitié des années cinquante (dans le cadre cohérent), et dont j'ai présenté une synthèse (version étale) dans SGA 5, étaient des "techniques passe-partout", s'appliquant aussi bien à des "coefficients" continus (style De Rham, ou Hodge) que discrets et aussi bien dans le cadre schématique qu'analytique ou différentiable (entre autres). Les besoins d'une telle théorie avaient été d'ailleurs parmi mes principales motivations pour développer (dès les années cinquante) un formalisme de la cohomologie "à supports" dans un fermé (avec la suite spectrale fort utile "de passage du local au global"), destiné à fournir un équivalent "algébrique" pour le classique (et élusif) "voisinage tubulaire" d'un sous-espace fermé. C'est à cette occasion aussi que j'ai développé pour la première fois (tant dans le contexte cohérent que discret) des énoncés du type "pureté" et "semi-pureté" cohomologique.

n'est faite à un quelconque séminaire SGA 5 dont l'auteur pourrait avoir entendu parler. On trouvera des détails dans les deux notes "Les bonnes références" et "La plaisanterie — ou "les complexes poids"" (toujours les mêmes poids, pas d'erreur. . .) n°s 82, 83.

[139](*) Des l'année d'après pourtant, dans sa note autobiographique (examinée dans les deux notes déjà citées, n°s 165, 166) Deligne ne peut se refuser la satisfaction, toute symbolique qu'elle soit, d'escamoter ce rôle. Il est vrai que c'était là un texte à circulation très limitée, que peut-être aucun mathématicien "dans le coup" n'a tenu entre les mains sauf moi. Mais trois ans plus tard encore, dans le volume nommé "SGA 4*s" destiné à devenir un texte de référence courant, le même escamotage (mais mis en œuvre avec un tout autre doigté encore, vu la circonstance. . .) se trouve monté, à l'intention cette fois d'un large public d'"utilisateurs", non spécialistes de cohomologie étale. Pour un démontage de cette supercherie menée avec maestria, voir le groupe de sousnotes "La Formule" (nQs 169 — 169) à la présente note, ainsi que les deux sousnotes qui la précèdent, "Le cheval de Troie" et ""L a" Conjecture" (n°s 169,

[140](**) L'idée de définir 1 '*homologie* d'un schéma (ou "espace". . .) comme sonhypercohomologie à valeurs dans un "complexe dualisant" convenable remonte aux années cinquante (dans le cadre cohérent), et avait été reprise par moi, avec un luxe de détails, dans le cadre étale au cours du séminaire SGA 5. Les méthodes que j'avais développées sur le thème de la classe de cohomologie

C'est à partir de ce "mémorable article" que le formalisme de dualité sur les espaces analytiques complexes, pour les coefficients discrets analytiquement constructibles, reproduisant ne varietur celui que j'avais développé (dès 1963 et surtout, dans SGA 5 en 1965/66) dans le contexte schématique étale, est devenu subrepticement la "dualité de Verdier" — en attendant que cinq ans plus tard (dans l'euphorie du Colloque de Luminy de juin 1981) le même tour de passe-passe se fasse également pour la dualité étale. Mais là j'anticipe (tout comme je viens déjà de le faire avec l'épisode du "mémorable article" lui-même) sur la. *troisième* grande opération, ayant cette fois Verdier comme principal (sinon comme unique) "bénéficiaire" — opération dont il va être question plus bas[141](*).

( ) Cet article de Verdier a jeté pour moi une lumière inattendue sur le sort fait à SGA 5 aux mains de certains parmi ceux qui furent mes élèves. Il m'a montré quelle sorte de "bénéfice" ceux-ci pouvaient trouver dans l'exclusivité qu'ils avaient de la connaissance des idées et des techniques que j'avais développées dans SGA 5, à leur intention avant tous autres. Il me montrait aussi, sans doute possible, la connivence et la solidarité de l'ensemble de mes élèves cohomologistes avec ce genre d'opérations. En appelant cet article "la bonne référence", je n'avais pas cru si bien le nommer — il est bien devenu (comme il m'a été confirmé de divers côtés) un texte de référence standard, qu'aucun d'eux ne pouvait certes 860
ignorer. C'est ce qui finit par s'imposer à moi dans les notes "Le silence" et "La solidarité" (n°s 84, 85). Jfai su que je n'avais pas à m'étonner que dans l'édition-Illusie de ce qui fut un jour le séminaire SGA 5, aucune allusion n'est faite, à aucun moment, à un formalisme de l'homologie (et des classes d'homologie associées aux cycles) que j'aurais développé dans ce séminaire — et il n'y avait pas lieu d'en parler en effet, puisque (dix ans après) son copain Verdier s'était déjà chargé de fournir la référence manquante à la satisfaction générale[142](*).

La "bonne référence" fournie par Verdier, tout comme le "mémorable volume" consacrant l'exhumation partielle des motifs par Deligne, est pour moi du plagiat pur et simple. Il n'en est pas encore de même du texte appelé "" SGA 4*5 " [143](**). Certaines formes

[141](*) Voir les notes "Le partage"., n°s 170 (i) — (iii).

[142](*) Quant à la variante en *cohomologie* (juste effleurée dans l'article de Verdier, que Deligne s'abstient d'ailleurs de citer), elle est adjugée (comme on l'a vu) à Deligne. Comme je suis dûment présenté comme auteur de l'exposé piraté par Deligne, il n'y avait pas de raison majeure pour taire la disparition de SGA 5 de mes exposés sur ce thème. Illusie la mentionne "en passant" dans l'introduction de sa plume, sans que la chose soit jugée digne d'une explication (et personne avant moi ne semble s'en être étonné, en effet. . .). Bien au contraire, dès la deuxième phrase de cette introduction, il est bien précisé que

"les *seuls changements importants* par rapport à la version primitive concernant l'exposé II @théorèmes de finitudelqui n'est pas reproduit, et l'exposé III @formule de Lefschetz *). . ." (c'est moi qui souligne).

Vu le peu et vu le contexte, je n'ai pas à m'étonner si mon ex-élève affecte de ne pas voir d'*autres* "changements importants" dans le corps vivant et harmonieux que j'avais naguère confié entre ses mains et celles de mes autres élèves, corps réduit dans l'édition-Illusie à l'état d'une dépouille difforme 1 Et c'est juste un "changement" *pas* "important", parmi bien d'autres, que ce *partage* fait par deux inséparables amis d'un des "paquets" d'exposés que j'avais développés avec un soin infini : la partie adjugée à Verdier étant devenue, depuis une année déjà lors de la parution de SGA 5, "'l'a" bonne référence que tout le monde attendait (Deligne dixit), et celle adjugée à Deligne devenant *"la"* bonne raison pour dûment citer l'indispensable texte de base "SGA 4*5 " à chaque tournant de page, et au surplus, pour présenter leur défunt maître comme l'humble (et confus) collaborateur de son plus brillant élève. . .

y sont gardées encore, dans le style "pouce 1 " de rigueur, lequel excelle à constamment *suggérer* le faux, sans jamais (ou presque... (169_3) [144](***)) ne s'avancer jusqu'à le *dire* en → (169_3)
clair. Ma première confrontation avec "SGA 4*5 " et avec la forme particulière qu'y prend 861
ce style-là (celui de la dépréciation dédaigneuse[145](*)) se fait dans la note "La table rase" (n° 67).

Mais l'opération en question me frappe surtout, plus qu'un banal plagiat ne pourrait le faire, par une certaine dimension dans l'impudenc e. Aucune des trois autres opérations n'atteint a mes yeux à cette dimension extrême[146](**). Et elle m'atteint plus fortement qu'aucune des trois autres peut-être, car plus encore elle me touche comme un *acte de violence*, comme un *massacre* "pour le plaisir" d'un beau travail que j'avais mené à terme et dans lequel je m'étais mis tout entier — à l'intention, avant tous autres, de ceux-là même qui se sont plus par la suite à le saccager, pour en faire la pâture de leur suffisance, et (sous les dehors bon teint de gens de haute volée et d'exquise compagnie) venir y étaler une discrète insolence et ces airs de complaisant mépris[147](***).

(*ï C'est la "dépréciation" qui affecte de faire table rase de la "gangue de non-sens" amassée par un précédesseur "confus" ("quoique rigoureux"...) et brouillon à souhaits...

f@vrj@erj Les deux "opérations" que je viens de passer en revue, tout comme la qua- 862
trième (dite "du Colloque Pervers") dont il sera question plus loin, se sont faites avec la participation ou la connivence d'un grand nombre, pour le "bénéfice" (semblerait-il) d'un seul. C'est là un point commun frappant à ces trois opérations, venant en confirmation de la réflexion poursuivie dans la note "Le Fossoyeur — ou la Congrégation toute entière" (ne

[143](**) (21 mars) La réflexion poursuivie dans la suite de sous-notes groupées sous le nom "La Formule" (n°s 169 à 169) m'a montré que cette impression était erronée, malgré "certaines formes" qui sont encore gardées...

[144](***) voir à ce sujet la sous-note "Le cheval de Troie" (n° 169), issue d'une note de b. de p. ici même qui était censée expliciter ce "ou presque...".

[146](**) (11 mars) Cette appréciation est bien sûr entièrement subjective. En écrivant cette ligne, j'ai d'ailleurs eu comme une hésitation, en songeant à l'inimaginable "opération" du Colloque Pervers (ou "opération IV", dont il sera encore question). Ce mémorable Colloque constitue bien une véritable *apothéose* collective de l'Enterrement de ma personne, par celle d'un téméraire continuateur (Zoghman Mebkhout) interposé. C'est à cette occasion que je me suis rendu compte que cette apothéose est en même temps un prolongement naturel, et un ultime *aboutissement* de l'opération "Cohomologie étale", dont l'épisode "SGA 4@ — SGA 5 " n'était, en réalité, qu'une "culmination" toute provisoire. Dans cette dernière, mon exélève Deligne ne peut s'empêcher ici et là de faire encore allusion à ma modeste personne et à mon œuvre, fût-ce a contre-cœur, et pour s'en démarquer par des épithètes dédaigneuses. Dans le Colloque de Luminy de juin 1981 par contre, où la cohomologie étale était au centre de l'attention générale, mon nom (tout autant que celui de l'inconnu de service Zoghman Mebkhout) n'est à aucun moment prononcé...

[147](***) Cette suffisance et ce mépris s'étalent assez clairement dans et entre les lignes de ce volume nommé "SGA 4@ " (sans doute unique dans ce genre, dans l'histoire de notre science). Ils ont fait aussi leur apparition, en l'année même de la publication de ce volume (mais dans des tons plus discrets), dans la relation personnelle de Pierre Deligne à moi. (Voir la note "Les deux tournants", n° 66*) Je les ai trouvés dans la désinvolture de tel et tel autre parmi ceux qui furent mes élèves, s'abstenant de répondre à telle lettre lui parlant de chose qui me tenaient à cœur ou qui m'avaient peinées. Je les ai retrouvés, en touches légères et désinvoltes, entre les lignes dans l'introduction à l'"édition Illusie" (ou édition massacre) d'un travail fait avec amour, et aussi l'an dernier, dans les airs de condescendance paterne d'un autre élève encore (dont il est question dans la note "La plaisanterie — ou"les complexes poids" ", n° 83).

97).

Mais je vois dans les deux premières opérations, faites autour des motifs et de la cohomologie étale, un point commun plus insidieux, concernant un certain *esprit* qui les a animées. Il s'agit ici d'une certaine attitude intérieure vis-à-vis de la *possession d'une information scientifique* de haut niveau et à circulation limitée, ou à la limite, d'une information confinée à un groupe de quelques personnes liées par des alliances d'intérêt (voire, à une personne unique), et qui usent de leur pouvoir d'un *bloquer la circulation* aussi longtemps qu'il leur semble avantageux de s'en réserver le "bénéfice" exclusif.

Ainsi, après mon "départ" en 1970, Deligne a été *le seul* (à part moi) à avoir assimilé intimement le "yoga des motifs" et à en avoir senti toute la portée — pour en faire l'usage qu'on sait. Mes cinq élèves cohomologistes (y inclus Deligne), et peut-être encore deux ou trois autres ex-auditeurs de SGA 5 qui ont eu la persévérance pour en assimiler vraiment la substance, ont été *les seuls* à avoir à leur disposition exclusive les idées et techniques que j'avais développées dans ce séminaire.

Dans l'un et l'autre cas, m'adressant à Deligne dans d'innombrables tête-à-tête entre 1965 et 1969, ou au groupe restreint des auditeurs de SGA 5 en 1965/66, s'il est vrai que c'est bien "à leur intention avant tous autres" que j'explicitais et développais longuement devant eux une certaine vision intérieure, ce n'est *pas* en tant que représentants de quelque "groupe d'intérêts" que je mettais entre leurs mains ces choses qui avaient pour moi du prixPour moi, il allait de soi que je m'adressais à eux comme à des personnes animées comme moi, à côté du désir naturel de donner leurs preuves et d'apporter leur contribution à une *connaissance commune* des choses mathématiques, par un *esprit de service*/ vis-à-vis d'une "communauté mathématique" sans frontières dans l'espace ni dans le temps[148](*). Et 863
ce que je mettais entre leurs mains, je savais bien que c'étaient là non des "curiosités", des pièces de musée, mais des choses vivantes et brûlantes, faites pour croître et pour essaimer — et c'était bien ce qui était pressenti d'emblée par ceux à qui je m'adressais[149](*). Si je m'adressais à eux, c'était, non comme à des sortes d'*actionnaires* à qui j'aurais confié des actions, au nom de je ne sais quels "intérêts" communs, mais bien comme à des *personnes* à qui me reliait une *aventure commune* — des personnes, donc, qui auraient à cœur d'agir comme des *relais* de l'"information" que je leur communiquais (quitte à y mettre du leur à leur guise, en la répercurtant autour d'eux...), tout comme moimême m'en faisais le relais

[148](*) Au sujet d'un tel "esprit de service", voir notamment la note (citée également plus bas) "Yin le Serviteur, et les nouveaux maîtres" (n° 135).

[148](*) (10 avril) Cela n'a pas empêché certains d'entre eux de faire leur possible, après-coup, pour débiner ce qu'ils ont thésaurisé longuement, après avoir eu du mal d'abord (à part Deligne) pour en saisir le sens et la portée et pour l'assimiler. Je vois dans ce ton de débine (qui se surrajoute à l'attitude "magot", dont il est question plus bas) une double *compe nsat ion*. D'une part celle qui évacue un malaise (créé en leur for intérieur par ce détournement d'une chose qui n'est pas leur, mais celle de *tou* s), en faisant mine de *dévaloriser* à leurs propres yeux ce qui a été détourné. D'autre part il y a la compensation vis-à-vis du "père", ressenti comme incarnation d'une force créatrice qui les dépasserait (alors qu'ils n'arrivent à assumer la force semblable, qui repose en eux tout comme en celui à qui secrètement ils en font grief...). Mon état de "défunt", et l'exemple donné par l'héritier direct, ont créé une conjoncture faborable pour "défouler" un antagonisme secret, le "père" étant désormais ressenti comme étant en *situation de faiblesse, d'infériorité*.

en leur faveur[150](**).

C'est avec un recul de près de vingt ans que je réalise qu'il y avait entre eux et moi un malentendu foncier — nous n'étions pas "branchés sur les mêmes ondes". Ce que j'avais confié comme des choses vivantes en des mains que je croyais aimantes, a été thésaurisé comme une sorte de *magot* qu'on se hâterait d'enfouir. La possession du magot représentait un certain pouvoir @dérisoire certes, vu le prix...) — ne serait-ce que le pouvoir de retenir, d'empêcher (ne fut-ce que pour un temps@ qu'une chose vivante, faite pour s'épanouir et pour essaimer, s'épanouisse et essaime.

J'ai essayé de saisir les deux attitude@, d'essence différente, qui se confrontent dans ce "malentendu"[152](***), dans les deux notes "Yin le serviteur, enseignement — ou création 864
et fatuité", n° 44′), qui parlait d'une "sorte d'incompréhension" entre mes élèves et moi (en mettant pourtant à part Deligne.-.). Je n'étais pas sûr alors d'avoir compris de quelle "sorte d'incompréhension" il voulait parler, serait-ce la même que ce "malentendu" dont je parle ici — et qu'il en aurait exclu Deligne, par son propos délibéré (qui m'ai étonné plus d'une fois en mon ami) de ne le voir qu'"en rosé" ?

et les nouveaux maîtres ", et "Yin le Serviteur (2) — ou la générosité" (n°s 135, 136). Je ne voudrais pas avoir l'air ici de poser à l'incarnation exemplaire de'"attitude de service", opposée à l'"attitude de caste" : celle où "le savoir" devient le signe distinctif d'une élite et (à un stade plus avancé dans la dégradation des mœurs) le moyen d'un pouvoir arbitraire sur autrui. Comme l'a fait apparaître la réflexion dans Fatuité et Renouvellement (la première partie de Récoltes et Semailles), la réalité est plus complexe. J'ai pu constater en ma propre personne, et en certains de mes actes dans mon passé de mathématicien, des germes de la dégradation générale que je constate aujourd'hui. Et il est tout aussi — terai que cette *"pulsion de service"* en moi a été un puissant moteur d'action, dans le développement notamment de mon œuvre mathématique écrite, et plus particulièrement, dans l'inlassable poursuite des deux séries de textes de fondements EGA et SGA[153](*).

Il semblerait que je n'aie rien su communiquer a mes élève de cette pulsion-là, ni de l'attitude qui la reflète. L'œuvre entreprise, dans la mesure où elle incarnait une attitude et des dispositions "de service" d'une communauté, s'est arrêtée net après mon départ[154](**)
— comme par un soudain coup de scie @ou de tronçonneuse... [155](*)). 865

[150](**) C'est donc à cette "communauté mathématique sans frontières" que je m'adressais, en même temps qu'à eux et à travers eux. Je me suis expliqué ailleurs (voir la note de b. de p. [151](*)page 847) pourquoi je ne me suis pas chargé moi-même, dès l'année au moins qui a suivi ce séminaire, de le récrire au net pour le mettre à la disposition de tous.

[152](***) En écrivant ces lignes, et ce mot "malentendu", l'association s'est imposée à moi avec la lettre de Zoghman Mebkhout (citée dans la note "Echec d'un

[153](*) Cette "inlassable poursuite" allait d'ailleurs bien souvent à l'encontre d'une autre pulsion toute aussi forte en moi, celle de lâcher toutes les "tâches" qui me retenaient, et de me lancer toujours plus avant dans l'inconnu devant moi qui sans cesse m'appelait (et m'appelle encore...).

[154](**) (10 avril) En retapant au net ces lignes, je suis frappé par une ironie singulière de la situation, dont le sens (tout comme celui de l'Enterrement dans son ensemble) n'est pas pleinement saisi en ce moment encore. C'est celui qui s'est investi tout entier dans des tâches de "service" au bénéfice d'une certaine "communauté mathématique", qui se trouve évincé de son œuvre même, et avec l'approbation tacite et sans réserve de ladite "communauté", par ceuxlà même qui ont fait du *refus du service* un impératif de

Par les échos qui me parviennent encore ici et là du monde que j'ai quitté, je vois que cette attitude spontanée, que j'avais en commun avec les aînés bienveillants qui m'ont accueilli lors de mes débuts, est devenue (tout comme cette bienveillance même) une *étrangère* dans ce monde qui avait été le mien.

(@@@1) (9 mars)[156](**) Le signe SGA est une abrévation pour "Séminaire de Géométrie (@@@1)
Algébrique du Bois Marie"."Il désigne (ou du moins, désignait dans les années soixante) les séminaires dans lesquels j'ai développé, entre 1960 et 1969 (et en collaboration avec des élèves et d'autres, a partir de 1962) mon programme de fondements de la géométrie algébrique nouvelle, parallèlement aux textes (moins "avancés", et en style plus canonique) de la série EGA ("Eléments de Géométrie Algébrique")[158](***). Ces séminaires se déroulaient au "Bois Marie", lieudit (à Bures sur Yvette) ou est implanté l'IHES depuis 1962. A vrai dire, les deux premiers séminaires (entre 1960 et 1962) se sont poursuivis dans un local de fortune à Paris (à l'Institut Thiers), devant un auditoire qui ne devait guère dépasser une dizaine de personnes, et devant lesquels je faisais rigoureusement "cavalier seul". Le sigle SGA date de ces années, où il n'était pas encore question de "Bois Marie". J'ai rajouté ultérieurement cette jolie appellation au nom initial "séminaire de Géométrie Algébrique", pour le rendre mains austère.

Il va sans dire que la suite de ces séminaires, de SGA 1 à SGA 7, est numérotée par ordre chronologique. Il allait de soi que la conception d'ensemble de chacun de ces séminaires provenait de moi. Elle était inspirée par mon propos global et à longue échéance, de poser de vastes fondements de la géométrie algébrique, et de plus en plus, ceux en même temps d'une "géométrie" plus vaste, que je sentais fortement à partir tout ou moins des années 1963 et suivantes, et qui restait non nommée. (Je l'appellerais aujourd'hui du nom de "géométrie arithmétique", synthèse de la géométrie algébrique, de la topologie
et de l'arithmétique[159](*).) Le dernier de ces séminaires est SGA 7, qui s'est poursuivi 866
(contrairement aux précédents) sur deux années consécutives, 1967–69, et qui était animé en collaboration avec Deligne.

Le volume au nom trompe-l'oeuil "SGA 4*3 " est (comme il est expliqué plus haut, pages 847 et 851) formé de textes postérieurs à 1973, donc postérieurs aussi au dernier des séminaires SGA, si on met à part ceux pillés dans SGA 5, et le fameux "Etat 0 " d'une

---

caste et une seconde nature.

Le paradoxe apparent me paraît cependant se résoudre dans une large mesure, en se rappelant que la "communauté" à laquelle s'adressait cette "pulsion de service" en moi n'était nullement l'entité sociologique (avec sa "caste" de notables etc) qui a été partie prenante sans réserve dans mon Enterrement ; mais c'était cette "communauté mathématique sans frontières dans l'espace ni dans le temps" dont il a été question plus haut. (Pour des commentaires au sujet de la distinction et de la confusion entre ces deux "communautés", voir la première note de b. de p. à jLa note ultérieure "Le respect" (n° 179).

[155](*) Au sujet de l'effet "tronçonneuse", coupant court (notamment en chacun, ou presque, de ceux qui furent mes élèves) à un élan vivant et vigoureux d'une œuvre qui s'amorçait, voir i. es deux notes "Les cohéritiers...", "... et la tronçonneuse" (n°s 91, 92).

[156](**) La présente sous-note est issue d'une note de b. de p. à la note principale "Les manœuvres" (voir note de b. de p.[157](*) page 848)

[158](***) Rédigés avec la collaboration de J. Dieudonné*.

[159](*) Voir à ce sujet la note de b. de p. [160](*) à la p. 844.

"thèse" de Verdier (dont il sera question avec l'opération III). Toutes questions de dates mis à part, la nature hétéroclite des textes composant ce volume n'est aucunement en accord avec l'esprit dans lequel j'avais poursuivi la série SGA, dont chaque volume présentait un *travail de fondements d'enver@ gure* sur une partie de mon programme qui n'avait été encore développée nulle part ailleurs — a l'exclusion donc de volumes de "*digests*", ou de *compilation* de résultats déjà connus et bien au point, ou de résultats même nouveaux mais de nature sporadique. A la rigueur, en donnant au volume de Deligne le nom SGA 8 (à supposer que j'y donne mon accord) aurait été impropre, en suggérant par un tel nom l'idée (nullement fondée) d'une *continuation* de l'œuvre que j'avais poursuivie dans les séminaires précédents SGA 1 à SGA 7. Quant au sigle "SGA 4 h" choisi par Deligne, il n'est pas seulement "impropre", mais il constitue par lui-même une *supercherie et une imposture.* C'est la une chose qui m'apparaît comme devant être *évidente*, pour chacun des nombreux mathématiciens qui, depuis 1977, ont eu occasion de prendre connaissance de ce volume, et qui par ailleurs connaissent le sens du sigle SGA, inséparable de ma personne et de mon œuvre, et par là aussi, d'un certain *esprit.* Cela n'empêche que cette imposture, dans le nom même d'un texte de référence standard, a été toléré par la "communauté mathématique" depuis huit ans, sans apparemment "faire aucune ride". J'y vois, avec le Colloque Pervers de 1981 qui en est un prolongement naturel, *la grande disgrâce* du monde mathématique des années 70, 80, disgrâce qui me paraît sans précédent dans l'histoire de notre science.

Il y a eu un épisode précurseur de cette *opération-éviction*, visant à donner l'impression que ma personne ne jouerait qu'un rôle occasionnel, brouillon et accessoire dans le développement de textes fondamentaux SGA. Il s'agit de la "mini-opération SGA 7". Il est question de cette opération dans "l'épisode 3" (d'une escalade) dans la note "Les ma- 867
nœuvres" (n° 169), et surtout (du point de vue qui m'intéresse ici) dans la note "Prélude à un massacre" (n° 56). Il s'agit de la publication, dans un volume séparé SGA 7 II, d'une partie du séminaire originel, sous les noms de Deligne et de Katz et à l'exclusion de ma personne (et en escamotant le rôle qui a été le mien dans le développement de ses thèmes principaux et de certains résultats-clef). J'écris à ce sujet, dans la note citée (n° 56) :

"Cette opération "SGA 7 " n'est nullement une *continuation* de l'œuvre poursuivie dans les SGA, mais je la ressens comme une sorte de "coup de scie" (ou de tronçonneuse. . .) brutal, *mettant fin* a la série des SGA, par un volume qui se démarque ostentativement de ma personne, alors qu'il est lié à mon œuvre et en porte la marque tout autant que les autres."

Ces volumes SGA 7 I et SGA 7 II n'arborent pas encore des airs de condescendance et de mépris à peine voilé à l'égard de'.1 'œuvre dont ils sont issus* Si ce pas-là dans l'escalade a pu s'accomplir pourtant quatre ans plus tard, c'est parce que les pas précédents (parmi lesquels cette mini-opération SGA 7 d'anodine apparence) ont "passé", sans jamais (à ma connaissance du moins) susciter dans le monde mathématique la moindre réaction.

Je voudrais terminer avec un épilogue édifiant (sans doute provisoire) à l'opération-éviction de ma personne des SGA, éviction mise en œuvre par Deligne avec la tacite approbation de "la Congrégation toute entière". Il s'agit de la réponse très "cool" qui m'a été faite dernièrement par Mme Byrnes, en charge des "Lecture Notes" dans le Springer

Verlag, à qui j'avais écrit pour demander des élucidations au sujet d'un volume nommé SGA 5 et publié sous mon nom en 1977 dans les "Lecture Notes", sans que la maison Springer ait jugé utile de me demander mon accord, ni même de m'informer de cette publication opérée par ses soins. J'apprends par sa lettre (reçue un mois après) qu'il était d'autant plus inutile de s'encombrer d'une telle formalité, *que c'est* à *tort que je prétends figurer comme auteur dudit volume* SGA 5, *édité par* L. Illusie, vu que je ne figure sur la couverture *que comme directeur* de ce séminaire ! (Et on se demande du coup, rétrospectivement ce que le défunt directeur allait bien y faire à ce séminaire...) J'ai écrit, juste pour voir, a M. K. F. Springer en personne, sur diverses expériences étranges que j'ai eues avec le Springer Verlag depuis 1972 (l'année où SGA 7 I avait été publié sous mon nom de la même façon — il est vrai que je n'en suis pas plus "auteur" que je ne le suis de SGA 5...). J'attends toujours sa réponse...(*ï.

(16 mars) La présente sous-note a reçu le nom qui s'imposait, "L'éviction (2)". Le signe 868
(2) rappelle qu'il y a eu déjà une autre note du nom "L'éviction" (n° 63), à laquelle j'ai eu occasion de référer dernièrement (avec l'opération "Motifs"). L'"éviction" qui a été évoquée (très discrètement...) dans cette note-là est celle qui a eu lieu en 1970, lors de l'épisode de mon départ de l'IHES, lequel départ visiblement arrangeait à merveille mon jeune et brillant ami, installé depuis peu dans la place[161](*). La filiation entre ces deux "évictions", l'une de l'IHES, et l'autre de la série SGA, me semble évidente. J'y constate une progression saisissante, dans la nature encore d'une "escalade" : la première fois, il s'agit simplement de l'éviction de ma personne d'une *institution*, à laquelle je me sentais très fortement attaché certes (je me voyais bien y finir mes jours, vrai de vrai !), mais dont je me suis détaché très vite et sans résidu de regret. La deuxième fois, il s'agit de l'éviction de ma personne des SGA, qui euxmêmes représentent (symboliquement sûrement, et même plus que symboliquement) mon œuvre de mathématicien — œuvre à laquelle je reste attaché aujourd'hui encore. Il est vrai que mon "éviction" de l'IHES est depuis quinze ans chose consommée — alors que je doute, malgré tout, qu'il en soit de même pour mon éviction d'une œuvre à laquelle j'avais consacrée quinze années bonnes et drues de ma vie.

J'ai songé au fait que j'ai naguère facilité la tâche pour m'évincer des SGA, en suivant mon mouvement spontané de présenter ceux parmi mes élèves et collaborateurs qui se sont investis à temps plein, à certains moments, dans le développement d'un de ses séminaires, comme "dirigeant" le séminaire au même titre que moi. Ce n'était pas dans les usages de mon temps, et l'est certainement encore moins aujourd'hui. Je ne sais si j'ai bien fait. D'une part cela ne correspondait pas entièrement à la réalité, en ce sens qu'il n'y avait nullement symétrie dans le rôle que j'y jouais, et dans celui de mes collaborateurs, même brillants et s'investissant à fond tout comme moi. Cette présentation des choses va donc dans le sens de lf "ambiguïté" (ou de la "complaisance" aux jeunes mathématiciens brillants) que j'examine dans les notes "L'ascension" et surtout "L'ambiguité" (@. n°s 63′, 63″). Si cette

[160](@) (9 avril) pour la suite de l'histoire, voir la note "Les Pompes Funèbres — — im Dienst der Wissenschaft" (n° 175).

[161](*) II est question de l'épisode de mon départ de l'IHES (en 1970) dans la section "La récolte inachevée" (n° 28) et dans les notes "L'arrachement salutaire", "L'éviction", "Frères et époux" (n°s 42, 63, 134), et enfin dans la sous-note (n° 134) à la dernière note citée.

ambiguité instaurée par moi a encouragé certains parmi ceux qui ont intensément collaboré aux SGA à un moment ou un autre, à “m’évincer” (de façon plus ou moins partielle ou plus ou moins complète), j’aurais tort de leur en vouloir ! Je récolte simplement ce que 869
j’ai moi-même semé. Mais cela ne m’empêche nullement, par ailleurs, de faire un constat publique de ce qui s’est passé.

D’autre part, il est vrai aussi que cette relation que j’instaurais avec certains collaborateurs pouvait être perçue par eux comme une marque d’estime et de confiance (qu’elle était bel et bien), et les encourager du même coup à s’investir à fond dans la tâche, tout comme je m’y investissais. Mais je me dis maintenant qu’une telle estime et une telle confiance peuvent s’exprimer d’une façon toute aussi claire et encourageante, sans être pour autant entachée d’ambiguïté. C’était un peu comme si j’ *“achetais”* un investissement a la mesure de la tâche, par l’octroi d’une “a *vantag* e”, “avantage” d’ailleurs qui (avec le recul) me paraît douteux. Car c’est un faux avantage que de paraître ce qu’on n’est pas. Et il est bien évident que dans la création d’une apparence (sinon entièrement fausse, du moins) un peu fausse sur les bords, c’était m a responsabilité avant celle de tout autre, de moi qui faisais figure d’aîné, qui était engagée.

Décidément la réflexion rejoint de plus en plus celle de la note “L’ambiguité”, dans le jour imprévu d’une “situation d’espèce” à laquelle je n’avais nullement songé en l’écrivant. Je me rends compte que, tout comme ma relation au “jeune génie” (nullement méconnu) Deligne était fausse, du fait que par une fausse modestie je m’abstenais d’assumer le rôle d’aîné et de “maître” qui était bel et bien le mien auprès de lui, ma relation à d’autres jeunes gens brillants, s’investissant à fond dans une tâche qui me semblait alors “commune”[162](*), a été fausse également.

La réflexion poursuivie dans l’Enterrement a montré d’ailleurs bien assez clairement que si tâche “commune” il y avait, c’était pour l’espace d’une année voire deux, le temps pour le jeune homme de faire (disons) une thèse (ce qui n’est déjà pas mal). L’année même de mon départ en 1970 a sonné le signal d’un abandon immédiat et quasiment total de ce vaste ensemble de “tâches” visiblement brûlantes, et qui bel et bien me “brûlaient dans les mains” la veille encore[163](**). Mis à part les travaux de Deligne sur la conjecture de Weil, cela a 870
été en même temps le début d’une longue stagnation dans chacun des grands thèmes qui m’avaient le plus fasciné — une stagnation qui (mis à part la “reprise” partielle déclenchée par la philosophie de Mabkhout-le-non-nomme*) se continue aujourd’hui encore[164](*).

[162](*) Je commence à me rendre compte que c’était là une illusion, à la fin de la note “Le feu vert” (n° 68), p. 260.

[163](**) Cet abandon immédiat d’un programme et de tâches brûlantes, au lendemain même de mon départ, se trouve évoqué dans la note “L’instinct et la mode — ou la loi du plus fort” (n° 48), et surtout dans la double note “Les cohéritiers. . .”, “. . . et la tronçonneuse” (n°s 91, 92), où j’essaie de passer en revue (d’après les échos qui m’en sont revenus) ce que sont devenus les thèmes qui avaient été pris en charge par mes différents élèves “d’avant 1970”.

[163](*) (17 mars) Cette impression de “stagnation” prendra peut-être un sens plus. ’ concret dans une note ultérieure, où je compte faire une courte énumération commentée des thèmes les plus “brûlants” qui étaient sur mon agenda, et qui ont été laissés pour compte, dès mon départ et avec un ensemble parfait, par ceux qui avaient été mes élèves. (9 avril) Voir à ce sujet la note “Le tour des chantiers — ou outils et vision”, n° 178.

, 169.) (13 mars)[165](**) Dans cette introduction à SGA, Illusie remercie chaleurëusement Deligne, entre autres pour l'avoir

"convaincu de rédiger... une démonstration de la formule de Lefschetz-Verdier, *levant ainsi un de@s obstacles* à *la publication de ce séminaire"*

(c'est moi qui souligne), en clair : l'obstacle du *manque de "conviction" d'Illusie* à rédiger ce qu'il s'était engagé de rédiger depuis *onze ans* — lequel manque prend fin soudainement, comme il a été dit plus haut, au moment précis où le bon samaritain Deligne donne "le feux vert" au bon samaritain Illusie qu'il "pouvait y aller"...

C'est là le *"vrai* dans le faux". Quant au *faux* qu'essayé visiblement de suggérer ce passage, sans avoir à le dire en clair (suivant un style éprouvé et qui a fait école...), c'est que le séminaire SGA 5 dépendrait de la formule en question (qui n'était établie au moment du séminaire que moyennant des hypothèses de résolution des singularités, levées depuis, dans les cas les plus courants, par les résultats de finitude de Deligne présentés dans le volume "antérieur" ayant nom "SGA 4@ "[167](***)). En fait, comme les deux amis le savent tout aussi bien que moi, le rôle de cette formule de LefschetzVerdier dans SGA 5 (tout comme dans ma démonstration de la formule cohomologique Sadique des fonctions 871
L@ avait été purement *heuristique*, en fournissant la *motivation* pour chercher et prouver des formules de points fixes "explicites" (i. e. où les "termes locaux" pourraient être calculés explicitement). Ainsi, Illusie fait chorus avec son ami pour créer l'impression que SGA 5 serait bel et bien (et dans un sens qui n'est explicité clairement par lui pas plus que par son ami) *subordonné* au texte qui, du coup, ne peut s'appeler que "SGA 4*3 ".

Pour des précisions, voir la note "Le massacre" et sa sous-note n° 87 — Dans cette note et l'ensemble de ses sous-notes, je finis par découvrir (mieux vaut tard que jamais) que toute cette introduction écrite par Illusie, et de façon générale, la présentation d'ensemble de l'édition-Illusie (ou éditionmassacre), est un modèle de mauvaise foi, servie avec désinvolture et avec ces airs de candeur qui font le charme de sa personne.

Cette touchante impression que s'efforce de créer Illusie, que c'est bien *grâce* au bon samaritain Deligne (et au deuxième bon samaritain Illusie, il va sans dire) que le malheureux séminaire SGA 5 a fini par être publié (onze ans après, et dans l'état que je sais), a apparemment "passé" sans aucun problème. J'ai retrouvé cette version dans le rapport de Serre sur les travaux de Deligne, fait en 1977 justement, à l'intention du Comité International pour l'attribution de la médaille Fields. Je n'ai aucun doute sur l'entière bonne foi de Serre, qui n'avait d'ailleurs suivi que d'assez loin les dédales du séminaire oral — sans compter que de l'eau avait passé sous les ponts, depuis... Il a sûrement pris pour argent comptant (comme tout le monde, et sans se poser de questions) ce qui était dit ou suggéré dans l'introduction d'Illusie, qu'il a bien du parcourir un jour, pour voir (et il n'aura rien vu 1)...

Chose intéressante, ce même rapport de Serre est aussi le seul endroit de la littérature,

[165](**) La présente sous-note est issue d'une note de b. de p. à la note "Les manœuvres" (n° 169) (voir note[166](**) à la page 849). Pour un démontage plus circonstancié de la technique "pouce 1" pour faire prendre des vessies pour des lanternes (à un "utilisateur" pressé et qui ne demande qu'à croire), voir les sous-notes "Le cheval de Troie" et "La Formule", n°s 169-, et 169t–1690.

[167](***) voir à ce sujet la note de b. de p. (***ïpage 841 et[168](*) page 850.

à ma connaissance, où il soit dit (en l'occurence, dès la première phrase du rapport) que Deligne a été mon élève. Aucune publication de Deligne ne pourrait par contre laisser supposer à un quelconque lecteur que l'auteur pourrait avoir appris quelque chose par ma bouche.

(169_3) (10 mars)[169](*) Dans la sous-note (n° 67) à la note "La table rase", je signale deux exemples où Deligne a passé outre à sa prudence habituelle, et s'est bel et bien "avancé à dire en clair" le faux. Pour le lecteur curieux et suffisamment bien informé, et qui n'aurait sous la main ladite note et sousnote, je signale que, mis à part les "gentillesses" à l'égard de SGA 4 et SGA 5, (169_3)

(*ï La présente sous-note à la note "Les manœuvres" est issue ; d'une note de b. de p, à celle-ci, voir note de b. de p. (@***) page 860 . et les "oublis" un peu flagrants de mon humble personne un peu partout (signalés déjà ici et là dans la note "Les manœuvres" et dans ses notes de b. de p.), les escroqueries patentes que j'ai relevées se trouvent concentrées dans les alinéas 3 et 4 de la page 2 (dans "Fil d'Ariane pour SGA 4, SGA 4*5, SGA 5 " — admirez la belle procession que voilà...). Ces dix-sept lignes sont d'ailleurs un modèle de l'art de "pêcher en eau trouble", et mériteraient largement une analyse par le menu[170](*). → (@***) 872

Qu'il me suffise de relever ici que dans le premier des alinéas cités, on lit que, pour établir "en cohomologie étale un formalisme de dualité analogue à celui de la dualité cohérente", "Grothendieck utilisait la résolution des singularités et la conjecture de pureté"[171](**). C'est d'ailleurs pour ajouter aussitôt que dans le présent volume (grâce au Ciel et au brillant auteur), ces *"points clefs* sont établis par une autre méthode" (c'est moi qui souligne), valable, elle, "pour les schémas de type fini sur un schéma régulier de dimension 0 ou 1 ", c'est-à-dire donc, dans pratiquement tous les cas rencontrés par l'utilisateur. NB. Pour des commentaires au sujet de ce théorème de bidualité (traité avec une telle fausse 873

[170](*) Voir, pour des précisions commentées au sujet du deuxième des deux alinéas cités, la sous-note "Les double-sens — ou l'art de l'arnaque" (n° 169@).

[171](**) Le texte enchaîne sur "conjecture de pureté", par : "établie dans un cadre relatif @ ? ?@dans SGA 4 XVI, et — module la résolution — en égale la caractéristique dans SGA 4 XIX*. Le "dans un cadre relatif" (incompréhensible à tout lecteur qui n'est déjà dans le coup d'avance) est une façon de cacher que ce théorème était acquis pour les variétés algébriques lisses en toute caractéristique.

(17 mars) Je note seulement à l'instant le charme de la fin de l'alinéa cité, qui avait "passé à l'as" en premières lectures :

"Divers développements sont donnés dans SGA 5 I. Dans SGA 5 III, on montre comment ce formalisme @ ? ?"@ implique la très générale formule des traces de Lefschetz Verdier." (c'est moi qui souligne.)

On admirera les "divers développements" sans autre précision, sur quoi l'auteur (qui en d'autres occasions sait être précis) enchaîne avec "ce formalisme" (@ divers développements ?), qui "implique la très générale formule des traces" ; pour faire ressortir aussitôt, dès la phrase suivante (dans l'alinéa suivant), que ladite formule, "dans la version originale de SGA 5 ", n'était "établie que conjecturalement". Je viens de vérifier dans SGA 5-quels sont ces "divers développements" dans l'exposé I de SGA 5, Le titre me le dit : "Complexes dualisants", donc aussi théorème de bidualité. pourquoi "divers développements" au lieu de "théorie des complexes dualisants" ou "théorème de bidualité" ? C'était pourtant pas plus long, et ça faisait quand même moins vaseux ! Cela me rappelle que dans le fameux exposé "Finitude" i. e. dans le "cheval de Troie", le brillant auteur démontre justement un "théorème de bidualité", sans aucune allusion à ma modeste personne — lequel théorème est d'ailleurs baptisé aussi sec (dans l'introduction à l'exposé I en question de SGA 5, rédigé par Illusie) "théorème de Deligne". Décidément tout se tient...

nonchalance. . .), voir la longue note de b. de p. [172](*) à la page 852-

Ainsi, Deligne s'efforce de créer l'impression, et il affirme même clairement, que tout le formalisme de dualité étale que j'avais développé restait conjectural (du moins en caractéristique non nulle), et que "ces points-clef" n'étaient établis finalement que par lui, Deligne, et dans le présent volume, c'est-à-dire par ses résultats de finitude (ceux déjà mentionnés dans de précédentes notes de b. de p., résultats auxquels il réfère d'ailleurs aussitôt). Cela serait bien en effet, tiens tiens !, de nature à accréditer la fiction de la fameuse *"dépendance logique"* de SGA 5 par rapport au texte nommé "SGA 4@ " (dépendance posée par ce nom même, et par la belle procession "SGA 4 — SGA 4*5 — SGA 5 "), et par là-même, à justifier l'incroyable affirmation (déjà citée et commentée) de son introduction :

l'Son existence @de" SGA 4*3 "@ permettra prochainement de publier SGA 5 tel que

Voici donc la *version Deligne*, glissée par la bande ici et là dans le texte-coup-de-scie appelée "SGA 4@ ", et sans ambiguité aucune dans le passage du "Fil d'Ariane" que je viens de citée La réalité, c'est que j'avais dès le mois de mars 1963 établi dans le cadre étale le *formalisme complet des six opérations* (allant donc loin au delà de la "dualité de Poincaré" habituelle), sans autre hypothèse restrictive que celle (visiblement indispensable) de travailler avec des coefficients de torsion "premiers" au*caractéristiques résiduelles des schémas envisagés @*). C'est uniquement pour le *théorème de bidualité* en cohomologie étale que ma démonstration faisait usage des hypothèses mentionnées par Deligne. Ce dernier théorème, qui était d'un type inconnu en cohomologie (des "espaces" en tous genres) avant que je ne le découvre, n'a d'ailleurs joué dans le séminaire SGA 5 qu'un rôle épisodique, pour la démonstration de la formule de Lefschetz-Verdier[173](*), 874
laquelle formule ne jouait elle-même qu'un rôle purement heuristique[174](**). Dans le texte apocryphe de Deligne, le rôle dudit théorème de bidualitë est d'ailleurs *nul* (si ce n'est celui

[172](*) Ainsi, les "six foncteurs" et les formules essentielles les concernant, dont la plus cruciale est la "formule de dualité" pour un morphisme séparé de type fini (qu'on peut considérer comme la version la plus générale imaginable à ce jour, du classique théorème de dualité de Poincaré), ont été établis par moi, sans n'avoir à aucun moment à imposer des hypothèses de finitude aux coefficients. D'ailleurs, Deligne le sait mieux que personne, puisque c'est *nul autre que lui* qui a fait une rédaction détaillée (d'après mes notes de 1963) de l'exposé de SGA 4 où est développé ce formalisme de dualité (centré autour de la formule du dualité en question) 1

[173](*) (17 mars) Cela n'empêche que dans le deuxième alinéa cité, Deligne enchaîne aussitôt pour faire ressortir que cette formule "n'était établie que conjecturalement", et que "de plus les termes locaux n'y étaient pas calculés" ("affirmation" qui n'a aucun sens mathématique, mais qui contribue à créer au sujet de SGA 5 l'impression "gangue de non-sens", destinée à un charitable oubli. . .).

J'avoue qu'aux premières lectures de ces passages, il va y avoir un an, j'étais abasourdi — le sens de ces commentaires étrangement "à côté de la plaque", concernant un texte qu'il était par ailleurs recommandé d'oublier, m'échappait complètement. C'est avec le recul, et à la faveur d'un "travail sur pièces" attentif, qu'apparaît enfin une *intention d'*appropriation, servie par une *méthode* d'escamotage ("à l'embrouille") minutieuse et parfaitement au point, derrière ce qui de prime abord m'avait donné l'impression d'une simple malveillance épidermique, s'exprimant au bonheur-lachance au fil d'une plume complaisante. Pour un examen plus circonstancié de la méthode, voir les sous-notes "La Formule" (n°s 169 @169) à la note "Les manœuvres".

@**) Comme je le souligne plus loin (dans la sous-note "Les vraies maths. . ." (n° 169_5), cette formule a été psychologiquement importante, en fournissant une *motivation* pour le développement de formules de points fixes "explicitas" .

d'y être démontré sous des hypothèses serviables, et — sous la plume obséquieuse d'Illusie et avec l'encouragement de son ami — devenir du coup "théorème de Deligne"..-).

Il n'est pas question ici de minimiser l'intérêt des résultats de finitude de Deligne, lesquels comblent bel et bien une lacune (parmi bien d'autres) dans SGA 5, comme il est dans la nature des choses. Aucune théorie mathématique intensément vivante n'est. achevée ! Mais force est de constater que Deligne a exploité cette contribution, aussi utile qu'elle est modeste (il a fait des choses plus profondes et plus difficiles, et sans mal encore. . .), en la *gonflant* outre mesure, pour en faire le "cheval de Troie" d'une monumentale opération d'escroquerie : l'opération "Cohomologie étale".

Ce même "cheval de Troie" réapparaît d'ailleurs, dans la "review" déjà citée du volume appelé "SGA 4*s", présentée par Deligne pour le zentralblatt (voir note de b. de p. [175](**) page 851). Dans le dernier alinéa de celui-ci, je lis @' :

"On prouve que pour des schémas de type fini sur un schéma régulier S de dimension un, *les opérations cohomologiques habituelles* @pour ne pas dire les "six opérations", qu'il ne faut surtout pas nommer ! J transforment tout faisceau constructible en faisceau constructible." (C'est moi qui souligne.)

La chose est formulée de façon à suggérer qu'avant le brillant volume présenté par l'auteur, on ne disposait de théorème de finitude pour aucune des fameuses "opérations habituelles" en cohomologie étale (*ï. J'ai eu le plaisir pourtant de prouver le premier tel théorème de finitude, et le plus crucial de tous, pour le foncteur Rf (cohomologie à support propre), et ceci d'ailleurs dans les jours mêmes (si mon souvenir est exact) qui ont suivi ma découverte de la *définition* d'un tel foncteur en cohomologie étale (coïncidant avec le "banal" Rf* quand f est supposé propre). C'était au mois de février 1963, avant d'avoir eu l'honneur de rencontrer mon futur élève, et à un moment où personne encore sauf moi (et Artin, à la rigueur) n'était encore trop sûr si la cohomologie étale ça "existait" bel et bien. Elle s'est mis à *exister* vraiment en ces jours-là. 875

Il restait la question analogue pour RfA, qui s'est avérée plus résistante, et n'est d'ailleurs toujours pas résolue avec toute la généralité qui (sans doute) lui revient. J'avais d'ailleurs fait dès cette même année (si ce n'est le mois même) les "dévissages" nécessaires (que le premier venu aujourd'hui expédié d'un tournemain. . .) montrant qu'à partir de la finitude pour Rf@ , on pouvait prouver celle de Lf et de RHom (.,.)[176](**). Il est vrai que c'est devenu depuis du "folklore de base" de la cohomologie étale, et fait partie sûrement des "digressions techniques" que mon brillant précurseur "SGA 4*5 " est destiné à "faire oublier". . .

(169_4) (12 marsïf*1*) Plus d'une fois depuis la parution de l'article de Deligne "La conjecture de Weil I" (où il établit le "dernier volet" des conjectures, que j'avais laissées en suspens), j'avais noté comme une chose bizarre, mais sans m'y arrêter avant ces tout derniers jours, que Deligne parle de *la* conjecture de Weil, là où l'usage avait été jusque (169_4)

[176](*) Cela va bien dans le sens de l'"état confus de SGA 5 " auquel @comme il était dit plus haut dans la même review) le présent volume devait "remédier".

[176](**) Quant aux deux opérations restantes parmi les six, savoir Lf et 8@ , il est trivial qu'elles transforment coefficients constructibles en coefficients constructibles.

là de dire *les* conjectures de Weil. c'est bien sous cette forme, d'une série d'assertions les unes plus époustouflantes que les autres, que se présentent les conjectures en question dans l'article de Weil (Number of solutions of équations in finite fields, Bull. Amer. Math. Soc. 876
55 (1949), p. 497–508), et c'est ainsi aussi que je les ai apprises de la bouche de Serre, vers le milieu des années cinquante. Il est vrai qu'il y a dans cet ensemble de conjectures, hétéroclite à première vue, une évidente *unité* d'inspiration, provenant en premier lieu des intuitions liées au formalisme cohomologique (via la formule de Lefschetz), et également (je le présume du moins) de la théorie de Hodge.

En créant et développant un tel *outil cohomologique* pour des variétés sur un corps de base quelconque, j'ai pu démontrer une bonne partie de ces conjectures. Je l'ai fait, assisté par Artin, Verdier et d'autres, en consacrant trois années bien tassées de ma vie a un travail sur pièces méticuleux, se matérialisant en deux mille pages "illisibles" de "gangue de non sens" et de "digressions techniques", qui ont permis à un Deligne de "sabrer" le dernier pas en vingt pages serrées… De plus, m'inspirant d'un remarquable "analogue kahlérien" aux conjectures de Weil, découvert par Serre, j'ai pu dégager (avec ce que j'ai appelé les *"conjectures standard"* sur les cycles algébriques) le principe tout au moins d'une transposition *de la théorie de Hodge* sur un corps de base arbitraire (ou plus précisément, une transposition de ce qui, dans la théorie de Hodge, est réellement pertinent, d'un point de vue "algébrique", pour la théorie des cycles algébriques sur les variétés algébriques complexes). Quitte à reformuler légèrement (et de façon évidente) ces conjectures sous leur forme initiale (peut être trop optimiste), celles-ci sont valables tout au moins en caractéristique nulle, et sont "sûrement vraies" également en caractéristique p @ 0 (du moment que les conjecture de Weil le sont…).

Ce n'est sûrement pas une coïncidence, si le même Deligne qui tient à mettre "au singulier" les conjectures de Weil, s'est attaché également à escamoter le rôle joué dans leur démonstration par celui qui fut son maître, et que c'est lui encore qui s'est efforcé (avec succès, vu l'apathie générale) de discréditer les "conjectures standard" comme une impasse, hors d'atteinte ce qui plus est, et comme un *obstacle*, pour tout dire, désormais dépassé grâce à Dieu (et à sa modeste personne), sur le chemin de la démonstration de *la* conjecture de Weil[178](*). (5) (17 mars) Les fameuses "conjectures de Weil", pour une variété algébrique 877
X définie sur un corps fini k, concernent la "fonction L" (dite "de Artin-weil") associée à X, Celle-ci est définie comme une certaine série formelle a coefficients rationnels, dont la connaissance équivaut a celle du nombre de points de X rationnels sur le corps k et sur toutes ses extensions finies. La première assertion parmi ces conjectures, c'est que cette série formelle (à terme constant 1) est le développement en série d'une. f. o *nction rationnelle* sur @. Toutes les autres affirmations concernent la forme particulière et les propriétés de cette

[176](***) La présente sous-note est issue d'une note de b. de p. à la note "Les manœuvres" (n° 169) ; voir la note de b. de p. [177](***) page 857 .

[178](*) (16 mars) Pour quelques précisions sur ce double escamotage-debinage, voir l'Eloge Funèbre (notes n°s 104, 105), et les quelques mots sur cet Eloge au début de la note n° 171 (x). Pour un examen plus circonstancié de l'art de l'escamotage, voir l'ensemble des sous-notes "La Formule" (n°s 169@-169a).

(x) (11 mai) Ce début de l'ancienne note "L'apothéose" s'est séparé de celle-ci, pour devenir une note séparée "Les joyaux" (n° 170(iii)).

fonction rationnelle, dans le cas particulier où X est connexe projective et non singulière — Au cœur de ces conjectures est une certaine formule, présumée canonique, présentant cette fonction rationnelle sous la forme

P (t) P (t)... P (t) (L) L (t) @ ° 2 2n

P_1(t)'–P_2n-$_1$(t)

où les P. (0 — @ i @2n, avec n @ dim x) sont des polynômes à coefficients entiers à terme constant 1. Le degré b. de P. est censé jouer le rôle d'un "i. ème nombre de Betti" pour X (ou plus précisément, pour la variété correspondante X sur la clôture algébrique k du corps k). Ainsi, quand X provient par "réduction en car. p @ 0 " d'une variété projective non singulière X définie sur un corps K de caractéristique nulle, alors b. doit être égal au i. ème nombre de Betti (défini par voie transcendante) de la variété algébrique *complexe*, obtenue à partir de X.. par un plongement quelconque de K dans I[179](*). La fonction rationnelle doit satisfaire une *équation fonctionnelle*, qui équivaut à dire que les racines de P. sont exactement les q /Ç@, où

@ b Jl J. W q @ p est le cardinal du corps de base k, et où @ parcourt les racines de P. . (Moralement, cela devait "provenir" de l'existence d'une "dualité de Poincaré" pour la "cohomologie", non nommée et non définie, de la variété X.) Je crois que Weil devait conjecturer également que pour i@n, les zéros de P étaient

n-i ^{2}n@i exactement les q Ç@, où @ parcourt encore les zéros de P. (ou, ce qui revient au même au vu de la condition de dualité, que les zéros de P. se groupent par paires, de produit égal à q pour chacune). La "raison" heuristique ici est une autre propriété importante de la cohomologie des variétés projectives non singulières complexes, exprimée cette fois par 878
le "théorème de Lefschetz" (version dite "vache"). Enfin, la dernière des conjectures de Weil, analogue "géométrique" de la conjecture de Riemann, est que les valeurs absolues des inverses des zéros de P. sont toutes égales a q (assertion qui conduit à des estimations d'une grande précision sur des nombres de points de X[180](*)).

La rationalité de la fonction L d'une variété X générale avait été établie par Dwork en 1960, par des méthodes "p-adiques" non cohomologiques. Cette méthode avait donc l'inconvénient de ne pas fournir d'interprétation cohomologique de la fonction L, et par suite ne se prête pas à une approche des autres conjectures, pour x projective non singulière. Dans ce dernier cas, l'existence d'un formalisme de cohomologie (sur un "corps de coefficients" R de caractéristique nulle), incluant la dualité de Poincaré pour les variétés projectives non singulières, et un formalisme des classes de cohomologie associées aux cycles (transformant intersections en cup-produits), permet de façon essentiellement "formelle" de transcrire la classique "formule des points fixes de Lefschetz". En appliquant cette formule à l'endomorphisme de Frobénius de X et à ses itérés, on allait obtenir une expression (1) comme

[179](*) Au moment où Weil faisait ses conjectures, il n'était pas même connu que les b. définis ainsi étaient *indépendants* du plongement choisi de K

dans @C. Quelques années plus tard, cela allait résulter de la théorie de Serre de la cohomologie des faisceaux cohérents, qui donnait un sens "purement algébrique" aux invariants plus fins h de la théorie de Hodge.

[180](*) De cette dernière des conjectures de Weil, résulte en même temps que l'écriture (L) de la fonction L est *unique*.

exigée par weil, ou les P, sont des polynômes à coefficients dans R. cela devait être clair pour weil dès le moment où il avait énoncé ces conjectures (1949), et ça l'était en tous cas pour Serre comme pour moi dans les années cinquante — d'où justement la motivation initiale pour développer un tel formalisme. C'était là chose faite dès le mois de mars 1963, avec R @ (p — , @ ? p. Il y avait simplement deux grains de sel : a) II n'était pas clair a priori (bien qu'on était persuadé que ce devait être vrai) que les polynômes P.(t), qui a priori étaient à coefficients dans l'anneau Z3 $_4$ des entiers — fc-adiques, étaient en fait des *entiers ordinaires*, et de plus, indépendants du nombre premier envisagé @ (t ** ? p @ car. k). b) De la rationalité de la fonction L pour une X projective non singulière, on ne pouvait déduire celle pour un X général, que si on disposait de la résolution des singularités.

Les problèmes soulevés par a) ont joué un rôle crucial, bien sur, pour l'éclosion et le développement du yoga *des motifs*, et dans la formulation ultérieure des *conjectures standard*, étroitement liées à ce yoga. Ils ont aussi stimulé la réflexion pour trouver également une théorie *cohomologique p-adique* (réalisée par la suite par la théorie *"cristalline"*), 879
comme une approche possible pour prouver l'intégralité des coefficients des F. , une fois qu'on saurait (p. ex. via une solution affirmative aux conjectures standard) qu'ils sont rationnels et indépendants de 4 (*y compris* pour A @ p).

Quoi qu'il en soit, on avait donc dès 1963 l'expression (L@ de la fonction L (mais/qui a priori dépendait du choix de t), l'équation fonctionnelle, et le bon comportement des nombres de Betti par spécialisation. Il restait donc à résoudre la question a), à prouver lfassertion pour les valeurs absolues des racines de P. , et enfin (pour faire bon poids) la relation "à la Lefschetz" sur les zéros de P.. C'est ce qui a été fait dix ans plus tard dans l'article de Deligne "La conjecture de weil I", Pub. Math, de l'IHES n° 43 (1973) p. 273–308.

Comme ingrédients de cette démonstration de Deligne, on n'avait donc aucunement besoin d'une formule des points fixes plus sophistiquée que la formule "ordinaire", qui était disponible (sans rien de "conjectural") dès les débuts de 1963. Le seul autre ingrédient cohomologique dans l'article de Deligne, si je ne me trompe, est la théorie cohomologique des pinceaux de Lefschetz (version étale) que j'avais développée vers l'année 1967 ou 68, complété par la formule de Picard-Lefschetz (prouvée dans le cadre étale par Deligne), l'un et l'autre exposés dans le volume SGA 711 dont il a été question (et dont mon nom, comme par hasard, a quasiment disparu…).

La formule "plus sophistiquée" de points fixes, dite *"de LeschetzVerdier"*, a par contre joué un *rôle psychologique* important, pour m'encourager à dégager l'interprétation cohomologique (L) des fonctions L, valable pour tout@variété X (pas nécessairement projective non singulière). Cette formule de Verdier me rappelait qu'il doit y avoir des formules de points fixes sans conditions de non-singularité sur X (comme il était bien connu déjà dans le cas de la formule de Lefschetz ordinaire), mais surtout, elle attirait mon attention sur le fait qu'il y a des formules de points fixes concernant la cohomologie à *coefficients dans un faisceau* ("constructible") *quelconque*, interprétant une somme alternée de traces (dans des espaces de cohomologie à coefficients dans un tel faisceau) comme une somme de "termes locaux" correspondant aux points fixes d'un endomorphisme f : X — *x (quand ceux-ci sont isolés). Dans cette motivation heuristique, le fait que cette formule de Lefschetz-Verdier “restait conjecturale”, en car. p @ o (faute de disposer de la résolution des singularités,, et par là, du “théorème de bidualité”), *était entièrement irrelevant*[181](*). 880

Comme si souvent, le pas essentiel ici a été de trouver *“la” bonne formulation* (en l’occurence pour une “formule cohomologique des fonctions L”). La formule de Verdier me suggérait de faire intervenir un faisceau — 2-adique (constructible) arbitraire, en lieu et place du faisceau de coefficients habituel (qui jusque là était resté implicite), savoir le faisceau constant @@* . Il fallait donc, en calquant la définition de Weil de la fonction L “ordinaire”, en définir une “à coefficients dans F”. Une fois qu’on songe à le faire, la définition s’impose d’elle-même : c’est celle donnée dans mon exposé Bourbaki de décembre 1964 (Formule de Lefschetz et rationalité des fonctions L, sera. Bourbaki 279), qu’il est inutile de répéter ici. De plus, les “termes locaux” plausibles de la formule de Lefschetz-Verdier (en termes du faisceau de coefficients donné, et de la correspondance de Frobenius) s’imposaient également. Enfin (on est culotté ou on ne l’est pas l), pourquoi ne pas écrire la formule, ici, en abandonnant mime l’hypothèse de propreté de la formule de Lefschetz-Verdier “orthodoxe”, mais en travaillant avec la cohomologie à *support* p r 9*pre* ? !

Ainsi, le pas essentiel, cette fois encore, avait été de dégager le “bon énoncé” (en l’occurence, 1 a “bonne formule”), *suffisamment générale* et par là-même, suffisamment *souple* pour se prêter à une démonstration, en “passant” sans problèmes à travers récurrences et “dévissages”. Je n’aurais su (et personne à ce jour ne saurait) démontrer directement “la” formule des fonctions L “ordinaires”, pour une X quelconque (ou même lisse, mais pas propre, ou inversement), en termes de cohomologie 4-adique (à supports propres) à coefficients dans le faisceau 4-adique *constant* @fc’sans passer par la généralisation faisceautique. (Pas plus que je n’aurais su, en car. p @ 0, démontrer la formule de Riemann-RochHirzebruch *ordinaire*, si je ne l’avais d’abord généralisée comme une formule faisceautique pour une *application* propre de variétés algébriques lisses — et personne, à ma connaissance, ne saurait le faire aujourd’hui encore. . .)

Dans l’exposé Bourbaki en question, je me borne à donner l’énoncé général de la formule des fonctions L “à coefficients” dans un faisceau @-adique ordinaire, et je montre comment, par des dévissages très simples, on se ramène au cas où X est une courbe projective lisse et projective. Je savais bien qu’une fois arrivé là, c’*était gagné* — car on “tient en mains” suffisamment la dimension un, pour que la démonstration de la formule en question devienne une question de routine[182](*). Je ne me suis pas occupé à ce moment de dégager une bonne formule de points fixes en dimension un et de la prouver, il me sem- 881

[181](*) (20 mars) Ça l’était à tel point que l’an dernier, j’avais entièrement et depuis longtemps oublié ce fait, et suis tombé des nues en lisant (sous la plume de Deligne) que la formule de Lefschetz-Verdier “n’était établie que conjecturalement dans la version originale de SGA 5”. Je reviens sur ce point dans la réflexion du lendemain et du surlendemain (les 18 et 19 mars). (Dans les sousnotes n° 169,. et 169@.)

[182](*) Si je parle ici de “travail de routine”, ce n’est nullement dans un sens péjoratif. Les neuf dixièmes, si ce n’est même beaucoup plus, du travail mathématique est de ce type, aussi bien chez moi que chez tout autre mathématicien à qui il arrive de passer par des moments qui, justement, sont *autre chose*, des moments créateurs. Après Verdier, j’ai moi-même passé du temps à tourner la manivelle des techniques disponibles, délicates et bien huilées, pour trouver et prouver une formule de points fixes en dimension un qui me satisfasse (provisoirement du moins). C’était là du travail “de routine” tout comme l’avait été celui de Verdier.

blait que ce serait plutôt à Verdier de jouer. Il a donné une formule de points fixes, dite "dé Woodshole", l'année d'après, qui suffisait pour coiffer Frobenius et l'application aux fonctions L. J'ai pris con* : naissance de son énoncé, qui ne m'a pas vraiment satisfait, car il me semblait que les conditions qu'il imposait à sa correspondance cohomologique (pour les besoins d'une démonstration dont je n'ai pas pris connaissance) étaient un peu artificielles — j'aurais aimé une formule qui s'applique à tout endomorphisme d'une courbe algébrique. Le séminaire SGA 5 a été la première bonne occasion, pour développer une telle formule qui soit à mon goût. (C'est, sauf erreur, celle qui figure bel et bien dans l'exposé XII de l'édition-Illusie, ayant miraculeusement survécu aux vicissitudes qui ont frappé ce malheureux séminaire.) Les conjectures de Weil avaient été une motivation initiale, et un fil conducteur précieux, pour me "lancer" sur le développement d'un formalisme complet de cohomologie étale (et d'autres). Mais je sentais bien que le thème cohomologique, qui était au centre de mes efforts depuis huit ou neuf ans déjà et qui devait le rester encore pendant les années à venir jusqu'à mon départ en 1970, avait une portée plus vaste encore que les conjectures de Weil qui m'y avaient amené. Pour moi, l'endomorphisme de Frobenius n'était pas un "alphaet oméga" pour le formalisme cohomologique, mais un endomorphisme parmi bien d'autres. . .

Il me semble que la motivation initiale de Deligne pour son "opération SGA 4*5 — 882
SGA 5 "avait été l'intention d'appropriation de la seule formule des traces, et par là et en "corollaire", de celle des fonctions L, C'est chemin faisant que ce propos s'est élargi en un propos d'appropriation de la "cohomologie étale" tout court. Je crois d'ailleurs que l'un et l'autre "morceau" ont été trop gros, et qu'aujourd'hui encore et nonobstant "SGA 4*5 " et Colloque pervers et tutti quanti, "les gens" (même ceux qui ne sont pas tellement bien informés) "savent" que ce n'est pas lui qui a créé l'outil cohomologique j@-adique, et qu'il n'a pas non plus prouvé à lui tout seul *"la"* conjecture de weil. Cela n'empêche que pour en terminer avec l'opération "Cohomologique étale", je voudrais encore suivre quelque peu ici les virevoltes de mon ami et ex-élève Deligne dans sa présentation du thème central[183](*) du volume nommé "SGA 4@ "t à savoir, "la" formule des traces, conduisant à la formule cohomologique des fonctions L. Elle fait l'objet du "Rapport sur la formule des traces" (cité @xapport j dans son livre, loc. cit. p. 76–109).

C'est en *quatre* endroits du volume que Deligne fait des commentaires de nature tant soit peu "historiques" sur la formule des traces. Le lecteur dudit volume qui ne serait déjà dans le coup d'avance, et qu'il lise ou non les quatre passages (que nous allons passer en revue), en retirera l'impression qu'un certain Grothendieck (auteur ou directeur d'un séminaire un peu vaseux et ultérieur au volume "SGA 44″", séminaire qu'on recommande surtout de ne pas s'aventurer à lire) semblerait bien avoir eu quelque idée, un peu embrouillée forcément, sur les fonctions L, avant que l'auteur du brillant volume ne vienne enfin donner des énoncés compréhensibles et des démonstrations qui tiennent debout. Dans tout le volume la seule référence précise à ce quidam est à un certain exposé Bourbaki (de 1964@, au détour d'une

[183](*) Iln'estd'ailleurs dit nulle part dans "SGA 4*5 " que le "Rapport" en forme bien le "thème central", pas plus qu'il n'est dit que le propos principal en est de fournir les ingrédients principaux de cohomologie étale pour "la" conjecture de weil. Au moment de rédiger la double introduction au volume, un propos d'appropriation aux dimensions de toute la cohomologie étale et @-adique devait déjà être présent.

"Remarque 3–7." (loc. cit. p. 88), laquelle vient la comme fin dernière dans une enfilade de trois remarques les unes plus techniques que les autres[184](**). On y lit :

"Si on admet le formalisme des @@ .-faisceaux... *il est facile de ramener la preuve* de 3.1, 3.2 au cas où X est une courbe lisse et où @ est lisse. Ceci est clairement expliqué dans @2 @@ @5 (pour 3.1 ; 3.2 se traite de même)." Dieu" (alias Mebkhout). Je décourre les 883
virevoltes en question dans la note "Le Prestidigitateur" (ça vaut bien la majuscule...), n° 75″. La le "point sensible" était caché dans une remarque 4.1.9 (au lieu de 3.7), encore plus bordélique. On n'arrête pas le Progrès...

(22 mars) Il m'avait échappé qu'il y a en fait une deuxième référence dans "SGA 4*s" au même exposé Bourbaki de 1974, référence servie avec un art consommé dans le "Fil d'Ariane", comme on verra dans la sous-note "Les doublesens — ou l'art de l'arnaque" (n° 169).

(c'est moi qui souligne). En somme, ce quidam non nommé (si ce n'est sous le signe flatteur @2"@ (*ï) a (non pas *fait*, certes, mais) *expl iqué le boulot trivial* — si trivial même que c'est à peine digne de le mentionner dans cette remarque de fin de course, et en ayant encore la gentillesse de laisser entendre que, trivial pour trivial, ça y est tout au moins expliqué clairement. (On sait déjà, par d'autres commentaires du brillant auteur, que la clarté n'est pas tellement le fort du confus quidam en question...) Pour le dire autrement : ce chapitre "Rapport sur la formule des traces" a pour objet de *faire le vrai travail*, laissant les à-cotes triviaux a ceux qui sont là pour ça...

Puisque j'y suis, autant dire tout de suite qu'à cette même page se trouve un des quatre passages auxquels je faisais allusioiv, contenant des commentaires historiques sur "la" formule des traces. C'est la section 3.8 (suivant, comme de juste, la remarque précédente 3.7). On y explique qu'on dispose de "deux méthodes" pour prouver 3.2 (c'est à dire, la formule des traces dans le seul cas explicite où il en est question dans ce volume, savoir le cas particulier de la correspondance de Frobenius). Inutile de dire que le nom du quidam ne figure dans aucune des deux. On distingue la méthode A dite "de Lefschetz-Verdier", et la méthode B dite "de Nielsen-wecken" (ce nom-là aussi me dit pourtant quelque chose...). Voyons ce qu'il en dit :

B. Nielsen-wecken. Une méthode inspirée des travaux de Nielsen-wecken permet de ramener 3.2 @la formule des traces pour FrobeniusJ à un cas particulier prouvé par weil ; c'est ce qui sera expliqué dans les paragraphes suivants."

En fait, le par. 5 (pp. 100–106) s'intitule, comme il convient, "L a *méthode de Nielsen-* 884
Wecken". On nous a dit précédemment que la méthode était *inspirée* des travaux de Nielsen-wecken — c'est donc sûrement par pure modestie que l'auteur du volume appelle la méthode "de Nielsen-wecken". c'est autant plus clair que ce sont pas des gars de maintenant. Si le lecteur s'est avisé de regarder la bibliographie à un certain exposé XII auquel il n'est jamais

[184](**) En écrivant ces lignes, j'étais sous le coup du sentiment saisissant de 1 '*identité* entre le style que je sonde ici, et celui qui s'est déployé quatre ans plus tard, pour l'appropriation "par le mépris" du "théorème du bon

[184](*) Chacun son tour — en 1970 (au Congrès International de Nice), c'est Serre (dans la communication de Deligne "La théorie de Hodge I") qui, au lieu d'être nommé, a eu droit au sigle @3@, dans la ligne sibylline où il est fait allusion pour la première et dernière fois) à des "sources" pour la théorie présentée...

référé (et dans un séminaire au surplus qu'on lui conseille d'oublier), il saura que c'est des gars qui ont publié aux débuts des années quarante. S'il lit même leurs beaux travaux (que le brillant auteur, je parie, n'a jamais tenus entre les mains), ils sauront que leurs méthodes sont des techniques de triangulation. C'est apparemment pas celle dXi texte. A défaut de mention du contraire, c'est donc bien le modeste auteur du volume qui est aussi auteur de la méthode. Aucune date n'est indiquée pour celle-ci, sans doute par modestie encore, pour ne pas dire que c'est vraiment lui qui le premier s'est tapé le boulot pour démontrer cette fameuse formule des traces.

Voyons quand même la méthode A dite "de Lefschez-Verdier", ce qu'on en dit. Ce n'est pas précisément encourageant :

l'Si X est propre… la formule des traces générales de Lefschetz-Verdier permet d'exprimer le second membre de 3.2 comme une somme de termes locaux, un pour chaque point de x. Dans la *version originale* de SGA 5, cette formule n'était prouvée que module la résolution des singularités @on se doutait bien qu'on n'allait rencontrer que des pépins 1 J. Le lecteur trouvera une preuve inconditionnelle dans la *version définitive* @trop modeste encore pour rappeler que c'est grâce à lui que la mise a été sauvée — de toutes façons on va bien se garder de lire ce foutu SGA 5 J. Dans le cas des courbes, cas auquel on peut se réduire (3.7), les ingrédients @ ? ? ? — on abandonne… J étaient d'ailleurs tous disponibles."

Mais alors, s'ils l'étaient (se demandera peut-être un lecteur plus éveillé que les autres, s'il s'en trouve), pourquoi tout ce baratin au sujet d'une formule de Lefschetz-Verdier qui n'était prouvée que et patati et patata ? Ne venait-on pas de dire que le *vrai* travail se faisait en dimension *un* ? Réponse : c'est la méthode dite "de la seiche" : éjecter de l'encre pour pêcher en eau trouble ! Au point où en est le lecteur, il. est déjà entièrement convaincu que c'est sûrement pas la bonne, de méthode. C'est d'un oeuil éteint qu'il parcourt l'alinéa suivant, qui va lui donner le reste :

"Pour déduire 3.2 de la formule de Lefschetz-Verdier, il faut pouvoir en calculer les termes locaux @pitié, dans quelle galère… ! "@. pour une courbe et l'endomorphisme de Frobenius @ah ! ils se dégonflent ! @@, cela avait été fait par Artin et Verdier @et ils s'y sont mis à deux encore l (voir J. L. Verdier, thé Lefschetz fixed point theorem in étale 885
cohomology, Proc — of a conf. on Local Fields, Driebergen, Springer Verlag 1967) et la *version définitive de* SGA 5) @on se demande un peu à quoi avait bien pu ressembler la version originale, pauvre de nous ! j. " (Ici et plus haut, c'est moi qui souligne, par pure malice !)

C'est par charité, visiblement, que le brillant auteur se dispense de référer à l'exposé pertinent du séminaire voué à l'oubli, ou de seulement laisser entendre que "la" formule s'y trouve bel et bien ! Le lecteur indémolissable et curieux, qui se serait avisé d'y fouiller pourtant, aurait trouvé un exposé XII au nom insolite "Formules de Lefschetz et de Nielsen-Wecken en géométrie algébrique, par A. Grothendieck @toujours le même quidam, ma parole ! J rédigé par I. Bucur @connais pas J" . sûrement le quidam et son acolyte auront recopié l'exposé de leur brillant prédécesseur, en le surchargeant à plaisir de détails superflus…

Dans ce fameux "rapport", rien qui puisse faire soupçonner au lecteur qu'il existe (à part la formule de Lefschetz-Verdier ou plutôt, faudrait-il dire, de Lefschetz-Verdier-Deligne, de toutes façons peu inspirante, comme il ressort des commentaires désabusés de l'auteur lui-même) une formule des traces explicite et tout et tout, pour *autre* chose que le seul endomorphisme de Frobenius. Aussi bien dans le passage cité, référant à Artin-Verdier, que dans un autre (cité plus bas) référant à SGA 5 (pour surtout ne pas nommer le quidam), il est. suggéré que le travail a été fait *uniquement* dans le cas de l'endomorphisme de Frobenius. On est copain avec Verdier (et on le lui prouve), mais pour la formule des traces, c'est une chose entendue : référencepouce à Verdier d'accord (dans une haleine avec Artin[185](*), et noyée au beau milieu d'un texte technique et peu inspirant, aussitôt oublié que parcouru) — mais il est bien entendu et il n'y a pas d'erreur : la formule des traces, c'est *lui*, *Delignel*

II est vrai que ledit Deligne a plus d'une corde à son arc, et que ce n'est pas pour rien
qu'il a éparpillé ces commentaires à allure historique (sic) en quatre endroits différents, 886
histoire de rattrapper dans l'un ce qu'on pourrait lui reprocher d'avoir omis (ou surfait) dans l'autre. La il pourra se rabattre sur l'introduction au même chapitre, tout a été prévu 1 C'est une introduction de sept lignes, qui mérite d'être citée in extenso[186](*).

(@@@6) (18 mars) II a fallu que je m'arrête en pleine lancée hier, car il se faisait prohi- (@@@6)
bitivement tard, et il était devenu clair que je ne terminerai pas avec "La Formule" la nuit même ! Avant de rembrayer sur certaines virevoltes autour de ladite formule, je voudrais prendre l'occasion d'abord, dans le cas d'espèce de la belle formule "de Lefschetz-Verdier", de mettre un peu "les pieds dans le plat". Cette formule illustre de façon parfaite quelque chose qui me paraît essentiel, sur laquelle je suis revenu avec insistance plus d'une fois au cours de Récoltes et semailles et dès l'Introduction (**@, mais en termes qui restaient peut-être un peu trop "généraux".

Cette formule est un exemple frappant d'un énoncé qui est *profond*, et dont la démonstration est "triviale" (6 ï. Quand Verdier m'a dit qu'il avait dégagé et prouvé une formule de Lefschetz pour des "correspondances cohomologiques" (qui n'avaient pas même été définies encore jusque là) sur des variétés algébriques quelconques ("propres", quand même) et pour des "coefficients" constructibles quelconques, j'étais d'abord incrédule. Peut-être que l'idée m'avait effleuré d'une formule de Lefschetz avec des "coefficients" plus ou moins généraux — j'ai du en écrire une toute au moins, depuis longtemps/pour des coefficients "localement constants" i. e. dans un système local. Mais *je n'y croyais pas* pour des coefficients généraux — ça avait l'air trop beau pour être vrai ! Verdier n'a pas dû mettre longtemps à me convaincre. Ecrire la formule séance tenante et me la démontrer, a dû prendre un quart d'heure — et encore, c'est parce que je suis lent, surtout quand il s'agit de m'assurer

[185](*) J'avais déjà rencontré cette technique éprouvée de Deligne, de noyer un poisson pour escamoter Untel (ici Verdier, copain pourtant et auquel on accordera de substantielles compensations ailleurs), en le nommant en une haleine avec un autre — du coup on peut pas lui reprocher de pas être généreux ! C'est la méthode d'escamotage dite "de *dilution* par assimilation". L'art dans la méthode, c'est de trouver le monsieur qui fasse "paire" avec le quidam qu'ils'agit d'escamoter. Pour moi, c'est à tous les coups à Serre que mon ami a recours...

[186](*) (20 mars) Je reviens sur cette introduction dans la réflexion de hier. (Cf. "Les double@sens — ou l'art de l'arnaque", sous-note n° 169 .)

de quelque chose d'aussi inattendu 1 c'est bien ce qu'on peut appeler une "démonstration *trivia* 1-,-e" , en termes de ce qui est "bien connu", j'entends. Et suivant le vent qui souffle de nos jours (et dont J. H. C Whitehead a déjà perçu les premières bouffées[187](***)), il n'y a dès lors qu'un pas (allègrement franchi par le grand nombre) pour classer le théorème lui-même comme "trivial" — une formule parmi dix ou cent, qui "tombent" toutes seules du 887
formalisme cohomologique — ici, du formalisme *complet* que je venais de développer dans le cadre étale l'année précédente (1963) : les six opérations, *et* le théorème de bidualité.

Si je dis que le théorème découvert par Verdier (suivant la voie tracée par Lesfchetz) est "profond", ce n'est ici nullement pour la raison (pourtant pertinente) que ce formalisme dont sa démonstration découle est lui-même "profond". D'ailleurs ce même vent de la mode a depuis longtemps (et avec l'appui inconditionnel de Verdier lui-même, ce qui plus est !) classé de formalisme parmi les "grosses tartines à la Grothendieck", qu'on balaye du revers d'une main, tout en utilisant tacitement lesdites "tartines" à chaque pas (sans les nommer). La question même si ce théorème "restait conjectural" (comme le souligne Untel avec des airs de commisération), ou était entièrement établi en toute caractéristique (comme il l'est à présent, grâce justement au "théorème de bidualité" portant le nom de ce même Untel) est pour moi tout aussi accessoire, lorsque je dis que c'est un théorème profond, et qui enrichit de façon substantielle notre compréhension du "thème cohomologique" en tous genres (coefficients discrets ou continus, et "variétés" ou "espaces" de tout genre...). La même chose d'ailleurs pouvait se dire de la formule de Lefschetz ordinaire, dans le cas disons d'une variété différentiable (ou autre) compacte, et d'un endomorphisme d'icelle à points fixes isolés : la démonstration "formelle", à partir d'un formalisme de dualité en cohomologie, tient en une page, si ce n'est en quelques lignes. Dans l'un et l'autre cas pourtant, ilyaeu *création* — quelque chose de nouveau et de substantiel, qui avait échappé à tous jusque là, qui "n'existait pas" (encore), soudain est apparu...

O@ exactement se situe "la création", dans le cas d'espèce ? Je crois que plus d'un mathématicien, et plus d'un de ceux qui furent mes élèves, qui pourtant ont su naguère ce que c'est qu'une création et qui l'ont depuis longtemps oublié, aurait intérêt à méditer sur ce cas, ou sur tout autre similaire, plus proche de lui. Je sais bien que si j'avais proposé à moi-même, ou à un des élèves ou autres collègues parmi ceux qui étaient alors bien "dans le coup" du formalisme cohomologique[188](*), d'expliciter une formule générale de Lefschetz, pour des coefficients quelconques et des "correspondances cohomologiques" (à eux de les définir ad hoc I) quelconques également, sur une variété compacte (pardon, propre) quelconque, chacun y serait arrivé infailliblement, en y mettant quelques heures ou 888
jours, ou au besoin quelques semaines[189](*). Une fois que le problème est posé (fut-ce de

[187](**) Voir Introduction 4, "Un voyage à la poursuite des choses évidentes".

[187](***) Voir à ce sujet la note "Le snobisme des jeunes — ou les défenseurs de la pureté" @n° 27).

[188](*) II n'y en avait pas des masses alors pour "être dans le coup" (ni maintenant non plus d'ailleurs, vu la tournure qu'ont pris les événements...) — mais il devait bien y en avoir trois ou quatre, en dehors de Verdier et moi. Deligne, lui, n'avait pas encore apparu dans. 1-es parages...

[189](*) Bien sûr, je suppose ici que la personne en question ait bien "accroché" au problème posé, donc que le "sentiment" que j'en aurais eu (sans quoi je ne l'aurais pas proposé 1@ ait "passé", et que l'élève ou collègue "se déclenche" bel et bien. Ce n'est pas du tout une chose évidente, que "ça passe" — loin de là !

façon encore floue, alors que les termes principaux attendent encore d'être définis...) et *vu*, de le *“résoudre”* (en l'occurence, trouver 1 a bonne formulation, suggérée par le formalisme cohomologique existant) devient une question *“de routine”* @ce que Weil appelle, dans le même sens je crois, un “exercice”). Ce “travail de routine” met en jeu du flair, un minimum d'intelligence et d'imagination c'est sûr, mais (comme je l'ai écrit plus d'une fois) ce sont alors “les choses elles-mêmes qui nous dictent” comment les aborder, pour peu seulement que nous sachions les écouter. (Et si nous ne savons pas écouter les choses mathématiques, nous aurions mieux fait de choisir un autre métier...) Ce n'est *pas* dans ce travail-là que se place *l'étincelle* dont je veux parler, qui fait jaillir la chose nouvelle[190](**).

Le moment créateur, l'étincelle qui déclenche un processus de découverte, a été ici celui où le *problème* a *été vu*, et de plus, *“assumé”* — quand le propos est né de *regarder* vraiment, *d'aller jusqu'au bout* pour en avoir le cœur net, pour “voir” *quel* est exactement 1 e “vrai” domaine de validité de cette formule de Lefschetz, dont tout le monde prétendait qu'elle était “comprise”. Ce qui a fait jaillir l'étincelle, ce n'est *pas* une “virtuosité” ou une “puissance” (au sens habituel d'une puissance cérébrale, pour maîtriser des techniques difficiles ou mémoriser des situations imbriquées...). C'est une *innocence* : tout le monde croit avoir compris la formule de L'efschetz, mais moi, pauvre de moi, je n'ai pas l'impression encore de comprendre, et je voudrais bien en avoir le cœur net de ce qui en est 1 Dans un cas comme celuici, une fois qu'on s'est mis en marche, *c'est gagné* : les choses nous soufflent ce qu'il *yaà* faire, et on le fait. Aller “jusqu'au bout”, ça peut signifier dans un cas, prouver “le” bon théorème (en termes, dans le cas d'espèce, d'un formalisme déjà existant — que ce formalisme lui-même soit “établi” ou qu'il “reste conjectural” est ici irrelevant). Dans un autre cas, cela peut signifier : dégager “la” bonne conjecture[191](*) ; et que celle-ci souvent 889
soit elle-même provisoire, qu'elle se révélera peut-être fausse ou insuffisante, et qu'il faudra la rajuster ou l'élargir, est également accessoire. Cette conjecture est une des étapes sur le chemin d'une connaissance collective plus profonde des choses (en l'occurence, des choses mathématiques), une étape dont on ne pouvait faire l'économie[192](**).

profondeur et fécondité sont des qualités étroitement liées — celle-ci m'apparaît comme le signe tangible de celle-là. Le tout premier signe de la fécondité de la formule découverte par Verdier est venu l'année même (si ce n'est dans les jours ou semaines qui ont suivi,

[190](**) Et encore moins 1'@“étincelle” jaillit-elle dans tel travail d'appoint, fait dix ans plus tard peut-être,. qui établirait que les hypothèses qui font “marcher” telle démonstration sont bel et bien vérifiées là où on s'y attendait...

[191](*) Les deux cas, celui où “lfétincelle” (suivie “jusqu'au bout”) nous fait déboucher sur un théorème, ou par contre sur une conjecture, ne sont pas de nature différente. “Jusqu'au bout” signifie : faire se concrétiser entièrement une intuition encore diffuse, en la sondant sous tous ses aspects et par tous les moyens dont on dispose. Un théorème n'est pas par nature plus “achevé” qu'une conjecture. Il y a des théorèmes visiblement provisoires (voire boiteux et de guingois), comme il y a des conjectures (tel l'ensemble des conjectures de Weil) gui donnent l'impression d'un tout entièrement achevé, parfait. Cela n'empêche que ces mêmes conjectures de Weil ont été un point de départ vers d'autres développements (conjecturaux d'abord comme elles), plus vastes et qui les englobent. En ce sens on peut dire qu'aucune chose en mathématique, tant qu'elle est bien vivante, n'est “achevée” ou “définitive”.

[192](**) Au sujet de la dynamique de la découverte, et du rôle crucial de “l'erreur” dans celle-ci, voir (dans la première partie de R et S) la section “Erreur et découverte” (n° 2).

je ne saurais plus le dire) : cette formule a été 1 a principale motivation, m'amenant à écrire une formule cohomologique des fonctions L "à *coefficients"* dans un faisceau 4-adique quelconque. Le fait que *techniquement*, je n'aie eu à faire aucun usage de la formule de Lefschetz-Verdier, est ici irrelevant. Ce qui est sûr, c'est que sans cette formule comme fil conducteur, ou plutôt : qui me soufflait qu'il "devait y avoir quelque chose", une telle chose qu'une fonction L "à coefficients" dans un faisceau — sans cette voix insistante, je n'aurais pas même songé à dégager 1 a bonne notion, et *la* formule pertinente qui va avec ; où j'y serais arrivé sans doute dans les années suivantes, mais en ayant *d'abord* à découvrir par mes propres moyens cette autre formule de portée plus générale, qui était "sur le chemin", qu'il *fallait* découvrir.

Psychologiquement, les deux situations sont très similaires. Tout comme Verdier devait d'abord dégager la notion de "correspondance cohomologique", pour préciser le "problème de la formule de Lefschetz" (au delà de la formule "ordinaire"), ainsi je devais dégager la notion de fonction L "à coefficients", pour préciser le "problème de la formule des fonctions 890
L" (sous-entendu : au delà du cas de la fonction L "ordinaire", associée à une X propre et lisse. . .). Le "moment créateur", celui où une étincelle a passé, est celui où j'ai *vu ce problème* : définir de telles fonctions L Généralisées — et je l'ai *assumé*, en allant jusqu'au bout de ce problème-là. Une fois le problème bien vu, et à supposer que j'arrive à le "faire passer" à un quelconque des gens autour de moi qui étaient "dans le coup", c'était clair qu'il n'aurait pu s'empêcher de le résoudre, de *"la"* seule façon naturelle et raisonnable, en y mettant quelques jours sans doute (comme cela a dû être le cas pour moi), définitions, énoncé, démonstration et tout[193](*).

C'est vrai bien sur que les "dévissages" qui ramènent à la dimension un sont "faciles", et même "triviaux" si on y tient. Ce n'est pas dans ce genre de dévissage, que le premier venu fera aussi bien que moi (ou ne daignera pas faire), qu'*ilya découverte.* La découverte est dans une *notion* a laquelle personne n'avait songé, alors qu'elle est *évidente* : celle de fonction L "à coefficients". Dans cette notion et dans la formule qui en est inséparable, il y a la possibilité (dans le contexte des schémas de type fini sur le corps premier F, ou plus généralement, sur l'anneau de base absolu E@ d'interpréter les "six opérations" en cohomologie, à commencer par le foncteur Rf, (des opérations donc de nature *"géométrique"*) en termes d'opérations sur des "champs de fonctions L", i. e. en termes *"arithmétiques"*. C'était là un nouveau pas dans la direction inaugurée par les conjectures de weil en 1949, vers les épousailles entre la géométrie et l'arithmétique, par le truchement du thème cohomologique.

Que deviennent ces deux découvertes, dans ce texte qui se présente comme 1 e livre standard de référence pour la cohomologie étale et j@-adique — ce texte du au plus doué et au plus prestigieux parmi ceux qui furent mes élèves ?

La formule de Lefschetz-Verdier, qui m'avait inspirée sans que j'aie eu jamais à "l'utiliser", est devenue 1 '*épouvantail* brandi avec àpropos, pour faire entendre au lecteur (qui ne demande qu'à croire !) à quel fil ténu et peu engageant (et "conjectural", ce qui plus est, sans compter que les termes locaux "n'étaient pas calculés") était suspendu un certain

[193](*) Je mets ici à part le dernier pas de la démonstration, que j'avais laissé en suspens (comme ne devant pas poser de vrai problème), et qui risquait d'être plus long.

séminaire auquel ("conformément à l'esprit de ce volume") on s'abstient charitablement de jamais référer (si ce n'est aux seules fins de le débiner...) ; en rappelant quand même discrètement ici et là que si ladite formule malvenue (et inutilisable pour tout dire) a quand même cessé d'être "conjecturale", c'est grâce au modeste auteur du brillant volume. 891

Quant à la notion de fonction L à coefficients, qui est la notion centrale de ce Rapport qui constitue le cœur même du livre, elle apparaît sans tambour ni trompette au par. 1.6 du Rapport (loc. cit. p. 80), sans le moindre commentaire qui indiquerait une motivation ou une provenance. Une définition c'est une définition après tout, on n'a pas à la justifier. Le lecteur qui se poserait une question sur l'origine de cette notion, un peu abracadabrante il faut bien avouer (surtout quand on vous la balance comme ça à jeun...), a le choix entre Artin-weil (mais il n'y avait pas encore de faisceaux A-adiques de leur temps, visiblement introduits par l'auteur dans ce même volume. ..), et (plus probablement) ce même brillant auteur, qui est en train de le mener lestement vers une certaine formule dite "des traces".

Celle-ci est introduite au par. 3 (loc. cit. p. 86), lequel commence en ces termes :

"L'interprétation cohomologique de Grothendieck des fonctions L est le théorème suivant : .." (suit la formule en question 3.1 — NB c'est moi qui souligne).

Mis à part l'introduction au chapitre (sur laquelle on va revenir), c'est la seule occasion dans tout le chapitre où un certain nom est prononcé[194](*). C'est donc ce même quidam encore, auquel il sera référé deux pages plus loin par le sigle @2@ (comme un qui a su "expliquer clairement" quelques "réductions faciles") qui a aussi donné cette "interprétation" abracadabrante 3.1, balancée là sans crier gare. Il n'y avait aucun mérite d'ailleurs, comme le lecteur va s'en apercevoir aussitôt (et sans surprise), car la démonstration tient en une demi-page à peine (sur la même page 86) et était d'ailleurs "classique" : c'est un simple corollaire de la fameuse *"formule des traces"* qui donne son nom au Rapport, et qui fait l'objet de ce qui, visiblement, est le "vrai théorème" (3.2). Aucun nom n'est avancé pour indiquer la paternité de ce dernier — i. e. de "1 a" Formule — toujours cette manie de modestie, chez les gens les plus brillants justement 1 Deux pages plus loin (comme on a vu

(*ï (9 avril) II y a une exception (qui avait d'abord échappé à mon attention), avec une référence-pouce (à la p. 90) à "un des usages essentiels faits par Grothendieck de la théorie des catégories dérivées" (pour définir des traces dans des cas "inorthodoxes"). hier) 892
les noms de Lefschetz, de Verdier, d'Artin, de Nielsen et de Wecken sont prononcés, une véritable débauche de modestie pour le coup — tout ça pour ne pas dire que c'est lui 1

La chose que je voudrais souligner ici, et qui me semble dépasser de loin le cas d'espèce et ces relents d'escroquerie, est celle-ci. Que ce soit pour la formule dite (avec raison) "de Lefschetz-Verdier", ou pour "l'interprétation cohomologique" des fonctions L ("à coefficients"), c'est *cela* justement qui fait de leur découverte des *actes de création*, qui est aussi, de nos jours, objet de la mésestime générale (quand ce n'est une dérision désinvolte), exprimée couramment par des épithètes à connotation péjorative comme : *"trivial"*, *"enfantin"*, *"évident"*, *"facile"*, *"conjectural"*, quand ce n'est "maths molles", "rêve", "baratin", "non-sensé" et autres gentillesses, laissées aux dons d'improvisation d'un chacun. C'est la partie du travail, par contre, dont j'ai toujours su (et surtout, il me semble, jamais *oublié*) qu'elle vient "par surcroît" et par la force des choses, comme "l'intendance" qui suit a coup sûr (à condition seulement qu'on s'y coltine), la partie *technique* donc, celle qui souvent est réputée *"difficile"*, qui se fait "à la force du poignet", et que j'ai tantôt qualifiée aussi de "travail de routine" (sans y attacher pourtant aucun sens péjoratif) — c'est cette partie-là du travail qui est valorisée par les consensus en vigueur aujourd'hui, et montée en épingle à l'exclusion de toute autre.

Pour moi, la notion de "difficulté" est toute relative : une chose me paraît "difficile" aussi longtemps que je ne l'ai pas comprise. Mon travail alors ne consiste pas à "surmonter" la difficulté à la force du poignet, mais à entrer dans mon incompréhension suffisamment pour arriver à comprendre quelque chose, et rendre "facile" ce qui avait semblé "difficile"[195](*). par exemple, les dévissages que j'ai faits, pour la "formule des fonctions L" comme en d'autres circonstances, dévissages qui aujourd'hui passent pour "triviaux".

(*ï Le lecteur notera que c'est là une description de l'approche "yin", "féminine" d'une difficulté — celle de "la mer qui monte". Je n'entends pas dire ici que c'est la seule approche créatrice possible — il y a aussi celle dite "du marteau et du burin", l'approche "virile" — la seule qui soit en honneur (pour ne pas dire, aujourd'hui, la seule qui soit tolérée. . .). Voir au sujet de ces deux approches possibles la note "La mer qui monte. . ." (n° 122), et au sujet des attitudes courantes vis-à-vis de l'une et l'autre approche, les notes "Le muscle et la tripe (yang enterre yin (1))" et "La circonstance providentielle — ou l'apothéose" (n°s 106, 151), ainsi que "Le désaveu (1) — ou le rappel" (n° 152) qui fait suite à cette dernière.
n'ont pas été plus "faciles" pour moi que de traiter les cas dits "irréductibles", censés 893
"difficiles". C'étaient des étapes différentes du travail, c'est tout[196](*). Ce n'est pas parce qu'une étape vient *après* une autre, ou parce qu'elle se trouve être plus longue, qu'elle est plus "difficile". Dans l'une et l'autre étape, il fallait *une idée* : l'idée de "dévisser" dans un cas (chose qu'on n'avait jamais songé à faire dans ce genre de situations, et pour cause quand il s'agit de formules de points fixes pour toute autre correspondance que celle de Frobenius 1) ; dans l'autre cas, une idée sans doute plus délicate à formuler, inspirée d'une formule de points fixes (due à Nielsen-wecken[197](**)) plus sophistiquée que la formule

[196](*) Les cas auxquels je songe, où j'ai fait des "dévissages" pour me ramener a des situations de dimension (ou dimension relative) u n, en dehors de celui de la formule générale des fonctions L "à coefficients", sont surtout les deux théorèmes de changement de base en cohomologie étale (pour un morphisme propre, et par un morphisme lisse), qui constituent les deux énoncés-clef qui rendent "vivable" (comme écrit Deligne) ladite cohomologie, et le "théorème de comparaison" pour Rf entre la cohomologie étale et la cohomologie transcendante (pour des schémas de type fini sur le corps des complexes). (Il y a également le théorème de Lefschetz (dit "faible") pour les morphismes affines.) Psychologiquement parlant, c'est une fois arrivé à me réduire à de telles situations dites "irréductibles" que j'avais l'impression que c'était (plus ou moins) "gagné", que le théorème attendu allait bel et bien "sortir", et l'expérience a bien confirmé en chacune de ces occasions que ce sentiment ne m'avait pas trompé. Techniquement parlant, pourtant, ce sont les dévissages qui représentent l'étape dite "facile". Il se trouve que par une sorte de "providence" qui m*a alors beaucoup frappé, les ingrédients nécessaires pour traiter les deux cas "irréductibles", dans l'un et l'autre théorème de changement de base, avaient été développés par moi (sans me douter de rien), dans SGA 1 pour le premier, dans SGA 2 pour le deuxième, trois et deux ans avant. . .

@**) (10 avril) C'est de ma bouche d'ailleurs, en même temps que les autres auditeurs de SGA 5, que Deligne a appris cette formule de "Nielsen-wecken" et sa transposition en cohomologie étale, ce qui l'a dispensé d'avoir à jamais regarder les trois beaux articles (en allemand) de ces auteurs (parus entre 1941 et 1943), et lui a servi de la façon assez particulière qu'on sait (voir la sous-note "Les vraies maths. . . ", n° 169).

originelle de Lefschetz, et mise en œuvre en introduisant un découpage soigneux du faisceau de coefficients, s'exprimant en terme de catégories dérivées convenables[198](***). mule des 894
traces qui aient incité Deligne, en 1977, à faire un premier pas vers la levée du boycott sur les catégories dérivées, par l'exhumation dans le volume-pirate d'un "Etat zéro" squelettique de la "thèse" de verdier (texte où aucune mention n'est faite de mon nom). Voir à ce sujet la note "Le partage" (n° 170) consacrée à "l'opération III", et pour plus de détails sur la cocasse affaire de la "thèse", les notes "Le compère" et "Thèse à crédit et assurance tous risques" (n° 63‴, 81).

La deuxième étape a été plus longue, il se trouve : lorsqu'il s'est agi de la mettre au point avec toute la généralité qui lui incombait[199](*) (vu qu'il existe d'autres endomorphismes d'une courbe que celui de Frobenius), il y avait tout un "tapis" de traces non commutatives "à la Stallinge" qui se trouvait finalement coller après et qu'il m'a fallu développer avec soin. C'était long et c'était "facile" — et c'était une chose aussi qui *devait* être faite, s'était bien clair. Mais même trouver ce genre d'idées qui rendent un travail "facile" (ou tout simplement, possible…), fait partie pour moi du "travail de routine". Cela contribue à donner son charme à ce travail, qui en fait autre chose, le plus souvent, qu'un simple tournage de manivelle.

La partie *créatrice* du travail, par contre, c'est l'idée *enfantine* : celle que tout le monde aurait dû voir depuis des années, quand ce n'est depuis des siècles ou des millénaires — et que personne pourtant ne voyait, alors qu'elle crevait les yeux pendant tout ce temps et qu'on devait faire un grand détour autour, a tous les coups, pour pas cogner dedans !

Quand on rencontre une telle idée, qu'on soit "tombé dessus" (c'est le cas de le dire…) tout seul, ou que quelqu'un d'autre vous l'explique (comme Verdier m'en a expliqué une, un jour), on se sent tout idiot : c'est pas permis quand même qu'on l'ait pas vue avant, alors que c'était justement la chose la plus naturelle de toutes, la plus évidente, la plus "con", pour lâcher le mot… On *aurait dû* y tomber dessus depuis longtemps, c'est sûr, et puis non…

Il semblerait que de nos jours et de plus en plus, dans une telle situation (et quand on

[198](***) Le langage des catégories dérivées est indispensable dans cette démonstration. Après mon départ, et jusque vers l'année de la parution du volume nommé "SGA 4*5 ", mes élèves cohomologiques ont instauré un boycott tacite et efficace contre les catégories dérivées, lesquelles avaient constitué l'outil conceptuelclef pour développer le formalisme de dualité ("six opérations" et bidualité), dans le contexte des coefficients "cohérents", puis "discrets". Malgré son rôle crucial dans la démonstration de la formule de Lefschetz-Verdier, et dans celle aussi des formules de dualité "classiques" dans le contexte étale, ce formalisme @lui-même, en tant que structure mathématique et ensemble conceptual cohérent, a été l'objet du même boycott et qui dure jusqu'à aujourd'hui encore (à commencer par le *nom* même "six opérations", qui est toujours anathème).

Il est possible que ce soient les nécessités de la démonstration de la for

[199](*) (23 avril) Généralité qualifiée, comme de juste, de "superflue" par Illusie dans son Introduction à l'édition-massacre de SGA 5 (deuxième alinéa), en se faisant l'obséquieux écho de son prestigieux ami Deligne, lequel réfère (sans autres précisions) aux "détails inutiles" qu'il aurait "élagués". Ce débinage le dispense en même temps une fois pour toutes de laisser soupçonner au lecteur qu'il existe en dimension un une formule des traces explicite plus générale que celle qu'il expose pour Frobenius, où il reprend pas à pas les étapes de ma démonstration tout en donnant l'impression que celle-ci est de son crû. Voir la sous-note suivante "Les double-sens — ou l'art de l'arnaque", n° 169 .

est en position de force, surtout...) on compense en souplesse, quand c'est un autre (un 895
illustre inconnu peut-être, ou tel "défunt" depuis longtemps enterré...) qui a le malheur de radiner (ou d'avoir Un jour radine...) avec une idée comme ça. Mais mon pauvre, c'est *trivial*, ce que vous me racontez là 1 Et pour bien prouver au malheureux combien c'est trivial (et le remettre à sa place mine de rien...) on va lui retorcher ça en moins de temps qu'il n'en faut pour le dire — vous allez voir ce que c'est que de faire des maths! On a quand même autre chose dans nos manches que ces premiers venus (ou ce laissé pour compte...) *IYa* qu'à tirer dessus un peu, on souffle on tire encore et abracadabra hopplà 1 Et *voilà* un énoncé au moins qui a de la gueule que je vous sors du chapeau, et voilà toute une théorie même, et pas piquée de vers, ç a c'est du travail, oui i Jeune homme allez vous rhabiller, vous reviendrez quand vous saurez faire pareil 1

J'ai fait là, sans même y songer, le raccourci de la mésaventure de mon "élève posthume" zoghman Mebkhout, modeste assistant à Lille où Dieu sait où, aux mains de mon "élève occulte" Pierre Deligne, fleuron entre tous d'une institution sélecte (et j'en passe...) ; mésaventure survenue en l'an de grâce 1981, et qui se continue d'ailleurs jusqu'à aujourd'hui même... Ça, c'est "l'opération IV", dite "de l'inconnu de service" (ou "du Colloque Pervers", pour ne pas le nommer) — la plus incroyable des quatre opérations. (Voir à son sujet la note "L'Apothéose", n° 171.)

Mais en même temps, en écrivant le précédent alinéa, j'avais comme une impression de réécrire plus ou moins quelque chose que j'avais déjà écrit en une autre occasion...

Je n'ai pas été long à me rappeler — c'était dans la première partie de Récoltes et Semailles, écrite il y a maintenant une année, dans la section *"La mathématique sportive"* (le nom dit bien ce qu'il veut dire), n° 40 (p. 105). La différence entre l'épisode que j'y évoque et celui du Colloque Pervers, c'est que cette fois le rôle de "l'inconnu de service" est tenu par "ce jeune blanc-bec qui marchait sur mes plates-bandes", et que le grand patron altier et "sportif" c'était pas un vilain ex-élève à moi, mais c'était nul autre que moi-même. Il est vrai que je ne crois pas être allé jusqu'à m'approprier (symboliquement, en l'occurence) une idée d'autrui. Mais je ne saurais de bonne foi en jurer, et il faudrait que l'intéressé (vingt ans plus tard, mais mieux vaut tard que jamais) me fasse savoir comment *lui* se souvient de l'épisode, qui est un peu flou dans mon souvenir. Il avait eu le malheur de refaire des choses que je connaissais depuis belle lurette (entre autres, construction du schéma de Picard d'une schéma non réduit par "dévissage" à partir du cas
réduit...), et ça avait "mal passé" — c'est ça qui m'en est resté ; mais je ne jurerais pas 896
que son approche (dans un cadre moins général que le mien, c'est entendu) était vraiment entièrement couverte par la mienne[200](*).

[200](*) L'occasion ne s'est jamais présentée pour moi de rédiger au net et de publier la construction "relative" en question de Picard par "dévissage" sur des nilidéaux, construction prévue pour un chapitre ultérieur des EGA (lequel n'a jamais vu le jour).

De toutes façons, quand je parle d'"appropriation" d'une idée d'autrui (petite ou grande), il ne s'agit pas nécessairement du plagiat au sens courant, quand on présente cette idée (fut-ce sous forme modifiée et perfectionnée) sans indiquer sa provenance — chose qui me semble devenir de plus en plus commune. Mais l'appropriation peut être celle par le dédain désinvolte, dont l'haleine fane la joie d'une découverte, comme pour le seul plaisir de la frustrer, sur l'air du "oh 1 ce n'est que ça..." désabusé. Cet air-là laisse entendre, Toujours est-il qu'il me faut bien ici faire à nouveau le constat d'une *parenté*, entre une attitude qui a été mienne à certains moments du moins, dans les années soixante, et celle que je rencontre chez certains de ceux qui furent mes élèves — Ils me renvoient de celui que je fus une image défigurée sans doute — une image que pendant des années j'ai voulu récuser. Mais si Récoltes et semailles, qui a été avant tout une réflexion sur mon passé de mathématicien, a eu *un sens*, c'est de me faire comprendre aussi, entre autres choses, qu'alors même que tels parmi ceux qui furent mes élèves se sont plus à me désavouer, il ne m'appartient pas de désavouer aucun d'eux. Ce qui me revient à travers eux fait partie des récoltes de ce que j'ai contribué à semer, comme eux-meme y ont contribué. Et ce constat que je dresse d'une plume sans complaisance, depuis trois semaines bientôt, n'est pas un acte d'accusation contre quiconque, mais un *constat* justement, et qui m'implique autant qu'aucun d'entre eux.

(6 ï (10 avril)[201](**) Comme chacun sait, le sens du mot "trivial" en mathématique est très relatif. Ici, par "trivial" j'entends : en termes de ce qui était censé "connu", à savoir (en l'occurence) : le formalisme des six opérations, et le théorème de bidualité (ce dernier restant conjectural en car. p@ 0 dans le contexte discret étale, avant que Deligne n'en trouve une démonstration. . .). En termes de ce formalisme, le principe de la démonstration s'explique de façon entièrement convaincante en quelques minutes (en même temps que 897
l'énoncé). Cela ne dispense pas, il est vrai, de faire une démonstration en forme, ce qui impliquait la vérification de quelques compatibilités fastidieuses.

L'usage dans un tel cas, c'était que l'auteur d'un théorème @surtout s'il est important) se donne la peine d'en écrire une démonstration. Dans le cas de Verdier, il n'y a aucun doute pour moi que c'est le résultat le plus profond et le plus important par sa portée, de tous ceux dont il a l'honneur (et à juste titre en l'occurence) de porter le nom (suivant l'expression consacrée de Weil). Il a fait pourtant pour ce théorème comme il a fait pour la théorie des catégories dérivées : du moment que le crédit lui en était acquis de toutes façons,, il n'a pas jugé utile de faire le travail, et de le mettre à la disposition de tous avec une démonstration complète.

C'est la un signe éloquent d'un certain état d'esprit, dont j'ai eu occasion de parler ici et là, et dernièrement encore à la fin (datée du 28 février) de la note "Les manœuvres" (n° 169). J'ai pu constater qu'il a fait école. Alors que la formule dite (avec la réserve ci-dessus) "de Lefschetz-Verdier" a été bel et bien un acte de création de Verdier, en un temps où il travaillait encore avec moi et avait la passion de son travail, je vois une relation directe entre ce fait qu'il n'ait jamais eu le respect de démontrer "son" théorème, et celui que *sa vie de mathématicien n'ait plus connu d'acte de création semblable.* Les moments créateurs nous viennent dans les instants seulement où "nous en sommes dignes", c'est à dire : en

sans qu'on ait à le dire, que ce qu'on vient de nous dire on le connaissait, autant dire, depuis toujours, et si peut-être on n'. avait pas pris la peine de l'expliciter encore, c'est que vraiment ça n'en valait pas la peine. . . Pour ces airs-là (ou pour son ancêtre), voir (dans la première partie de R et S,) la section "Le pouvoir de décourager" (n° 31) (reprise dans la note déjà citée "La mathématique sportive", n° 40) ; et (dans l'ambiance plus dure des années 70 et 80) l'Enterrement I, "Appropriation et mépris" (note ne 59′).

[201](**) La présente sous-note est issue d'une note de b. de p. à la sous-note précédente ". . . et le "non-sensé" " (n° 169_6) ; voir renvoi page 886.

état de les accueillir…

Cette belle formule, laissée pour compte par un père à la sauvette, a d'ailleurs connu des vicissitudes étranges. Elle a fait d'abord le thème de l'un de mes premiers exposés (exp. III) de SGA 5, en 1965. Illusie s'était chargé de le rédiger, sans juger bon pendant douze ans de se donner dette peine. Elle est devenue ensuite, en parfaite connivence entre lui et Deligne (et j'imagine, avec l'accord au moins tactie de Verdier, à qui Deligne accordera des compensations substantielles) la tête du "cheval de Troie" (ou "l'épouvantail", comme j'écris plus loin), manoeuvré avec doigté, pour rendre crédible l'incroyable imposture nommée "SGA 4*s". Celle-ci a été montée de toutes pièces aux fins d'enterrer le maître commun à tous les trois, c'est-à-dire aussi, en somme, le "*grand — père*" de ladite formule (laquelle sans ma modeste personne et les six opérations enterrées avec moi, ne serait sans doute pas écrite encore avant cent ans…). Pour du tableau de mœurs, voilà du tableau de mœurs !

Si mes chers ex-élèves cohomologistes, au lieu de se gaspiller dans de telles magouilles à jouer les nains (qu'ils ne sont pas) se juchant sur les épaules d'un géant (que je ne suis 898
pas plus…), avaient pendant ces quinze ans laissé libre jeu à la créativité qui est en eux tout comme elle est en moi, sûrement les théories des coefficients cristallins, de De Rham-Mebkhout et de Hodge-Deligne, avec celle du "foncteur mystérieux" 'à la clef, seraient depuis belle lurette arrivés au "stade pleinement adulte" du formalisme des six opérations. Et même (je le soupçonne depuis une semaine ou deux…), le grand rive de celui qui fut leur maître, ce "m o. *tif*" fait pour être mélodie et devenu (entre ces mêmes mains) fief, magot et "vague squelette", se serait lui aussi incarné déjà dans une vaste symphonie (nullement "conjecturale" mais "pleinement adulte" elle aussi), et serait dès aujourd'hui le patrimoine *de tous*.

(@@@7) (19 mars) Mais il me faut revenir aux "virevoltes" de mon ami Pierre Deligne, (@@@7)
dans sa présentation de la fameuse "Formule des traces". Chose remarquable, il ne précise nulle part que pour l'application aux conjectures de Weil proprement dites (qui étaient sans doute visées en tout premier lieu, sinon exclusivement, du point de vue pratique), il n'y a nul besoin d'une formule et d'une démonstration sophistiquée — la formule de Lefschetz "ordinaire" (version étale) suffit[202](*). Et ce n'est bien sûr pas un hasard que ce soit justement l'exposé sur la classe de cohomologie associée à un cycle qu'il a choisi d'"emprunter" à SGA 5, pour l'incoporer à son digest sans autre forme de procès — l'exposé justement qui contient l'ingrédient-clef (à part la dualité de Poincaré "ordinaire", version étale) pour établir la formule de Lefschetz — "ordinaire" en quatre coups de cuiller à pot. On se dit, du coup, qu'il aurait bien pu se dispenser d'inclure ce "Rapport" ni chair ni poisson, qui établit une formule des traces pour le seul endomorphisme de Frobenius (tout en cachant obstinément au lecteur qu'il pourrait en trouver ailleurs (I) de nettement plus générales, et toutes aussi "explicites"), s'il a pourtant pris la peine de rédiger ce "Rapport", c'est sans doute pour deux raisons liées. D'une part, il était bien clair dès

[202](*) (25 avril) II est possible que je fasse erreur ici, faute d'avoir vraiment pris connaissance encore de la démonstration par Deligne de la dernière partie des conjectures de Weil, concernant les valeurs absolues des valeurs propres de Frobenius. Il semblerait que l'utilisation des pinceaux de Lefschetz le conduise à introduire des fonctions L plus générales que la fonctions C (i. e. la fonction L "ordinaire"ï.

les années soixante que les conjectures de Weil, convenablement réformulées en termes de "poids", gardaient un sens pour des variétés singulières et pour des "coefficients" non constants. Il est vrai qu'on peut dès lors les formuler en termes entièrement géométriques, sans référence explicite au formalisme des fonctions L. C'est bien ce qui est fait, il me 899
semble dans l'article de Deligne "La Conjecture de weil II" (où il n'est bien sûr fait aucune allusion à un rôle que j'aurais joué pour dégager l'énoncé principal qu'il y prouve). Mais néanmoins l'interprétation arithmétique (en termes de fonctions L "à coefficients") d'opérations géométrico-cohomologiques allait sûrement avoir un rôle à jouer, où la formule des fonctions L *générale*, sous la forme où je l'avais développée, allait prendre une place cruciale. Dans une optique à long terme, il fallait donc fournir une référence dans le volume baptisé "SGA 4*s" — En même temps, alors qu'il était devenu évident que les formules de traces générales (style Lefschetz-Verdier) forment un ingrédient important de la panoplie cohomologique, cela contribuait à l'illusion que ce volume (comme il l'annonce) présente bien un arsenal cohomologique essentiellement complet, pour les besoins de l'"utilisateur non expert" de cohomologie Jfc-adique.

Il me reste à passer en revue les trois passages qui restent, parmi les quatre dans "SGA 4*s" qui font mine de donner des précisions historiques au sujet de la formule des traces. Je les citerai dans l'ordre où elles se suivent dans le volume. Les deux premiers se trouvent tout au début du volume (page 1 de l'Introduction, et page 2 du "Fil d'Ariane"), et sont visiblement destinés à "annoncer la couleur". Ce sont sûrement les plus lus aussi. Le troisième est la courte introduction au chapitre "Rapport sur la formule des traces". (Le quatrième passage, dont il a été question avant-hier, fait partie du corps de ce mime rapport, et est sûrement le moins lu de tous.)

Dans la bibliographie placée après le "Fil d'Ariane pour SGA 4, SGA 4*s, SGA 5 ", le sigle SGA est expliqué comme "séminaire de géométrie algébrique du Bois-Marie", sans référence (est-il besoin de le dire) à ma personne. Je figure quand même parmi les directeurs de SGA 4, SGA 5. Cette fonction de directeur a dû être d'ailleurs'toute platonique : passant en revue les principaux exposés de SGA 4 et SGA 5 (et qu'on n'en parle plus…), il est question d'exposés d'Artin, de Jouanolou, de Houzel, de Bucur, mais aucun de moi. Dans la référence SGA 4 et SGA 5, aucune indication de date — et je n'ai trouvé aucune allusion dans tout le volume qui pourrait faire douter le lecteur non déjà informé, que SGA 5 ("a paraître aux Lecutre Notes") ne soit, comme son nom l'indique, bel et bien *postérieur* au volume appelé "SGA 4*5 "[203](*). Quand d'aventure une allusion est faite à un exposé dans SGA 5 (généralement non précisé), il est bien précisé par contre qu'il s'agit d'un "état 900
zéro" ou de la "version originale" (sous-entendu : touffue et imbitable, on s'en doute…). Ces références à SGA 5 (à l'intention d'un lecteur non informé, auquel on recommande de ne pas consulter SGA 4 ni surtout SGA 5) sont donc (dans l'esprit de ce même lecteur) des références à un texte *postérieur* à celui qu'il est en train de lire. Je soupçonne d'ailleurs que ces lecteurs non informés sont de très loin la grande majorité, et (comme j'ai écrit ailleurs) les autres commencent à se faire vieux et vont mourir de leur belle mort…

[203](*) Ni la moindre allusion qui pourrait faire deviner au lecteur de quoi traitait ce séminaire-à-ne-pas-lire, dont même le titre @"Cohomologie @-adique e t *fonctions L"*) reste ignoré !

Je cite la première page) de l'Introduction, alinéa 3 :

"Le "Rapport sur la formule des traces" contient une démonstration complète de la formule des traces pour l'endomorphisme de Frobenius. La démonstration est celle donnée par Grothendieck dans SGA S, élaguée de tout détail inutile. Ce rapport devrait permettre à l'utilisateur d'oublier SGA 5f qu'on pourra considérer comme une série de digressions, certaines très intéressantes. *Son existence permettra de publier prochainement* SGA 5 *tel quel.*" (C'est moi qui souligne.)

Ce texte a deux sens *opposé* s, servis *simultanément* avec un art consommé. Pour celui qui est informé sur l'historique de la formule en question pour Frobenius, il sera peut-être surpris par la désinvolture de la présentation (et ceci d'autant plus, s'il est bien informé des tenants et aboutissants du séminaire SGA 5 et du rôle qu'il a joué dans la formation du brillant et désinvolte auteur) ; mais il pensera que l'auteur au moins a indiqué la source de sa démonstration, pour le lecteur non informé, il apprend que la démonstration du volume qu'il tient entre les mains, se trouve aussi dans un certain texte ultérieur SGA 5, texte dû à Grothendieck, et encombré de détails inutiles, que ce quidam a du rajouter pour le plaisir à la démonstration originale. Le passage cité reste dans le vague quant à celle-ci. Comme on a vu avant-hier, la lecture de la démonstration elle-même, dans le "Rapport" en question, ne peut guère laisser de doutes que c'est bien le brillant auteur du volume "SGA 4*s" qui en est le père. Bien entendu, on ne daigne nulle part préciser qui a eu l'idée *d'écrire* la formule des traces ; après tout ça ne coûte rien d'écrire quelque chose, tant qu'on ne prend pas la peine de le démontrer ! Aucune allusion non plus à Verdier (qui a, le premier, donné la démonstration du "cas crucial" que j'avais laissé en suspens). Ce n'est pas un hasard, sûrement, que c'est au moment précis où il est question de la formule des traces, au cœur de *"la"* Conjecture, que l'auteur fait assaut de "gentillesses" genre "détails inutiles", "digressions" (très intéressantes certes, on est beau joueur ou on ne l'est pas !) 901
qu'on recommande d'oublier[204](*), et finalement ce rappel à la fois discret et péremptoire "son existence permettra de publier prochainement SGA 5 tel quel", comme quoi SGA 5 ne se "tient" et n'est publiable que grâce à "l'existence" du texte appelé "SGA 4*5 " — lequel a sûrement fourni au quidam en question ce dont il avait besoin pour présenter de façon compliquée ce qui est fait simplement dans le texte originel que voici.

Dans le fil d'Ariane, j'ai déjà signalé (dans la sous-note "Le cheval de Troie"(n° 169) à la note "Les manœuvres") les dix sept lignes des deux alinéas consécutifs 2 et 3 de la page 2, comme des "modèles dans l'art de "pêcher en eau trouble". Le deuxième concerne justement la fameuse formule des traces. Les deux alinéas méritent d'être reproduits ici in extenso :

"II existe en cohomologie étale un formalisme de dualité analogue à celui de la dualité cohérente. Pour l'établir, Grothendieck utilisait la résolution des singularités et la conjecture de pureté (pour l'énoncé, voir @cycle@ 2–1.4), établie dans un cadre relatif dans SGA 4 XVT, et — module la résolution — en égale caractéristique dans SGA 4 XIX. Les points-

[204](*) Plus précisément, il laisse clairement entendre que ce seul "Rapport" de 34 pages contient (*a mieux) tout ce qui pouvait être utile dans SGA 5 (qui, même dans l'édition-massacre, a encore près de 500 pages). Ça fait beaucoup de "digressions" pour rien !

clef sont établis par une autre méthode dans @Th. f initude @@, pour les schémas de type fini sur un schéma régulier de dimension 0 ou 1. Divers développements sont donnés dans SGA 5 I. Dans SGA 5 III, on montre comment ce formalisme implique la très générale formule de Lefschetz-Verdier.

On voit que dans la version originale de SGA 5, la formule de LefschetzVerdier n'était établie que conjecturalement. De plus, les termes locaux n'y étaient pas calculés. Pour l'application aux fonctions L, ce séminaire contient une *autre* démonstration, elle complète, dans le cas particulier du morphisme de Frobénius. C'est celle qui figure dans @Rapport !. Autres références : pour l'énoncé et le schéma des dévissages : l'exposé Bourbaki de Grothendieck @5 "@ ; pour une brève description de la réduction (due à Grothendieck) du cas crucial à un cas déjà traité par Weil, @2*@ par. 10 ; pour un traitement X-adique de ce dernier cas, @cycle@ par. 3."

J'ai déjà commenté sur le premier alinéa dans la note citée (voir aussi la note de b. de p. [205](**) page 872 à celle-ci, sur l'impayable "divers développements sont donnés dans SGA I"). Il me reste à suivre les virevoltes de mon ami (ou du moins certaines — il y en a trop I) dans le deuxième alinéa. Les deux premières phrases, radinant la sempiternelle 902
formule de Lefschetz-Verdier, comme si tout SGA 5 (et une certaine démonstration jamais nommée en clair, qui y figure, pour une certaine formule des traces. . .) en dépendait à mort et à vie, relèvent visiblement de la "méthode de la seiche" : mettre la confusion dans ce qui est clair, pour pécher en eau trouble[206](*).

La phrase-clef à double sens, par contre, est celle qui suit immédiatement le noyage du poissons :

". . . ce séminaire contient une *autre* démonstration, elle complète, dans le cas particulier du morphisme de Frobénius".

Le lecteur informé mais pressé (et quel lecteur n'est pressé. . .) est interloqué une seconde par l'ambiguïté de l'expression "ce séminaire" — est-ce SGA 5, est-ce "SGA 4*3 " ? — et comme il sait que dans SGA 5 il y avait une démonstration complète, c'est adjugé encore une fois : l'auteur a bel et bien référé (de façon un peu vague, certes. . .) là où on s'attendait qu'il réfère. J'ai failli fonctionner comme ça à la première lecture, au mois d'avril l'an

[206](*) II est impropre de dire que la formule de Lefschetz-Verdier était "conjecturale" — elle était établie sous l'hypothèse qu'on dispose d'un formalisme de dualité ("six opérations" et "théorème de bidualité"), et elle a été bel et bien prouvée sous cette forme en 1964 par Verdier. Cette démonstration avait été donnée bien sur dans le séminaire oral, et elle est complète. Cfest la validité du théorème de bidualité en car. p @ 0 qui restait "conjecturale", et elle est établie (comme on l'a dit) dans le chapitre "Finitude" de "SGA 4*3 ".

Quant aux termes locaux de la formule de Lefschetz-Verdier, ils étaient "calculés" ni plus, ni moins, que dans la formule de Lefschetz ordinaire (à points fixes isolés non nécessairement "transversaux"), et généralisaient les classiques "multiplicités d'intersection" qui figurent dans cette dernière. Dire que ces termes "n'étaient pas calculés" n'a ni plus, ni moins de sens que de dir re que la dimension d'un espace vectoriel *non précisé*, ou les racines d'un polynôme à coefficients indéterminés, sont "non calculés". "Calculer", dans ces cas comme ailleurs, signifie : établir dans un *"cas d'*espèce*"* précisé (p. ex. en dimension 1, pour la formule de Lefschetz-Verdier) une *égalité* entre deux termes, dont aucun n'est plus "calculé" ou connu que l'autre (p. ex. entre les termes locaux définis par Verdier, et certains invariants locaux liés au conducteur d'Artin. . .)

dernier (voir la note “La table rase”, n° 67), mais ça ne collait pas pourtant. Je savais bien que la démonstration que j’avais donnée d’une formule des traces explicite ne se bornait nullement au “cas particulier du morphisme de Frobénius”. De plus, ce qui me frappait, c’est qu’on venait d’insister lourdement (avec des “arguments”-bidon) sur le fait justement quVune certaine présentation SGA 5 (dans sa “version originale”, peuchère M n’était *pas* “complète” : conjecturale-ci, termes pas calculés-là. . . Avec ce “elle complète” bien encadrée par deux virgules, cette opposition catégorique suggère irrésistiblement au lecteur non informé, sans qu’il ait même à s’interroger, que “ce séminaire” est bien évidemment le volume 903
“SGA 4*s” qu’il tient en mains — et on lui indique d’ailleurs aussitôt, dans la phrase suivante, où la trouver : “C’est celle qui figure dans @Rapport$_3$” — Et ce n’est certes *pas* la lecture de ladite démonstration dans le chapitre cité, qui pourrait après coup susciter en ce même lecteur le moindre doute[207](*) !

Le mot *“autre”* dans la phrase cruciale est *souligné* — chose qui n’est nullement dans les habitudes de mon ami. c’est le seul mot souligné dans les deux textes introductifs, et sauf erreur, le seul aussi dans tout le volume (mis à part les titres, énoncés, et nouveaux termes introduits). S’il tient tellement à faire ressortir ce mot, ça ne doit pas être pour rien. (C’est à l’instant seulement que la chose vient d’accrocher mon attention.) L’effet de ce terme *“autre”*, et plus encore quand il est ainsi mis en vedette, c’est de souligner qu’il y avait *deux* démonstrations de *“la”* Formule : l’une *incomplète* justement, et on vient de dire quelques mots sur la peu engageante situation, avec cette formule de “Lefschetz-Verdier” décidément pas sortable ! (Et dans le texte plus technique du fameux Rapport, regardé avant-hier, on revient dûment à la charge sur ce désolant sujet. . .). Quant à deviner si oui ou non, grâce aux résultats de finitude du brilllant auteur, cette méthode boiteuse a quand même fini par marcher, bien fin qui le saura jamais. Mais après cet effet-repoussoir (le même, finalement, que celui examiné avanthier), le réflexe psychologique chez le lecteur docile est d’autant plus péremptoire : au lieu de la méthode *incomplète* dans un certain vaseux séminaire SGA 5 (si incomplète qu’il n’est pas question même d’y donner une référence précise[208](**)), méthode dont on n’aura garde certes de jamais s’embarasser, on aura droit, dans *ce séminaire* de bonne et solide étoffe, à la bonne démonstration, *elle complète*, qui nous tend déjà. les bras dans l’exposé spécialement conçu à cet effet, le “Rapport sur la formule des traces”, pas d’erreur on n’aura aucun mal pour l’y trouver. . . [209](***).

Le *“ce séminaire”* est tout simplement génial — mon ami-pouce est incoinçable sur ce terme là. pourtant, aussi bien dans l’alinéa cité, que dans le contexte plus technique 904
du “Rapport” s’étendant sur la méthode (vouée à l’oubli) dite de “Lefschetz-Verdier” (p. 88), il s’est quand même avancé à nouveau[210](*) à dire “en clair” (ou du moins, en clair-

[207](*) Voir la sous-note d’avant-hier “Les vrais maths. . .” (n° 169).

@**) Je n’ai trouvé nulle part dans le volume nommé “SGA 4*5 ” de référence à un des *exposés* de SGA 5 qui contienne, soit la démonstration d’une formule de points fixes, soit la fameuse “théorie cohomologique des fonctions L”. Il a été bien précisé en effet (voir plus bas) que “conformément à l’esprit de ce volume, il ne sera pas fait appel à SGA 5 . . .” 1

[209](***) Le plus beau, c’est qu’en réalité, la démonstration de Deligne est la reproduction fidèle de celle qu’il avait apprise, avec les autres auditeurs, lors du séminaire SGA 5 en 1966.

obscur) *le faux*. Dans les deux passages en effet, il souligne (c'est le cas de le dire) qu'il y aurait une méthode (dont on devine que c'est celle malencontreusement suivie dans SGA 5, 'Dieu sait dans lequel de ses exposés "touffus"...), pour la *démonstration* de la formule des traces pour Frobenius, qui consisterait à *faire usage de la formule de Lefschetz-Verdier*. Or il n'a existé (avant la thèse d'Alibert en 1982, donnant en dimension 1 le calcul des termes locaux pour une correspondance cohomologique quelconque à points fixes isolés) que *deux* démonstrations du cas "crucial", celle de Verdier et la mienne, dont aucune (pas plus d'ailleurs que celle d'Alibert) ne fait usage de la formule de Lefschetz-Verdier ! C'était une question délicate d'ailleurs et longtemps non résolue (et qui paraissait un peu accessoire), de prouver que les termes locaux qui figurent dans la formule explicite dégagée dans SGA 5 (pour des correspondances beaucoup plus générales que celle de Frobenius) sont bien ceux de la formule de LefschetzVerdier. Illusie a fini par le vérifier, d'après ce qu'il annonce dans l'introduction à l'édition-massacre de SGA 5 (p. VI), et aussi dans celle de son exposé III "calculs de termes locaux" (p. 139)[211](**).

Si Deligne se donne néanmoins tant de mal pour créer cette fausse impression, ce n'est pas sans raison. En effet, par là même il crée l'impression que SGA 5 (le séminaire de "digressions techniques" "auquel il ne sera pas référé, dans l'esprit de ce volume", destiné à le faire "oublier") dépendait de cette formule "conjecturale", d'ailleurs inutilisable telle quelle (termes locaux pas calculés sic...), laquelle n'a finalement été établie que grâce à Deligne dans de volume au nom éloquent "SGA 4*5 " que le lecteur tient entre les mains, et dont (ne serait-ce que de ce fait) le séminaire ultérieur et "confus" SGA 5 dépend...

Quant à la dernière phrase du passage cité, commençant par "Autres références" (sic), elle est elle aussi un modèle du genre, pour éviter de dire que le vague quidam Grothendieck avait donné une démonstration complète onze ans avant (dans le séminaire "ultérieur" voué 905
à l'oubli...), et que celle-ci est reproduite fidèlement dans "Rapport". L'impression qu'il fallait créer, c'est que le quidam a fait quelques vagues réductions préliminaires, alors que le cas difficile est dû à weil, et repris brillamment (par un "traitement @-adique") par l'auteur. La référence à un livre prestigieux de weil dont le lecteur aura entendu parler, en plus d'une référence interne, jette bien son jus — on est sérieux et on connaît ses classiques, ou on ne l'est pas 1 Comme par hasard, aucune indication de date dans la référence au livre de weil, pas plus que de chapitre ou de page — il ne semble pas que le brillant auteur veuille encourager le lecteur à aller fouiller ailleurs que dans le brillant volume lui-même, où la référence tout d'un coup devient tout ce qu'il y a de précise (chapitre, paragraphe).

Le fameux "résultat déjà traité par weil" n'est d'ailleurs autre chose que la formule de Lefschetz *ordinaire* dans le cas d'une *courbe* algébrique (projective lisse connexe sur un corps alg. clos), que Weil arrivait à formuler et à prouver par les moyens du bord dans les années quarante, sans disposer encore de l'outil cohomologique (mais en utilisant la jacobienne pour définir le H A-adique manquant). Dégager cette formule dans le cas de la géométrie algébrique "abstraite" était alors une idée nouvelle importante, qui a d'ailleurs

[210](*) "A nouveau", puisqu'il s'était déjà avancé (plus clairement encore) à "dire le faux" dans l'alinéa précédent, comme on a vu dans la sous-note "Le cheval de Troie" (n° 169 ï.

[211](**) Pour la motivation de ces soudains efforts d'Illusie, voir la sous-note "Les félicitations — ou le nouveau style" (n° 169), notamment pages 916–918.

dû mettre Weil sur la voie de ses fameuses conjectures. Une fois qu'on dispose du formalisme cohomologique, la formule de Lefschetz en question devient d'ailleurs essentiellement triviale. Mais si on avait dit en clair que la réduction du quidam était une réduction à la formule de Lefschetz ordinaire (pour laquelle on réfère fièrement, sans la nommer, au chapitre "Cycle" du brillant volume — le chapitre piraté à SGA 5 justement...) — ça aurait pu donner l'impression que ladite "réduction" était même une *démonstration* de la sacro-sainte Formule. Vous ne voudriez pas 1 [212](*)

J'ai hâte d'en finir ! Il reste cette introduction au chapitre "Rapport sur la formule des traces", loc. cit. p. 76, que voici (amputé de ces deux dernières lignes, référant à un article d'exposition de l'auteur du volume) i

"Dans ce texte, j'ai tenté d'exposer de façon aussi directe que possible la théorie cohomologique de Grothendieck des fonctions L. Je suis de très près certains des exposés donnés par Grothendieck à l'IHES au printemps 1966. Dans l'esprit de ce volume, il ne sera pas fait appel à SGA 5 — sauf deux références à des passages de l'exposé XV, indépendant du reste de ce séminaire."

A première vue, on a l'impression que l'auteur indique ses sources sans cachotterie, parlant de "théorie cohomologique *de Grothendieck* même quidam ait *trouvé* et *prouvé* une 906
formule des traces ; et que sa démonstration (vouée à l'oubli) est reproduite fidèlement dans le brillant "Rapport",..

des fonctions L ", et ajoutant même qu'il "suit de très près" certains de mes exposés. Dans un volume *normal*, il n'y aurait rien à dire* Mais il est vrai aussi que le *contexte* fait partie du sens de tout texte. Le contexte du peu ordinaire volume baptisé "sGA 4*3 " modifie profondément le sens de ce passage, pour un lecteur naïf déjà prévenu par ce qu'il a lu avant, et qui sera d'ailleurs édifié un peu plus encore, en cours de lecture du "Rapport" lui-même. Après coup, il aura l'impression que c'est vraiment une gentillesse du généreux auteur vis à vis du confus quidam nommé Grothendieck, de le créditer d'une "théorie cohomologique des fonctions L", laquelle finalement semble bien se réduire a une "interprétation" cohomologique un peu abracadabrante, mais après tout *triviale.* Elle se démontre en une petite demi-page à peine, comme *corollaire* immédiat d'une "formule des traces", qui elle, n'est pas piquée de vers, et est due bien sûr à nul autre qu'au trop modeste auteur du volume.

Il est dit, il est vrai, que dans son "rapport", l'auteur "suit de très près" certains des exposés donnés par ce quidam a l'IHES, au printemps 1966. Rien n'est dit de plus sur ces exposés sûrement touffus, qui ont dû se perdre corps et bien, sauf ce que l'auteur du volume a bien voulu en retenir pour son rapport. Est-ce des sorites au sujet de Frobenius (pour lesquels on va d'ailleurs référer généreusement à SGA 5 "dirigé" par ce même quidam), ou des généralités sur les faisceaux @-adiques, ou certaines "réductions faciles" dont il sera question par ailleurs — on est dans le vague complet. Quoi qu'il en soit, ça devaient être surtout des "détails inutiles", que la lecture du Rapport va nous épargner. Dieu soit loué

[212](*) (11 mai) Ainsi, tout l'art-"pouce¡'ici a été de référer en deux endroits éloignés l'un de l'autre (p. 2 et p. 88) à *deux* "réductions" (!) (faciles, c'est chose entendue) faites par ce quidam (nommé une fois, et pas la deuxième...), sans pour autant qu'un candide lecteur puisse soupçonner jamais que ce

— on n'en demande pas plus. Voile pudique sur le quidam donc, et qu'on se mette au *vrai travail* î

Alors que mon ami aime à rester dans le vague pour les références qui touchent à un certain quidam (quand il ne le passe sous silence), cette fois on a l'impression pourtant qu'on ne peut lui reprocher de ne pas être précis : exposés donnés à l'IHES, printemps 1966. S'il avait été juste un poil plus précis encore, il aurait ajouté : des exposés *au séminaire* SGA 5.

SGA 5 ? N'est-ce pas justement le séminaire qui figure (*sans date*) dans la bibliographie au "Fil d'Ariane", avec la mention "à paraître aux Lecture Notes" ? Le séminaire donc qui a consisté (c'est bien ce qu'on a crû comprendre) à rajouter des "digressions" (dont certaines très intéressantes, d'accord) et des "détails inutiles" au séminaire SGA 4*a (vraiment impec, lui) qui l'a précédé ? Faut pas charrier, SGA 5 c'était pas au printemps 1966, vous voulez rire J Et la meilleure preuve, la voilà devant vos yeux, noir sur blanc dans l'introduction tout juste citée au "Rapport sur la formule des traces" (par Pierre Deligne) : 907

"Dans l'esprit de ce volume, *il ne sera pas fait appel* à SGA 5 ".

Alors c'est clair, non ?!

(@@@8) (20 mars) Je commence à être un peu fatigué, pour ne pas dire éreinté, par ce travail que je poursuis, depuis plus de trois semaines et surtout (par le menu) ces derniers jours, pour "démonter" patiemment, dans ces "petits riens" qui font *tout*, le génial montâge-arnaque de mon plus brillant élève, emberlificotant sur la place publique ceux qui ne demandent qu'à être emberlificotés (et ils sont légion faut-il croire. . .). J'ai hâte d'en finir, oui, et pourtant je ne regrette pas le temps que jfy ai passé, alors que je vais sur mes cinquante-sept ans et que @les choses plus intéressantes (ou plus "réjouissantes", du moins) ne manquant pas. C'est un peu comme en maths le travail que j'ai appelé (il doit y avoir trois jours) "travail de routine" — on ronge son frein en le faisant, on sait bien que tout ça o.'est que l'intendance, et pourtant on sait bien aussi qu'il *faut* le faire 1 Non pas par quelque austère "obligation" ou devoir qu'on s'imposerait, mais parce qu'on ne peut (ou du moins, que *moi*, je ne peux) en faire l'économie, si je veux établir un contact intime avec la chose sondée, y "pénétrer". C'est par ce travail-là, en se "frottant" aux choses qu'on veut connaître, à longueur de jours, de semaines voire d'années, qu'on les "connaît" en effet — et c'est de cette connaissance seulement, fruit d'un *travail* souvent ardu et qui ne paye pas de mine, que parfois *autre chose* jaillit, cette "étincelle" dont je parlais avant-hier, qui soudain renouvelle notre appréhension des choses et ce travail même qui nous y fait pénétrer. (@@@8)

C'est par cette fatigue (qui n'est pas encore lassitude), signe d'une énergie qui a été dépensée, que je peux mesurer pleinement aussi l'énergie prodigieuse que mon ami Pierre a dû disperser, dans ce délicat montage-mise en scène qu'est cette opération "SGA 4*3 ", ou "SGA 4*5 — SCA 5 ". Je ne saurais dire dans quelle mesure ce travail d'artiste, oh combien plus subtil que celui de mathématicien et mettant en jeu des facultés d'un tout autre ordre, est conscient, ou l'œuvre de forces entièrement inconscientes. Et c'est d'ailleurs un point accessoire, qui ne regarde que lui. De toutes façons, la diversion d'énergie, et l'intensité d'investissement dans une tâche aux antipodes de la pulsion de découverte — la tâche de

fossoyeur-prestidigitateur — a ; dû être faramineuse, et (cela ne fait pour moi aucun doute) 908
l'est aujourd'hui encore[213](*)@ Les réflexes d'appropriation-escamotage, dans sa relation à mon œuvre tout au moins

(*@ Cette obsession d'appropriation qui s'est portée sur "la formule" est véritablement dingue, en simples termes rationnels. D'une part, cette appropriation, par la force des choses, doit rester dans une large mesure, sinon totalement, symbolique : une satisfaction qu'on s'accorde à soi-même, en jouant comme si on *était* bel et bien "le père", ou comme si on *avait pu* bel et bien le faire croire au monde entier. Le caractère fictif, symbolique, éclate déjà, si on se rappelle que Deligne lui-même, dans l'article "La Conjecture de Weil I", paru quatre ans avant le montage "SGA 4*3 — SGA 5 ", écrit (p. 278) "Grothendieck a démontré la formule de Lefschetz" (pour la correspondance de Frobenius). Il est vrai qu'à peine quelques mois plus tard, dans @ l'exposé Bourbaki (n° 446) de février 1974 où Serre expose cet article de Deligne, l'auteur s'étonne (avec raison) de l'absence de toute démonstration publiée de la formule de Lefschetz ("on attend depuis 1966 la version définitive de SGA 5, que devrait être plus convaincante que les exposés polycopiés existants"), et il prend cette occasion pour ironiser sur les 1583 pages de SGA 4 qui exposent ("avec tous les détails nécessaires, ainsi que beaucoup d'autres") le formalisme de la cohomologie étale, sûrement Serre ne se doutait pas que ces sarcasmes à l'adresse d'un absent n'allaient pas tomber dans des oreilles sourdes. Je suis persuadé qu'ils ont du jouer leur rôle pour faire germer l'idée géniale de "faire oublier" cette "gangue de non-sensé" etc SGA 4 et SGA 5, comme la voix publique semblait le réclamer par la bouche même de Serre. .. Mais mis à part même Weil I, en termes des textes publiés (y compris l'édition-massacre de SGA 5, qui reste un témoignage probant quoique mutilé. . .) l'escamotage de paternité ne tient tout simplement pas debout, en termes du plus élémentaires bon sens mathématique.

A cela s'ajoute, comme je l'ai déjà souligné, que la mise au point de la fameuse formule est un travail *de pure routine*, une fois qu'on sait ce qu'on veut obtenir. J'ai du mettre quelques jours à en dégager les traits essentiels — ça m'a conduit à des questions précises de divisibilité liées au conducteur d'Artin, pour lesquelles Serre avait les réponses toutes prêtes, à'exprimant élégamment en termes du module de Serre-Swan. Le travail un peu long (mais de routine également) a été la mise au point soigneuse du formalisme des traces non commutatives inspiré par le travail de Stallings (qui, comme par hasard, venait juste de me parvenir). Tout ça, c'est le genre de choses que quelqu'un ayant l'abatage d'un Deligne (ou seulement l'abatage plus modeste qu'est le mien) traite par douzaine au cours d'une seule année !

Il est vrai que sous la plume de Deligne, "formule des traces" veut dire formule des traces *en dimension quelconque* pour la correspondance de *Frobenius*, formule qu'il prend soin (dans "SGA 4@ ") de distinguer de ce qu'il appelle "l'interprétation cohomologique" ("de Grothendieck", merci !) des fonctions L. Il présente celle-ci comme un simple *corollaire* de la formule des traces. (En fait, dans l'esprit de mon exposé au séminaire Bourbaki de 1964, les deux formules étaient pour moi *synonymes*, comme des expressions équivalentes, l'une additive l'autre multiplicative, d'une même relation entre "l'arithmétique" et "le géométrique".)

Ainsi la vraie motivation (superficielle encore, certes) derrière cette obsession autour de

"la formule", n'est nullement dans l'arsenal cohomologique, mais bien celle de minimiser au maximum, sinon effacer entièrement, le fait que ma personne ait joué un rôle dans la démonstration de "1 a" Conjecture. C'est Elle finalement, qui Wapparaît (jusqu'au moment du Colloque Pervers en juin 1981) comme 1 e grand point de fixation du conflit qui s'est noué en mon ex-élève autour du maître désavoué... et à toute autre œuvre qui en porte 909
ouvertement la marque, ont fini (au cours de la longue "escalade" qu'a été l'Enterrement du défunt Maître) par acquérir un tel empire aur son être, qu'ils sont devenus comme une seconde nature, qui aurait envahi et recouvert sa nature originelle, celle de "l'enfant" en lui, s'élançant à la découverte du monde... Plus d'une fois j'ai pu voir de près, dans des situations d'apparence anodine (sans commune mesure avec l'ampleur d'une "opération" comme l'opération "Cohomologie étale" que je viens de regarder d'un peu plus près), l'efficacité silencieuse de ces réflexes-là, travaillant avec une aisance parfaite sous ces airs de candeur affable. Avant même que tu te sois rendu compte de ce qui s'est passé (si tu t'en rends vraiment compte jamais...), il s'est déjà approprié ce qui a été créé par toi dans la joie, en le fanant tout d'abord par l'haleine d'un discret et insidieux dédain. (Il est vrai aussi qu'il n'est pas le seul, loin de là, en qui j'aie perçu cette haleine-là, qui aujourd'hui semble bien faire partie de l'air du temps...)

Mais cette haleine qui fane la beauté de ce qu'un autre a crée et qui fane sa joie, fane aussi la beauté de *toute chose* et ce pouvoir créateur même qui est en lui comme en chacun de nous, de communier avec la chose et de la connaître profondément. Certes, cela n'empêche pas de faire des choses "difficiles" et d'être admiré, envié et craint. Mais l'œuvre qu'il portait en lui, dont j'ai peu voir naguère les signes avant-coureurs, attend toujours de naître. Elle naîtra le jour (s'il doit poindre) ou quelque chose se sera écroulé, et où le maître-esclave juché sera devenu, comme le fût son maître désavoué, un *serviteur*.

Ça fait une soixantaine de pages bien tassée maintenant (sans compter un fier paquet de notes de bas de page !), et près de trois semaines de travail, que je viens de consacrer à la seule opération "Cohomologie étale". C'est la plus volumineuse de toutes il est vrai, sinon la plus "grosse" (celle-ci sera passée en revue fin dernière, dans la note au nom bien mérité "L'Apothéose"...)- Je me rends compte qu'avec tout ça, je n'ai pas même tout à fait fini d'en faire le tour. De fil en aiguille, cette "mise en ordre" prévue, des "faits mis à jour" dans une certaine "enquête", a fait repartir l'enquête, en me faisant regarder d'un peu plus près le peu ordinaire volume appelé "SGA 4*s", que je n'avais précédemment regardé qu'en courant.

Cela a été l'occasion aussi pour revoir à nouveau, et d'un oeuil plus averti, l'édition-Illusie de SGA 5, de triste mémoire. Je me rends compte à présent d'un minutieux accord entre les deux larrons, Illusie se mettant à l'entière disposition de Deligne pour présenter une édition de SGA 5 entièrement conforme aux désirs de son prestigieux protecteur et 910
ami. Cette présentation de SGA 5 vient comme un écho, en sourdine, à l'esprit de débinage et de mépris qui s'étale dans le texte coup-de-scie, et apporte un soutien discret et efficace à l'imposture montée dans celui-ci.

L'introduction à l'édition-massacre est rédigée du début à la fin de façon à créer chez le lecteur non averti l'impression du volume de "digressions techniques", sur le texte "SGA 4*a" qui se présente comme central et antérieur (M. Cette impression est encore renforcée, dans les exposés rédigés par Illusie, par l'abondance des références au texte pirate, auquel il réfère généreusement chaque fois qu'il utilise un résultat que son ami avait jugé bon d'inclure dans son digest, même quand il y a des références "sur mesure" dans le même volume SGA 5, voire déjà dans SGA 4 (*ï.

Je découvre la réalité d'un massacre en règle au cours de la réflexion dans la note de même nom (n° 87), du 12 mai d'an dernier, et dans les sousnotes à celle-ci. Dans cet ensemble de notes, je procède enfin à une description circonstanciée (sinon encore exhaustive) du démantèlement qui m'était apparu progressivement tout au cours des deux semaines écoulées. Faute d'avoir démonté alors par le menu, comme je viens de le faire depuis près de trois semaines, le minutieux arnaquage monté dans le soi-disant "SGA 4*5 " autour de "la Formule", je n'ai pas saisi encore l'an dernier cet aspect de concertation minutieuse, dans la présentation d'ensemble de l'édition-Illusie de SGA 5. Pour en terminer avec l'opération "Cohomologie étale" alias "SGA 4^{1*} — SGA 5 ", il me reste à donner quelques détails sur la façon dont s'est manifestée cette concertation, dans la présentation de "la formule" (des points fixes) dans l'édition-Illusie.

J'ai déjà relevé précédemment (dans la sous-note "Les bons samaritains", n° 169) comment Illusie fait chorus à son ami, dans son introduction, pour donner lfimpression que la publication de SG1 5 était suspendue à la démonstration de la sempiternelle formule de Lefschefez-Verdier. (Cette démonstration était disponible depuis 1964, et je l'avais bien sur développée dans le séminaire oral, sans qu'Illusie, qui s'était chargé de la rédaction en 1965, juge utile pendant douze ans de tenir son engagement…).

(*ï Ainsi, la formule de Kïinneth à supports propres (au dessus d'un schéma de base quelconque) est un corollaire immédiat du théorème de changement de base pour un morphisme propre (version catégories dérivées), qui a été le premier grand "break through" ("percée") en cohomologie étale, en février 1963. Il figure à ce titre dans la "gangue de non-sensé" de SGA 4 — on ne voudrait pas qu'Illusie y réfère, quand il y a le texte central (destiné à faire ocoblier, justement, ces confus prédécesseurs) qui lui tend les bras…

Je rappelle également que l'an dernier déjà (dans la note citée "Le massacre", n° 87) 911
j'avais découvert certaines vicissitudes de l'exposé XI du séminaire originel. Cet exposé, inséparable de l'exposé suivant XII qui développait ma version (la meilleure connue jusqu'en 1981) de la formule de Lefschetz en dimension 1, avait complètement disparu de l'edition-Illusie. A en croire l'introduction d'Illusie, cet exposé aurait consisté en "la théorie de Grothendieck des traces commutatives" (lapsus providentiel pour "n o n commutatives" !) "généralisant celle de Stallings" (des traces *non* commutatives), et aurait disparu (de façon toute aussi providentielle) dans un déménagement (!1). En réalité, cet exposé développait les préliminaires algébriques indispendables pour la description des termes locaux dans l'exposé suivant, où je développe une méthode générale de calcul (ou mieux, de *dé finition*) de terme locaux (via une formule du type "Nielsen-wecken"[214](*)) et son application explicite

[214](*) Cette formule a été appropriée par Deligne (sans mention de ma personne), avec la méthode de passage de la formule de Nielsen-wecken à coefficients constants (donc "ordinaire"), à une formule de points fixes à coefficients constructibles quelconques. Voir à ce sujet la sous-note "Les vraies maths…" (n° 169_5, page 883–884). Du coup (noblesse oblige…) ce même Deligne s'abstient soigneusement de toute mention de l'exposé XII du séminaire "ultérieur" SGA 5, où le nom "Nielsen-wecken" figure dans le titre de l'exposé

en dimension un (à coup de modules de Serre-Swan, si je me rappelle bien). Toujours est-il qu'Illusie "remplace" l'exposé originel XI "disparu" par un exposé "nouveau" III, appelé pour la circonstance "Calculs de termes locaux" (ce qui, sauf erreur et comme par hasard, était aussi le titre de l'exposé escamoté !), *dont il se présente comme* 1 '*auteur*. Ainsi, il fait d'une pierre deux coups. D'une part, c'est là un acte de *mutilation*, qui peut sembler gratuit à première vue, semant la pagaille[215](**) par cette *coupure* brutale, arrachant un exposé à son contexte naturel, laissant un trou béant a sa place, pour le plaisir d'aller le fourrer ailleurs. C'est peut-être la, parmi toutes les mutilations que le délicat et minutieux Illusie a fait subir à ce qui fût un séminaire splendide (dont il se voyait soudain devenu maître absolu. . .), celle qui après coup me paraît la plus violente, la plus brutalement ostentative : je peux massacrer gratis, et je massacre — avec toute la délicatesse qui sied à ma bonne éducation. Félicitations, Illusie, pour ce genre de travail-là, que tu n'as pas appris avec moi, mais avec un autre, que tu t'es donné comme modèle et comme maître. . .

Et d'un. Et comme deuxième coup par la même pierre, asséné avec maestria, Illusie arrive à *escamoter la paternité* de cette formule de points fixes que j'avais dégagée en 1965, 912
en même temps (et surtout) qu'il réussit à *escamoter cette formule ellemême.* Celle-ci était depuis 1965/66 *"la" bonne formule de points fixes en dimension un*, beaucoup plus générale que celle développée par Verdier à woodshole l'année précédente (autrement ce n'était pas la peine de me fatiguer) et a fortiori, que celle du fameux "Rapport" de Deligne (lequel se borne à la seule correspondance de Frobenius, tout en suivant pas à pas la démonstration que j'avais dégagée dans le cas général). Elle a été améliorée il y a quelques années seulement (près de vingt ans plus tard) dans la thèse d'Alibert[216](*), traitant pour la première fois le cas d'une correspondance cohomologique quelconque. Illusie s'est arrangé de présenter le texte de telle façon que *la fo. rmule en question soit pratiquement introuvable* : dans le magma technique des exposés (arrachés l'un de l'autre) III (sic) et XII, rien (dans les introductions de l'un ou de l'autre, ni ailleurs) qui attire l'attention du lecteur sur ce résultat central de l'ensemble de ces deux exposés, et un des plus importants de tout le séminaire[217](**) ! J'avoue même que j'ai été incapable de m'assurer avec une absolue certitude si cette formule s'y trouve, dans SGA 5. Vu l'état de confusion délibérée du texte, et mon éloignement du sujet, il me faudrait des heures voire des jours de travail pour m'y retrouver. C'est l'absence de toute allusion aux modules de Serre-Swan qui me pose problème, lesquels (si mon souvenir ne me trompe) donnaient a la formule que j'avais dégagée son élégance et sa simplicité conceptuelle[218](***). C'est justement pour les besoins

("Formules de Nielsen-wecken et de Lefschetz en géométrie algébrique").

[215](**) Cette mutilation et cette pagaille, parmi bien d'autres semés par les soins de mon ex-élève Illusie aux ordres de mon ex@-élève Deligne, permet à ce dernier de s'exprimer avec condescendance sur "l'état confus" ('"quoique rigoureux", car on est beau joueur. . .) de SGA 5, auquel "SGA 4*3 " (tout antérieur qu'il soit) est@censé'@remédier". . . Tout ceci sous l'oeuil attendri de la Congréation des fidèles. Félicitations !

[217](**) Techniquement, c'est 1 a formule cruciale ("cas irréductible") qui permet de prouver la fameuse "formule de fonctions L", équivalente à la formule des traces (en dimension quelconque) pour la correspondance de Frobenius. Le rôle crucial de cette formule est attestée déjà par le nom même du séminaire SGA 5 (nom qui n'est jamais mentionné dans le texte "antérieure" "SGA 4*3 ") : "Cohomologie @-adique et fonctions L".

[218](***) II est possible qu'ici, et dans la phrase suivante, je fasse confusion entre la structure de la formule

de cette formule que Serre avait fait quelques beaux exposés sur les modules galoisiena associés au conducteur d'Artin, exposés qui devaient bien sûr figurer dans le séminaire publié, et qui ont fini par

@*) Cette thèse a été préparée sous la direction de Verdier (pas d'erreur, toujours le même Verdier), passée à Montpellier en 1981 ou 1982 (je n'ai pas la référence sous la main). Elle représente l'aboutissement de dix années de travail, visiblement moroses... passer aux 913
profits et pertes (avec cinq ou six autres paquets d'exposés du séminaire originel — qu'à cela ne tienne pour les Illusie, Deligne et consorts...). Il est possible que la formule de points fixes en question soit la formule (6.3.1) dans l'exposé XII (p. 431). Rien au coup d'oeuil ne la distingue des douzaines d'autres formules copieusement numérotées, parmi lesquelles celle-ci se trouve noyée. Visiblement le rédacteur (Bucur) était débordé par la tâche — et ce n'est pas le brillant éditeur-sic Illusie, rompu depuis quinze ans aux tâches de rédactions limpides et impeccables, qui aurait levé le petit doigt pour réparer des maladresses de son ami Bucur[219](*) qui l'arrangeaient à merveille. Bien au contraire, il s'arrange pour augmenter la confusion, en rendant la formule-clef, déjà introuvable, *indistinguable de plus de celle de Lefschetz-Verdier*, ou de son cas particulier dans "Rapport". On lit dans l'introduction au fameux exposé III — sic, par le "père" improvisé Illusie :

"La deuxième partie de cet exposé III@ , *de nature beaucoup plus technique* @donc n'allez surtout pas la lire 1 1, est *inspirée* @î@ de la méthode @l @@ utilisée par Grothendieck pour établir la formule de Lefschetz pour *certaines correspondances cohomologiques* sur les courbes @n'allons surtout pas chercher lesquelles ! @ (voir XII @mais bien fin qui saura où y trouver "la" formule ! J et (SGA 4*5 Rapport) @où le lecteur n'aura aucun mal à trouver la formule, et à être renseigné sur l'identité du *vrai père* de celle-ci... I." (C'est moi qui souligne.)

Plus loin dans la même introduction, il est dit qu'on (i. e. Illusie, il va de soi) applique les techniques du n° 5 [220](**) "pour définir, au n° 6, des *termes locaux de Lefschetz-Verdier* 914
pour des correspondances cohomologiques entre complexes de modules sur des anneaux non nécessairement commutatifs."

Le nom donné subrepticement à ces "termes locaux" que j'avais introduits en 1965 aux fins d'écrire la formule explicite 0′de Lefschetz-Grothendieck "), sans avoir, justement, à me référer aux termes locaux de la formule de LefschetzVerdier générale — ce nom est

d'Euler-poincaré (figurant dans l'exposé x) et celle de Lefschetz (de l'exposé XII). Dans la formule d'Euler-Poincaré, sous la forme où elle figure dans 1′. exposé de Bucur (reprenant mon exposé oral), les modules de Serre-Swan interviennent bel et bien explicitement.

[219](*) Les dernières lignes de l'introduction (par Illusie) a l'édition-massacre de SGA 5, font mine de "rendre hommage à la mémoire de I. Bucur, mort d'un cancer en 1976" — une année avant l'édition-massacre. Je ne sais s'il y a une relation de cause à effet — je n'ai aucun doute sur l'honnêteté foncière et la loyauté de Bucur, qui n'aurait pas laissé passer une énormité comme cette édition, sans tout au moins me mettre au courant. Toujours est-il que l'esprit de l'opération dans laquelle s'insère l'hommage posthume, donne à celui-ci une saveur suspecte. C'était là se payer de mots, alors qu'il y avait une façon, plus conforme à la bonne volonté et à la droiture de lonel Bucur, d'honorer sa mémoire, en atténuant ses maladresses, au lieu de les exploiter sans vergogne.

[220](**) Sur les traces, cette fois, *non* commutatives — les lapsus-persifflages sont strictement réservé au défunt, aussi longtemps du moins que celui-ci n'est pas là pour donner la réplique...

évidemment choisi pour entretenir la confusion voulue et maintenue par Deligne — comme quoi la formule explicite en question *dépendrait* techniquement de celle de Lefschetz-Verdier. Quelques lignes plus loin, nous apprenons d'ailleurs, pour mettre la joie à son comble, que "les termes locaux définis par Grothendieck dans la formule de Lefschetz de (XII 4.5) " 0") (dont on ne dit pas surtout que ce sont ceux-là même qu'on vient de baptiser généreusement "termes locaux de Lefschetz-Verdier") "sont bien les termes locaux de Lefschetz-Verdier" (mais cette fois dans un *autre sens*, bien sûr : ceux de la formule *générale*, "non explicite", dite de Lefschetz-Verdier).

Pour de l'art de pêcher en eau bourbeuse, suivant un style que je ne reconnais que trop bien, ça en est ! Même technique de confusionisme dans l'introduction au volume, où on lit (page VI, ligne 5) :

"Des applications a *des* formules de Lefschetz sont données dans les exposés XII et III." (c'est moi qui souligne),

histoire surtout que le lecteur s'y perde sans espoir et n'ait aucune chance de trouver, ni même d'essayer de trouver, 1 a seule formule de Lefschetz explicite connue en dimension 1 (jusqu'en 1981 du moins), due (non pas à Illusie, ni même à son patron Deligne, mais) au défunt ex-"directeur" (sic), non nommé comme de juste @**), du séminaire massacré gaillardement par son "éditeur"-fossoyeur Illusie.

Dans le séminaire originel, l'exposé XI escamoté et rebaptisé III (avec un père flambant neuf), s'insérait dans une suite de six exposés VIII à XIII, centrés autour des deux thèmes intimement liés des formules explicites d'Euler-Poincaré et de Lefschetz, traités dans le même esprit, suivant des méthodes communes que j'avais dégagées à l'occasion du séminaire. Il y avait dans cette partie du séminaire, comme dans les autres, une unité de propos et de vision évidente. Celle-ci a été méticuleusement massacrée par les soins de mon ex-élève, prenant avantage de son rôle d'"éditeur"-sic d'un séminaire naufragé par ses soins et ceux de mes autres élèves cohomologistes (à titre de remerciements posthume à celui qui fût leur maître). Avec une régularité digne du méticuleux Illusie, un exposé sur deux parmi les six, savoir les exposés IX, XI, XIII ont disparu de l'édition-massacre. L'exposé IX était dû à Serre et présentait la théorie des modules de Serre-Swan — voyant la tournure. que prenaient les événements, Serre a préféré retirer ses billes et veiller par lui-même à ce qusson bel exposé soit mis à la disposition de tous. L'exposé XIII était, nous explique l'"éditeur" dans l'introduction au volume, en surnombre — apparemment

915

[220](*) (12 mai) Interloqué par cette précision insolite (XII 4.5) concernant "ma" formule, je viens de regarder à la référence citée. Je trouve une *"Conjecture* 4–5 " (p. 415), qui a l'air de concerner la possibilité de définir des termes locaux. On se doutait bien que cet impayable quidam allait encore nous sortir une de ses conjectures, au lieu d'une vraie définition...

[220](**) Alors que tous les résultats essentiels du séminaire SGA 5, a l'exception de la formule de Lefschetz-Verdier et de la théorie des modules de Serre-Swan (laquelle ne figure pas dans l'édition-massacre), me sont dûs, Illusie présente les textes de telle façon que pour *aucun* de ces résultats (pas seulement la formule dite "de Lefschetz" perdue quelque part dans un exposé XII...) il n'apparaît que ma modeste personne y soit pour quelque chose. De ce fait, il a joué un rôle de premier plan dans l'opération *d'éviction* de ma personne des SGA, préparée de longue date par son ami Deligne, éviction qui trouve son épilogue dans la note "Les Pompes Funèbres — "im Dienst der wissenschaft"" (n° 175). (Voir aussi la sous-note "L'éviction (2)", n° 169 .)

le "directeur" non nommé ne savait pas compter jusqu'à treize — c'est adjugé pour la trappe 1 L'exposé XI, on l'a vu, par un tour de passe-passe brillant, se retrouve comme exposé III, en appendice autant dire à l'exposé III (tiens, tiens — le hasard fait bien les choses...), lequel s'appelait initialement "Formule de Lefschetz-Verdier" et qui a été rebaptisé, aux fins de confusions, "Formule de Lefschetz" tout court. Toujours est-il que ce "déménagement" ne s'est pas fait au hasard — il va toujours dans le mime sens, celui de la confusion inlassablement entretenue par le parfait tandem Deligne-Illusie entre la formule de Lefschetz-Verdier (celle qui est "conjecturale", "termes locaux pas calculés", mais finalement prouvée quand même par les efforts conjugués de Deligne et d'Illusie...), et une autre formule, explicite elle, qui doit rester rigoureusement occulte, soigneusement noyée dans un magma de formules numérotées avec quatre décimales, d'insinuations qui n'ont jamais rien dit, d'ambiguités soigneusement calculées. Félicitations encore, cher ex-élève I Du coup, l'exposé X baptisé "Formule d'Euler-Poincaré en cohomologie étale"[221](*), privé de celui qui le précédait et de celui qui le suivait, pend lamentablement dans le vide. Du beau travail, tu n'as pas perdu ton temps...

(@@@9) (22 mars et 29 avril) Je voudrais revenir encore sur la confusion entretenue entre la formule de Lefschetz-Verdier et la formule *occulte l'introuvable.* Je viens de découvrir justement un assez copieux "index terminologique" dans SGA 5 — on est soigneux, ou on ne l'est pas ! Par curiosité, j'ai regardé sous "Lefschetz", des fois que "ma" formule y serait... La seule référence est à une "formule de Lefschetz-Verdier (exposé III)" — lequel exposé a été rebaptisé d'ailleurs (comme on a vu) "Formule de Lefschetz". Ainsi le lecteur est bien averti qu'il n'existe pas (du moins pas dans ce volume) d'autre formule de "Lefschetz" que celle dite "de Lefschetz-Verdier" (cellelà même dont il a appris par ailleurs qu'elle était conjecturale etc, que SGA 5 en dépendait à mort et à vie, et que "SGA 4*s" comme son nom l'indique sauve ici la mise...) Du beau travail, oui ! (@@@9) 916

Je continue à faire le tour des prouesses de mon ex-élève Illusie, sous la férule de mon autre ex-élève Deligne. Je reprends la suite de la citation de l'introduction au volume-massacre[222](*), là où "la" formule de Lefschetz-Verdier, toujours la même, s'était soudain démultipliée (par la vertu de l'art de la prestidigitation mathématique) en *"des* formules de Lefschetz" mais personne n'ayant jamais su dire lesquelles. Il enchaîne (page VI, ligne 6) :

"La formule des traces de l'exposé XII @dont on espère bien qu'aucun lecteur n'aura jamais idée d'aller la dénicher... *Jest démontrée indépendamment de la formule générale de l'exposé* III, mais l'on montre dans (III B 6) que les termes locaux qui y figurent sont bien ceux de la formule générale, *et que cette dernière l'*impliq u e." (c'est moi qui souligne.)

Rien dans les mains, rien dans les poches — incoinçable Illusie, tout aussi incoinçable que son brillant prestidigitateur en chef ! Après avoir suivi à la trace les unes après les

[221](*) A défaut de mention du contraire, le lecteur devinera que cette célèbre formule dite "d'Euler-Poincaré" est dût aux deux illustres géomètres dont elle porte le nom. Comparer avec la précédente note de b. de p.

[222](*) Voir le début de la citation dans la sous-note précédente "Les prestidigitateurs — ou la formule envolée" (n° 169@), page

autres toute une nuée d'ambiguïtés en trompe-oeuil qui toutes allaient dans le même sens, je viens seulement de noter qu'ici, dans un anodin détour de phrase qui m'avait échappé jusqu'à présent (comme il aura échappé à tout autre lecteur de cette introduction de plus de quatre pages[223](**)), constructible (ou ce qui revient au même, la formule explicite 917
des points fixes pour la correspondance de Frobenius dans un tel faisceau) avait été écrit *avant* qu'on ait explicité une formule *explicite* en dimension un. A ce moment je présumais que la démonstration de la formule explicite pour Frobenius, en dimension un, apparaîtrait comme un corollaire de la formule de Lefschetz-Verdier générale — qu'il "n'y avait plus qu'à expliciter les termes locaux". Aussi, anticipant sur un travail qui restait à faire, par Verdier en l'occurence, j'ai dans cet exposé Bourbaki baptisé cette formule explicite "théorème de Lefschetz-Verdier". Dans la suite, aussi bien la démonstration "woodshole" de Verdier, que la mienne couvrant un cas nettement plus général, ne fait pas appel à la formule générale de Lefschetz-Verdier. La situation était parfaitement claire pour tous les auditeurs de SGA 5, tout au moins. Mais pour ceux qui ne connaissaient que mon exposé Bourbaki à l'exclusion de SGA 5 (restant séquestré jusqu'en 1977), il y avait un malentendu, qui a été exploité à fond d'un commun accord par Deligne et Illusie, pour le montage de la supercherie (cousue de gros fil blanc) "SGA 4*3 — SGA 5 ".

Du point de vue de l'imposture de la "dépendance logique" de SGA 5 par rapport au texte-pirate au nom trompeur, celle-ci ne tient pas debout de toutes façons, même si la formule explicite dépendait bel et bien de la formule "conjecturale" de Lefschetz-Verdier. En effet, comme Deligne lui-même le note en passant dans la fameuse "Méthode A" (pour un lecteur qui demande grâce — voir "Les vraies maths…" n° 169_5 page 084), les "réductions faciles" du quidam non nommé ramenaient au cas de la dimension un, où "les ingrédients de la démonstration étaient d'ailleurs tous disponibles".

Toutes ces supercheries marchent, aussi longtemps qu'elles sont servies a un lecteur qui est soit endormi, soit pressé, ou qui ne demande pas mieux que d'être emberlificoté. Pour un lecteur attentif et critique, tout l'astucieux montage apparaît pour ce que c'est : une escroquerie sans vergogne. Mais il semble bien que je sois le premier lecteur attentif et critique, depuis huit ans que cette escroquerie est apparue sur le marché mathématique…

il est dit en clair-obscur qu'une certaine formule des traces de l'exposé XII (que le lecteur se débrouille comme il peut pour trouver laquelle M est démontrée indépendamment de "la formule générale de l'exposé III" (qui, pour la circonstance, n'a pas droit elle non plus à un nom, conformément à la méthode dite "du vague délibéré"…) — pour enchaîner dans la raême haleine et dans la même phrase (comme pour *"rattraper"* en quelques sortes une affirmationpouce conforme aux règles de prudence…) avec un "mais l'on montre…". Ce "mais" réfère à ce complément "platonique" dont personne, à commencer par Illusie et

[223](**) Zoghman Mebkhout, qui est un lecteur attentif mais qui a débarqué un peu tard, me dit qu'il a été lui-même trompé, convaincu que la formule des points fixes explicite (pour Frobenius en dimension quelconque, ou pour des correspondances générales en dimension un) dépendait bel et bien de la formule générale (non explicite) de Lefschetz-Verdier. Donc l'affirmation-pouce d'Illusie avait échappé à son attention tout comme à la mienne — ce qui était bien l'effet recherché…

La confusion est renforcée du fait que mon exposé Bourbaki de 1974, présentant la formule des fonctions L "à coeffici@*nts" dans un faisceau

Verdier, ne s'était encore soucié pendant douze ans, savoir que "mes" termes locaux — pardon, je voulais dire "ceux qui y figurent" (dans cette formule des traces de l'exposé XII, formule dont l'auteur ne sera jamais nommé en clair[224](*))

[225](*) Pour le lecteur de SGA 5, c'est Illusie, auteur du brillant exposé III sur les "termes locaux", qui doit apparaître comme le modeste père de la formule jamais nommée. Pour un lecteur du volume se nommant "SGA 4*3 ", qui n'a donc pas entendu parler d'une autre formule que de celle de "Rapport", le père est visiblement le brillant auteur du volume, pour un lecteur des deux (s'il s'en trouve), il n'aura plus qu'à jouer à pile ou face, ou bien donner sa langue au chat. . . — que ces termes sont ceux de la sempiternelle 918
"formule générale" — et le vague au sujet des noms donnés aux formules et des lieux où les trouver, fait place soudain à une précision exemplaire, digne du méticuleux Illusie : cette démonstration d'un "rabiot", elle, se trouve dans III B 6 — si un lecteur veut s'assurer qu'elle y est bel et bien, il n'aura aucun mal à la trouver, celle-là !

Et pourquoi ce soudain intérêt pour cette identité, alors que le sort du séminaire SGA 5 dans sa totalité avait laissé Illusie (tout comme mes autres élèves cohomologistes) parfaitement indifférent pendant onze ans ? C'est pour pouvoir enchaîner brillamment, dans la même phrase encore (c'est de l'envoyé ou je ne m'y connais pas 1) que "la formule générale" (de Lefschetz-Verdier, pour ne pas la nommer) *implique* "celle de l'exposé XII" (d'un défunt également non nommé).

C'est là un tour de passe-passe véritablement génial ! Mon brillant exélève a sué sang et eau, y compris par un travail sur pièces mathématique, mais oui, pour arriver à ce brillant résultat de cette fin de phrase d'anodine apparence — et qui pourtant, aux yeux d'un Deligne et de ceux de son serviteur, est capitale : la formule de Lefschetz-Verdier "implique" celle "de l'exposé XII" (dont on vient de dire qu'elle était démontrée indépendamment, mais qu'à cela ne tienne pour les satisfactions toutes symboliques de l'inconscient !).

Cet *"implique"* est de nature très particulière, mathématiquement parlant — et je parie que je suis le seul mathématicien au monde, sauf le brillant inventeur du gag (et peut-être son maître Deligne), qui ait su en apprécier la saveur, pour la comprendre, il n'y a pas besoin pourtant d'être spécialiste, ni même mathématicien. Les deux formules, la "générale" (alias Lefschetz-Verdier) et "celle de l'exposé XII" (alias le défunt non nommé) s'expriment respectivement sous la forme

T @ L / T @ L' , où le terme T (somme alternée de traces) est le même dans les deux formules, tandis que les termes L, L' (sommes de termes locaux) ont été définis ad-hoc (l'un par Verdier dans l'esprit de Lefschetz, l'autre par le défunt dans l'esprit de Nielsen-wecken-Grothendieck). Onze ans après, Illusie (dont le zèle rédactionnel s'est soudain éveillé sur un signe du chef) fait un effort soudain, digne d'une meilleure cause, pour prouver *directement* (?)

L @ L' (et itou pour les termes locaux un à un), histoire de pouvoir dire que la formule T @ L "implique" T @ L' (et par là, implicitement, que la formule T @ L'du séminaire à massacrer, cruciale pour la théorie des fonctions L, "dépend" de la formule T — L, qui restait "conjecturale" avant l'apparition de Deligne et de son providentiel "SGA 4*5 " — sic. . .). La situation devient encore plus grotesque pour quelqu'un un peu dans le coup, qui 919
se rend compte que personne au monde n'aurait eu l'idée de la définition abracadabrante

des terjnes locaux qui entrent dans L' (ceux du défunt non nommé), si cette définition n'était directement "soufflée" par la démarche même de la démonstration de la formule T @ L'. A dine vrai, je peux dire que j'ai trouvé une "démonstration" de la formule T @ L'*avant même* d'avoir défini le deuxième membre L'et ses termes locaux : des derniers "sortaient" de la démonstration, ni plus ni moins[226](*).

Félicitations, une troisième fois, Illusie, et à toi tout autant, Deligne, qui lui as servi de modèle. Ensemble, vous avez fait œuvre de précurseurs d'un *nouveau style* en mathématique. Un style qui déjà a fait école. D'ores et déjà, il est devenu le "style 1980", promià visiblement au plus brillant avenir[227](**). c'est le style-prestidigitation, alias "le style du fossoyeur", où tout l'art consiste à constamment *tromper le lecteur*; le tromper, non seulement sur la *paternité* des idées principales, mais aussi (dans la foulée) sur leurs filiations et relations mutuelles, sur la portée de chacune, sur ce qui est l'essentiel et ce qui est l'accessoire — et ceci aux louables fins de magnifier celui qui doit être magnifié, de débiner @ou enterrer d'un geste nonchalant et au détour d'une phrase anodine...) celui qui doit être débiné (ou enterré...) ; et *surtout*, d'avoir la sensation émoustillante d'un *pouvoir* : mener le lecteur à sa guise et par le bout de nez, faire et défaire l'histoire de sa science *selon son bon plaisir*, 920
et décider ce que "sont" les choses mathématiques qu'on prétend exposer, et ce qu'elles ne sont pas. C'est l'art de toujours *"régne* r" en tirant délicatement d'invisibles (?) fils, sans jamais, jamais s'abaisser à servir. Et tout ceci, de façon à être toujours et totalement *"pouce* 1" : que si, par extraordinaire, un lecteur plus futé qu'un autre irait y regarder par lui-même, qu'il aurait l'idée insolite de faire usage (on ne sait jamais...) de ses propres lumières et facultés (c'est rare, mais après tout ça pourrait arriver...), qu'il ne puisse jamais vous prendre en flagrant délit de dire quelque chose qui, *pris au pied de la lettre* et sans échappatoire d'ambiguïté ou de double sens, soit bel et bien et irrémédiablement *faux.*

L'art de l'art est dans cette clause de style-là, qui peut sembler une gageure, et pourtant... Avec le Colloque pervers d'étrange mémoire, quatre ans à peine après les déployements de virtuosité prestidigitatrice de la mirobolante opération "SGA 4@ — SGA 5", on a pu

[226](*) Je précise, chose qui d'ailleurs va de soi, que dans toutes les applications imaginables (pas seulement à la formule des fonctions L, concernant la seule correspondance de probenius), c'est bien la *formule explicite* T @ L'qui est 1 a formule pertinente. Du point de vue pratique, et en ce qui concerne les phénomènes en dimension un, la formule de Lefschetz-Verdier T @ L n'a qu'un intérêt historique (ou heuristique), et il en est de même a fortiori (jusqu'à nouvel ordre du moins) du résultat d'Illusie L @ L' (ou, plus précisément, que les deux types de termes locaux, ceux figurant dans L et ceux, figurant dans L', sont les mêmes).

Ce sont là des choses bien évidentes, que les deux compères s'ingénient pourtant (et réussissent, vu les temps qui courent) à brouiller. Cela laisse à réfléchir sur le sens que peut avoir la production scientifique effrénée à laquelle nous assistons, alors que des entorses à tel point grossières au simple bon sens mathématique @et ceci sur des questions qui touchent de près à des progrès cruciaux accomplis depuis vingt-cinq ans dans notre connaissance des relations entre géométrie et arithmétique) passent inaperçues de chacun et de tous...

[227](**) Voir, pour des exemples éloquents dans ce sens, les quelques échantillons du style "1980" qui figurent dans la note "La maffia" (n° $17l_2$), sous la plume de nos grands auteurs Brylinski, Kashiwara, Beilinson, Bernstein. visiblement, tous les espoirs sont permis ! (12 mai) Comme autres adeptes occasionnels du "nouveau style", qui se sont illustrés dans le sillage des travaux d'un obscur élève posthume jamais nommé, je puis à présent ajouter Malgrange, Laumon, Katz. (Voir la note "Carte blanche pour le pillage", n° 171)

voir jusqu'où cette nouvelle et innocente technique peut aller, dans l'escamotage d'une œuvre novatrice, et dans la spoliation éhontée de celui qui avait longuement porté cette œuvre et l'avait mûrie dans la solitude...

Chapeau au maître et a l'élève, à Deligne et à Illusie ! Du travail d'artiste ! vous avez bien mérité, l'un et l'autre, de la reconnaissance unanime de la Congrégation toute entière.

(@@@@@)(28 février) J'en arrive a la troisième des "quatre opérations" autour de mon œuvre mathématique (en attendant la quatrième dans la note suivante, escamotant l'œuvre de zoghman Mebkhout). (@@@@@)

III L'opération "Dualité — Cristaux" (ou : "Les Beaux Restes...").

Tel que je vois les choses a présent, il s'agit grosso-modo d'un *partage* de la partie de mon œuvre concernant la cohomologie qui n'avait pas été encore appropriée (de facto, ou symboliquement) par p. *Deligne*[228](*). Celui-ci visiblement s'est réservé la part du lion, avec les motifs et la cohomologie étale, et plus spécifiquement, l'outil cohomologique @-adique. Le partage du reste[229](*) se fait entre deux autres de mes élèves

(*ï (1 mai) il convient néanmoins de mettre à part le formalisme de dualité dans le contexte *cohérent*, qui (contrairement à une impression qui s'est avérée hâtive) n'a apparemment pas été approprié encore par aucun de mes élèves cohomologistes, ni par personne d'autre à ma connaissance, il est vrai que le seul texte de référence, exposant la majeure partie de mes idées et résultats sur ce thème, est "Résidues and Duality" de R. Hartshorne, ce qui permet d'y référer sans avoir à aucun moment à prononcer un nom indésirable...

légistes, J. L. *Verdier* et P. *Berthelot*[230](*). Le consensus qui s'est institué, je ne saurais dire quand et comment, semble être le suivant : à Berthelot toute la cohomologie cristalline, et le reste à Verdier, qui annexe, essentiellement, tout ce qui tourne autour du yoga de dualité[231](**), et le yoga des catégories dérivées et triangulées qui en constitue le préalable algébrique. 921

Concernant la participation de Berthelot au partage de ma dépouille, je ne dispose que d'un seul fait, de taille il est vrai. Je suis tombé dessus par hasard l'an dernier, au cours de la réflexion dans la note "Les cohéritiers..." (n° 91), et j'y ai consacré une petite sous-note @n° 91). Il s'agit de l'article-survey de Berthelot que j'y cite[232](***), présentant les idées principales pour une "synthèse" (dit-il) de la cohomologie de Dwork-Monsky-Washnitzer et de la cohomologie cristalline, lors du Colloque de Luminy de septembre 1982 intitulé "Analyse p-adique et ses applications". Dans l'introduction, partie b), il donne un court historique de la cohomologie cristalline, dans un esprit étriqué qui ne correspond d'ailleurs nullement à la vision beaucoup plus vaste que j'avais du yoga cristallin[233](****).

---

[230](*) (1 mai) II est apparu depuis qu'il convient d'ajouter un "quatrième larron" en la personne de Neautro Saavedra Rivano, qui s'approprie la philosophie du groupe de Galois motivique, via les catégories baptisées, pour la circonstance, "tannakiennes". Mais il fait fonction simplement de "père de paille" pour le compte de Deligne, lequel "récupère" la paternité dix ans plus tard. Pour l'histoire circonstanciée, voir la suite de notes "Le sixième cO. au au cercueil", n°s 176 à 176 .

@**) Voir la note de bas de page de la page précédente.

@***) Géométrie rigide et cohomologie des variétés algébriques de caractéristique p, Pierre Berthelot, in Colloque de Luminy 6–10 septembre (CIRM) "Analyse padique et ses applications".

@****) Voir a ce SUjet la sous-note "Les oreilles sourdes" (n°17o (i) bis) qui suit la présente note.

Mon nom est absent tant du texte de l'article, que de la bibliographie. Je renvoie à la sous-note citée pour quelques commentaires et précisions, qu'il est inutile de répéter ici. J'ajouterais seulement qu'une fois ma personne éliminée du tableau, c'est nul autre que lui seul, Berthelot, qui fait figure de père de la cohomologie cristalline, sans qu'il ait même à prendre la peine de le dire en clair — un certain style d'appropriation a fait visiblement école... C'est sa thèse en effet, qu'il a préparée avec moi d'après mes idées de démarrage, qui constitue le premier travail publié sur le thème cristallin (à part l'esquisse très sommaire que moi-même avais fait de certaines des idées de départ[234](*)). Sa thèse présente un travail 922
de fondements d'envergure pour un premier volet ([11]°ti) l :) ls'tout au moins au programme que je lui avais proposé.

Ce mémorable "survey" se place en 1982, un an après le "Colloque Pervers" (Luminy juin 1982), dont il va être question avec "l'opération IV". Je n'ai pas pris la peine de reparcourir les tirages à part de Berthelot en ma possession, pour y apprendre si cette participation à mon Enterrement représente un tournant tardif dans sa relation à ma personne et à mon œuvre, ou si c'est la continuation d'une attitude plus ancienne. Dans le premier cas, il y aurait fort à parier que ce tournant vient en réponse, en quelque sorte, à l'autoescalade soudaine et effrénée dans la dégradation générale de l'éthique scientifique, accomplie l'année précédente avec le Colloque. Je rappelle à ce propos que cette même année 1982 se signale également par la publication du "mémorable volume" LN 900 exhumant les motifs[235](**), où celui qui fait les frais de l'opération n'est plus un vague "inconnu de service" (comme lors du brillant Colloque), mais un "défunt" dont le nom, malgré tout, reste encore dans les mémoires (fûtce à regret...). L'opération de l'année précédente avait montré bien assez clairement que plus aucune retenue n'était de mise — et "l'opération Motifs" a passé en effet, tout comme "l'opération Cristaux" et toutes celles qui avaient précédé, sans faire la moindre ride...

( )(28 février et 30 avril)[236](***) j'entends ici par "premier volet" de la théorie cristalline (en car. p@ 0) celui qui concerne la cohomologie cristalline, à coefficients constants (ou "constants tordus"), des schémas propres et *lisses* sur un schéma de base de car. p. Il suffit alors de travailler avec le site cristallin "ordinaire" ou "infinitésimal", que j'avais introduit (à titre provisoire) vers la fin des années soixante[237](****). En fait, contrairement au sens restreint que Berthelot se plait à donner au terme "cohomologie cristalline", celle-ci avait pour moi dès le début une acception beaucoup plus vaste, que je n'ai caché à lui ni à 923
personne, et que mes élèves ont apparemment oubliée — pour en "réinventer" un petit morceau dix ou quinze ans plus tard...

[234](*) La seule esquisse publiée de ces idées, d'après cinq exposés que j'avais donnés à l'IHES en novembre et décembre 1966, rédigés par I. Coates et 0. Jussila, est "Crystals and thé De Rham Cohomology of Schemes", in Dix exposés sur la Cohomologie des Schémas (North Rolland, Amsterdam 1968) pp. 306–358. Toutes les idées essentielles de démarrage y sont esquissées, y compris la nécessité d'introduire des épaississements locaux à la Monsky-washnitzer (p. 355–356).

[235](**) Voir "Le silence"(n°168), notamment"... et exhumation" (n° 168(111)).

[236](***) La présente sous-note est issue d'une note de bas de page à la note précédente "La part du dernier".

[237](****) (12 mai) En fait, c'est déjà en 1966, voir la note de b. de p. [238](*) cidessus.

D'une part mes idées cristallines, dès le début, ne se bornaient nullement au cas de schémas d'une caractéristique donnée p !@ 0. Mes premières ré-* flexions cristallines, avant que me vienne l'idée nouvelle d'introduire des "épaississements à puissances divisées", se plaçaient sur des schémas de *caractéristique nulle*, où les puissances divisées sont présentes automatiquement (et pour cela, ont tendance à passer inaperçues. . .). L'aboutissement naturel de cette direction de recherche, renouvelée grâce aux idées de Zoghman Mebkhout, sera le formalisme des six opérations pour les "coefficients cristallins de De Rham-Mebkhout" sur les schémas de caractéristique nulle (pour commencer), formalisme auquel j'ai fait allusion déjà dans la note "La mélodie au tombeau — ou la suffisance" (n° 167). Des les années soixante, j'entrevoyais une cohomologie cristalline sans distinctions de caractéristique, sous forme d'un formalisme cristallin des "six opérations" dans le contexte (par exemple) des schémas de type fini sur la base absolueZ3. Il devait englober la théorie cristalline "ordinaire" (qui se cherchait encore — et qui se"cherche toujours) pour les schémas de type fini sur le corps 1F à p éléments. Je suis persuadé que c'est d'avoir oublié et enterré cette vision du défunt maître (pourtant simple et inspirante au possible), qui est cause de la désolante stagnation de la théorie cristalline, près de vingt ans encore après le vigoureux essor de ses débuts.

D'autre part et pour en revenir à l'approche de Monsky-Washnitzer, qui avait contribué à me "déclencher" sur la cohomologie cristalline, j'avais dès les débuts présent à l'esprit la nécessité d'introduire (pour les besoins d'une théorie qui ne s'appliquerait pas qu'aux schémas propres et lisses) un site cristallin plus gros que le site "infinitésimal", où les "épaississements" envisagés seraient des spectres d'algèbres *topologiques* (avec idéal à puissances divisées) convenables, peut-être celles utilisées par Monsky-Washnitzer (débarassées d'hypothèses inutiles telle la lissité)[239](*). Dégager "le bon site"

(*ï Comme je le précise dans une précédente note de b. de p. (voir page 922), il est question de tels épaississements à la Monsky-Washnitzer dans mon premier et seul exposé publié sur le yoga cristallin, de fin 1966. Des ce moment, il était clair pour moi que la cohomologie cristalline de caractéristique p @ 0 allait se jouer en majeure partie sur des espaces rigide-analytiques de caractéristique nulle. Je n'ai pas manqué bien sûr de le faire savoir à tous ceux que cela pouvait concerner, et en tout premier lieu sûrement à mon élève Berthelot, une fois qu'il avait choisi de s'investir dans le thème cristallin. Dans l'article cité, suivant un style que je reconnais bien et que Berthelot n'a pas inventé. on dirait qu'il vient 924
tout juste de découvrir (quinze ans plus tard) le lien insoupçonné avec la géométrie rigide-analytique. Il y pose au brillant inventeur d'une "généralisation commune" (de la théorie de Monsky-Washnitzer et de la cristalline), qu'il baptise pompeusement "cohomologie rigide" (et qui s'appellera prochainement, comme il se doit, "cohomologie de Berthelot"). Je signale aussi que ce travail de Berthelot est "le prolongement d'une réflexion menée avec Ogus" — le même Ogus qui s'est distingué la même année (1982) par sa participation à l'escroquerie "Motifs", comme co-auteur du volume LN 900.

L'enterrement systématique se continue dans un article ultérieur de Berthelot (dont je possède un preprint) "Cohomologie rigide et théorie de Dwork : le cas des sommes exponentielles" (non daté). Aucune référence au défunt pour la notion cruciale de F-cristal, ou celle de cohomologie à support propre (que j'ai l'honneur d'introduire en géométrie algébrique en février 1963, vingt ans avant...). Ces notions sont si naturelles d'ailleurs qu'il n'y a vraiment pas à s'embarasser du peu... La notion de fibre générique d'un schéma formel (au dessus d'un anneau de valuation discrète), en tant qu'espace rigide-amalytique, est généreusement attribuée à mon ex-élève Raynaud. Cette notion m'était connue avant que ni Berthelot, ni Raynaud ni d'ailleurs personne d'autre n'aient encore entendu prononcer le mot "espace rigide-analytique", vu que c'est le besoin de pouvoir définir une telle fibre générique qui a été une de mes deux motivations pour prévoir l'existence d'une "géométrie rigide-analytique", et que c'est lui aussi qui a été ensuite un des deux fils conducteurs pour Tate, mettant sur pied une construction en forme d'une telle géométrie : sa définition devait être telle que la notion de "fibre générique" devienne tautologique...

et "les bons coefficients" fait partie du programme que j'avais légué (en pure perte, il apparaît maintenant) à mes élèves cohomologistes, à commencer par Berthelot. Ayant réfléchi à la chose dernièrement "en passant" (à l'occasion de l'écriture de Récoltes et Semailles), et me rappelant de l'impératif d'une théorie cristalline englobant toutes les caractéristiques à la fois, j'en suis venu d'ailleurs à me demander si ces algèbres topologiques (à la Monsky-washnitzer, ou toute autre variante raisonnable) ne sont pas, elles aussi, trop "grossières" (au même titre que les séries formelles restreintes), car trop "éloignées de l'algébrique", et s'il n'y a pas lieu de les remplacer par des "épaississements" qui sont (dans un sens convenable) des "voisinages étales". Je pense revenir sur ces questions dans la partie des Réflexions faisant suite à Récoltes et Semailles (volume 3, je présume), avec l'exposé du yoga des six opérations et de la "problématique des coefficients", et notamment les coefficients cristallins du type "De Rham-Mebkhout".

Mebkhout avait d'ailleurs pressenti que sa philosophie des 2@-modules devait fournir un point de vue nouveau pour la théorie cristalline. Mais ses suggestions dans ce sens, a Berthelot notamment en 1978, venant d'un vague inconnu et grothendieckien impénitent, sont tombées dans des oreilles sourdes[240](*)... analytique. Pas question bien sûr de mentionner 925
ici le nom d'un certain vague inconnu qui était venu lui faire des suggestions farfelues quatre ou cinq ans avant, et ceci d'autant moins qu'un certain Colloque l'année précédente (dont il sera question dans la note suivante "L'Apothéose", n° 171) avait donné clairement le ton en ce qui concerne le vague inconnu en question. Sûrement, d'ici quelques années, et avec la bénédiction du *vrai* père de la philosophie bien connue dite "de Riemann-Hilbert-Deligne", Berthelot va faire figure du brillant inventeur de la philosophie des S@-modules dans le contexte de la "cohomologie rigide-analytique", dite aussi (même si lui-même s'abstient de la nommer ainsi) "cohomologie de Berthelot". Comme quoi, par les temps qui courent, il n'y a pas besoin d'avoir l'oreille bien fine pour aller pourtant loin...

(ï (28 février)[241](*) Pour situer "l'opération Dualité", au douteux bénéfice de J. L.

[240](*) D'avoir les oreilles sourdes n'empêche pas ce même Berthelot, dans l'article que je cite dans la précédente note de b. de p., de référer nonchalamment (à la fin du par. 3 A) à "un analogue de la théorie des 3) — modules sur une variété complexe", dont "pour l'instant" on ne dispose pas encore dans le cadre rigide

[241](*) Le texte de cette note a été repris au net, et rectifié sur certains points, le 1 mai (jour du muguet).

(·**) (12 mai) Voir également la note "L'ancêtre" (n° 171(i)) et "Le tour des chantiers — ou outils et vision" (n° 178), notamment les chantiers "Six opérations" et "Coefficients" (n°s 3, 4).

Verdier, il y aurait lieu de dire d'abord quelques mots sur le yoga de dualité (dit "des six opérations" — mais le nom a sombré sans laisser de traces) que j'avais développé à partir de la deuxième moitié des années cinquante, et celui des catégories dérivées, qui en est en vérité inséparable. Je me suis exprimé de façon assez circonstanciée à ce sujet dans la note "Mes orphelins" (n° 46, notamment pages 177–178) et dans la sous-note n° 46 à celle-ci (pages 186–187), et enfin (dans un début de réflexion sur le rôle de Verdier dans l'enterrement de mon point de vue en algèbre homologiqueï dans la note "L'instinct et la mode — ou la loi du plus fort" (n° 48). Il me semble inutile d'y revenir, et je suggère au lecteur de s'y reporter au besoin, avant de poursuivre avec le récit de l'opération "Dualité"[242](**).

L'attitude de Verdier dans l'opération du partage apparaît plus ambiguë que celle de ses deux amis, du fait qu* 'i 1 a *joué*, parfois simultanément, *sur deux tableaux* qui peuvent sembler contradictoires. J'ai eu du mal moi-même, d'abord, à m'y reconnaître, tant la situation paraissait confuse. D'une part, après sa soutenance de thèse en 1967 et surtout après mon départ en 1970, il s'est efforcé (pour des raisons qui m'édhappent) *d'enterrer et de discréditer* le yoga d'algèbre cohomologique et de dualité qu'il tenait de moi, alors qu'il avait pourtant consacré le plus clair de son énergie, tout au cours des années soixante et jusqu'à la soutenance de sa thèse, à développer ces idées et à les enrichir par ses propres contributions. D'autre part, à partir tout au moins de 1976 (neuf ans après la soutenance de sa thèse-sic), et avec l'encouragement et l'appui efficace de Deligne, il a fait mine de *s'approprier* la paternité aussi bien

des idées de départ (dans la mesure où celles-ci ne restaient pas boycottées), que de l'ensemble des méthodes et des résultats que j'avais développés autour du thème de la dua- 926
lité étale, méthodes qui s'appliquent mutatis muntandis à toutes sortes d'autres contextes (*ï, tel celui des espaces topologiques, ou des espaces analytiques complexes.

Concernant l'attitude de Verdier vis-à-vis des seules catégories dérivées, j'ai essayé de mettre le doigt sur le sens de cette ambiguïté dans la note "Thèse à crédit et assurance tous risques" (n° 81)[243](**). On y trouvera également un certain nombre de faits matériels, notamment au sujet des circonstances étranges qui ont entouré son travail de thèse (toujours pas publié aujourd'hui) et la soutenance. Avec le recul d'une année, la vision des choses qui se dégage au cours de cette réflexion me paraît probablement correcte (a des retouches près peut-être), mais néanmoins superficielle. ; Il est bien clair pour moi que les *vraies* motivations de Verdier ne se placent pas au niveau d'un quelconque et dérisoire "calcul de retours", mais qu'elles sont de toute autre nature, et impliquent de façon essentielle sa relation ambivalente à ma personne. Même pour un observateur superficiel, il me semble,

[243](*) Bien entendu, dans les "autres contextes" en question, la difficulté de départ du contexte étale, à savoir le besoin d'une "percée" qui donne un minimum de prise sur la cohomologie étale (en l'absence des constructions transcendantes bien connues à coups de simplexes singuliers, méthodes de rétraction etc) ne se posent pas. Mes élèves ont tous trouvé des situations ou le gros travail de "percée" préliminaire était déjà accompli par un autre — ils n'avaient plus qu'à amener leurs meubles, en somme, que souvent "l'autre" leur fournissait d'ailleurs par dessus le marché. Sitôt l'occasion venue, ils se sont empressés de l'enterrer, pour se prévaloir de ce qu'ils ont jugé bon de s'approprier, et se gausser du reste. . .

[243](**) En écrivant cette note, je n'avais pas connaissance encore de la façon dont Verdier avait su se distinguer, avec la "bonne référence" qu'il fournit en 1976 — voir "l'étape 2" plus bas.

il est particulièrement flagrant dans son cas qu'en croyant enterrer celui qui fût son maître, c'est nul autre que *lui-même* et la force créatrice en lui qu'il a enterrés, jour après jour et jusqu'à aujourd'hui encore.

Pour faire le tour de l'opération "Dualité", je vais à présent faire une courte rétrospective des différentes étapes qui me sont connues de cette opération, et plus généralement, de la participation de Verdier à l'Enterrement.

Etape 1 (1966–1976). C'est après mon départ en 1970, je ne saurais plus dire quand exactement, que Verdier m'informe qu'il n'a plus l'intention de publier sa thèse. Je rappelle que celle-ci était censée présenter les nouveaux fondements de l'algèbre homologique, dans l'optique des catégories dérivées. A mes yeux, la raison d'être de son travail de thèse était d'être mis à la disposition de tous, pour fournir un texte de référence d'une portée comparable au livre de Cartan-Eilenberg, directement adapté aux besoins nouveaux apparus au cours des 927
années cinquante et soixante dans le sillage de mes travaux et de ceux de mes élèves. Avec le recul, je me rends compte que ce nouveau langage cohomologique n'était encore assimilé entièrement (et encore, dirais-je même aujourd'hui...) que par mes élèves cohomologistes, et que la décision de Verdier équivalait dès lors à tracer un grand trait sur cette vision nouvelle de l'algèbre homologique. Du coup aussi, sa "thèse" de vingt-cinq pages, qui se bornait à présenter une esquisse convaincante d'idées dont il disait luimême qu'elles ne lui étaient pas dues, perdait son sens et devenait, à proprement parler, une "thèse-bidon". Mais aux débuts des années 1970, en apprenant (avec surprise) la décision de Verdier, j'étais absorbé de façon si intense dans des tâches aux antipodes de mes intérêts mathématiques d'antan, que ces questions étaient alors pour moi infiniment lointaines. L'idée ne m'est pas venue de poser sur la chose, apprise en courant d'air (je peux m'imaginer) entre une discussion publique sur le scandale des fûts fissurés de déchets atomiques à Saclay, et une séance de travail pour la rédaction du bulletin Survivre et Vivre ! Et encore moins, aurais-je songé alors à réagir. La première fois où je "pose" enfin sur le sens de cet acte de Verdier, et où sa nature de sabotage délibéré commence timidement à apparaître, est dans la note déjà citée "L'instinct et la mode — ou la loi du plus fort" (n° 48), reprise quelques semaines plus tard, après la découverte de l'Enterrement "dans toute sa splendeur", dans la note beaucoup plus circonstanciée et approfondie "Thèse à crédit et assurances tous risques" (n° 81).

Rétrospectivement, il devient clair que la division de Verdier dans le travail qu'il s'était lui-même assigné, et qui faisait partie du "contrat de bonne foi" qu'il avait passé avec son jury de thèse (voir la note citéen^0 81), doit remonter au moins à 1968 ou 1969 ; sinon la rédaction et la publication de sa "thèse" auraient été choses faites dès bien avant mon départ en 1970. Je rappelle que je lui avais soumis le programme de travail sur sa thèse dès 1960, et que pour un chercheur doué et motivé comme il l'était alors, ce programme, avec une vaste rédaction de nouveaux fondements, ne devait guère représenter que trois ou quatre ans de travail à tout casser, mise au courant et tout. Il est vrai aussi qu'une certaine mentalité, qui consiste à s'arranger à retirer d'avance un crédit pour un "travail" prévu, qu'on n'a dès lors plus aucune raison de se fatiguer à faire — une telle mentalité me devient à présent apparente dès après 1964 déjà, avec les vicissitudes de la formule dite "de LefschetzVerdier", et plus tard, avec la dualité (dite, comme de bien entendu, "de

Verdier") des espaces localement compacts, dans l'esprit des six opérations (qui restent toujours non nommées)[244](*). Mais tout au long des années soixante, enfermé que j'étais dans mes tâches et dans la — vision qu'inlassablement je poursuivais à travers elles, telle l'élusive et omniprésente baleine blanche d'Ahab, j'étais à mille lieues de me douter que quelque chose "clochait" dans celui qui était pour moi comme un proche compagnon dans des tâches que je croyais "communes" — pas plus que je ne m'en serais douté pour aucun autre de mes élèves cohomologistes. Et avec vingt ans de recul, je suis saisi maintenant de voir à quel point, pendant dix ans de ma vie (si ce n'est quinze ou vingt) je vivais complètement *déphasé* par rapport a la réalité qui m'entourait, et ceci* non seulement dans ma vie familiale @où j'ai fini par m'en apercevoir depuis longtemps), mais également dans la vie professionelle, dans laquelle je m'investissais avec passion… 928

Mais je reviens à "l'étape 1". La relation ambiguë de Verdier à ma personne et à mon œuvre apparaît en tous cas dès après l'achèvement du séminaire SGA 5 en 1966 ï pas plus qu'aucun autre de mes élèves cohomologistes, il ne se sent concerné par la rédaction de ce séminaire[245](**), laquelle reste aux mains de "volontaires"-sic dépassés par la tâche, ou peu soucieux de tenir leurs engagements. Visiblement, dès ce moment là déjà, la situation dans l'ensemble de mes élèves cohomologistes est pourrie, sans que je ne m'aperçoive pourtant de rien, préférant vivre dans un monde où tout n'est qu'ordre et beauté… C'est dix-huit ans plus tard que je commence à jeter un premier et timide regard sur ce qui s'est réellement passé, en ces temps qui (il y a une année encore) m'avaient semblé idylliques[246](***).

Après mon départ en 1970, et déjà dès avant qu'il m'annonce sa décision "officielle" de saborder son travail de fondements, l'ambiguïté de Verdier dans ces années soixante se confirme par une connivence avec diverses mini-escroqueries du cru de son ami Deligne, dont il n'a pu manquer de se rendre compte : l'escamotage de ma personne dans les articles 929
Hodge I, II, III[247](*), puis dans la version publiée du séminaire de monodromie SGA 7 II (présenté sous les noms de Deligne et de Katz, ce dernier prenant inopinément la place encore chaude d'un défunt…). La même année (1973), il n'a pu manquer aussi de prendre connaissance de l'article de Mac Pherson, où est résolue une "conjecture de Deligne-Grothendieck" dont il sait pertinemment que Deligne n'y est pour rien.

[244](*) Voir, au sujet de cet esprit assez particulier, la sous-note "Le patrimoine — ou magouilles et création" (n° 169_6 bis), et également les sous-notes de l'an dernier (n°s 81_2, 81_3) à la note déjà citée "Thèse à crédit et assurance tous risques".

[245](**) Rétrospectivement, j'en viens à me demander à quoi Verdier pouvait bien employer son temps, entre 1964 (où il avait fini, à mon contact, par se mettre dans le bain des techniques cohomologiques nouvelles) et 1970, alors qu'il ne daigne empoigner et mener à terme aucune tâche de rédaction, pas même des théories dont il allait se présenter comme l'auteur, pour la liste de ses contributions, valables mais dont aucune n'est menée à terme, voir la sous-note n° 81- a la note abondamment citée.

[246](***) voir notamment, dans "Fatuité et Renouvellement", la section "Un monde sans conflit ?" (n° 20), où seul le point d'interrogation dans le nom de la section peut suggérer quelque doute au sujet de "l'idylle".

[247](*) Dans la plaisanterie des "complexes poids" (voir la note de même nom, n° 83), j'ai bien cru discerner une allusion, sur le ton du défi, à l'escroquerie patente la plus ancienne dont j'aie connaissance chez un des mes élèves cohomologistes, savoir celle de Deligne dans son article de 1968 sur la dégénérescence des suites spectrales. Si moi je n'y ai vu alors que du feu, l'exemple donné par mon plus brillant élève n'a pas été pourtant perdu pour tout le monde 1

Jusqu'en 1976, le rôle de Verdier dans l'Enterrement semble surtout passif, en ce qui concerne les opérations de tacite annexion tout au moins, par contre, en s'abstenant de publier ce qui était censé devoir constituer sa thèse (qui lui avait été accordée "à crédit"[248](**)), il a joué dès avant mon départ un rôle crucial dans l'enterrement de mon point de vue en algèbre homologique commutative (qu'il avait fait sien pendant un temps), et de son utilisation comme une technique "de tous les jours" tant en géométrie algébrique, qu'en topologie et en algèbre. Comme ses amis Illusie et Deligne, en sabordant ainsi le travail de ses propres mains, pour le plaisir d'enterrer celui qui l'avait inspiré, il a bien mérité de la reconnaissance sans réserve de la congrégation unanime...

Ce propos délibéré d'enterrement s'est exprimé clairement aussi dans son attitude décourageante vis à vis de Zoghman Mebkhout, après 1975, quand celui-ci a fait mine de s'inspirer de mon yoga de dualité, et de celui des catégories dérivées. A ce sujet encore, je renvoie le lecteur aux notes plus circonstanciées déjà citées "Mes orphelins", "L'instinct et la mode — ou la loi du plus fort", "Thèse à crédit et assurance tous risques" (n° 46, 48, 81), ainsi qu'à la note "L'inconnu de service et le théorème du bon Dieu" (n° 48′)[249](***).

Etape 2 (1976). En 1976 a lieu la publication du "mémorable article" de Verdier dans 930
Astérisque[250](*), dont il a été question déjà comme "l'épisode 3 d'une escalade" avec l'opération "Cohomologie étale" (voir la note "Les manœuvres", n° 169). Je rappelle que cet article de cinquante pages consiste (mis à part quelques pages de son cru) à reprendre texto un certain nombre de notions et de techniques que j'avais développées dix ans avant dans SGA 5, et ceci sans faire allusion à ma personne ni à un séminaire traitant de ces choses. Cette publication, que jfai découverte il y a un an dans le sillage du Colloque Pervers (dans la note "La bonne référence", n° 82), a éclairé alors d'un jour entièrement nouveau le sens du peu d'empressement de lui-même et de mes autres élèves cohomologistes, à mettre le séminaire SGA 5 (sous ce nom, et avec la paternité qui est sienne) à la dispositon du public mathématique.

Il n'y a pas lieu de revenir ici sur les commentaires au sujet de cet article, que j'ai faits dans la note de hier déjà citée (n° 169). A titre de détail cocasse, j'ajouterai seulement que c'est le manuscrit de ce "travail" (sic) de Verdier, que celui-ci avait eu la bonté de communiquer à Zoghman Mebkhout l'année précédente (1975), qui a été pour celui-ci le se s âme-Ouvre-Toi de la cbhomologie des variétés, et le fondement d'une admiration sans réserve pour celui qui, désormais, faisait figure de "bienfaiteur". Cette admiration a eu d'ailleurs la peau dure, et n'a fini par se désagréger complètement, je crois, qu'à la suite des mésaventures de Zoghman à l'occasion du Colloque Pervers.

Deligne me dit[251](**) qu'il n'a pris connaissance de l'article de Verdier qu'*après* la publication de "SGA 4*5 " (sic) et de SGA 5, l'année suivante (1977) — ce qui irait à l'encontre de ma conviction que la publication de "la bonne référence" de Verdier a marqué un dernier pas essentiel dans "l'escalade" d'escroqueries, qui ont fini par abourtir

[248](**) Voir la note déjà citéen^0 81.

[249](***) (1 mai) Voir également la sous-note "Eclosion d'une vision — ou l'intrus" (n° 171) à la note "L'Apothéose".

[250](*) J. L. Verdier, "Classe d'homologie associée à un cycle", Astérisque n° 36 (SMP) p. 101–151 (1976).

[251](**) Voir la note "Les points sur les i" (ne 164), partie IV 1.

à l'opération de toute autre envergure "SGA 4@ — SGA 5 " dès l'année suivante. Réflexion faite, j'ai du mal à croire la version de Deligne. Lui qui est un des mathématiciens les mieux informés que je connaisse, et qui est resté en rapports étroits avec Verdier depuis toujours, il n'est guère possible qu'il n'ait été au courant déjà du projet de Verdier, qu'il n'en ait reçu un preprint (et ceci même dès avant Mebkhout), et qu'il n'ait été un des tout premiers servis pour les tirages à part, en 1976. Cet article comblait (comme me l'a confirmé Deligne luimême) un trou béant dans la littérature (à défaut de publication du séminaire SGA 5 après 1966), et il n'est guère possible non plus que Deligne n'ai pris la peine au moins de 931
le parcourir — question d'un quart d'heure à tout casser pour quelqu'un "dans le coup" comme lui[252](*). Quoi qufil en soit, le fait que ce plagiat manifeste n'ait suscité aucune réaction de la part d'aucun des six ou sept autres ex-auditeurs de SGA 5 qui étaient bien "dans le coup", était bien l'assurance d'une connivence sans bavures entre tous les intéressés. Le temps était mur pour le massacre en règle du séminaire-mère SGA 5, et pour faire éclater en morceaux non œuvre sur la cohomologie étale. . .

Etape 3 (1977). Dans cette opération "SGA 4@ — SGA 5 " qui a lieu en 1977, sur l'initiative de Deligne et avec la participation empressée d'Illusie, Verdier joue cette fois un rôle d'appoint, en contribuant au maigre fascicule au nom trompeur "SGA 4^{1*} ", un certain "Etat 0" de sa thèse-sic (disparue, elle, corps et bien. . .), exhumé spécialement pour la circonstance après un sommeil de quatorze ans ! Nulle part dans le volume, que ce soit dans l'introduction où ce texte-rabiot ('"devenu introuvable" — et pour cause 1) est dûment monté en épingle, ni dans ce texte lui-même, il n'y a d'allusion a un rôle que j'aurais joué dans les idées qui y sont développées ; ni non plus, d'ailleurs, au fait que ce texte était un jour destiné à devenir une thèse, pas plus que Deligne, Verdier n'a jugé utile de m'informer de cette publication (et pour cause, encore), ni de me faire parvenir un exemplaire du volume trompe-oeuil. Je renvoie, pour des détails, a la note "Le compère" (n° 63‴, écrite sous l'émotion de la découverte de cette exhumation à la sauvettei et a la réflexion plus approfondie dans la note déjà maintes fois citée, "Thèse à crédit et — . assurance tous risques" (n° 81).

Ainsi, dix ans après aa soutenance de thèse peu ordinaire, Verdier a saisi l'occasion que lui offrait Deligne de prendre, en somme, une "o *ptio* n" sur une paternité incontestée et sans partage du point de vue "catégories dérivées" en algèbre homologique, avec la caution entière de son prestigieux ami ; et ceci à un moment où l'un et l'autre continuaient encore à maintenir un *boycott* de fait sur l'utilisation de ce même point de vue[253](**). Ce boycott, qui a lourdement pesé "sur le travail de Zoghman Mebkhout, le condamnant à une solitude complète, est resté en vigueur jusqu'au "Colloque Pervers" en 1981. cours aux catégories 932
dérivées dans la démonstration de "la" formule. C'est sans doute ce qui lui a suggéré l'idée d'étoffer son volume avec "l'état 0" d'une thèse naufragée. En fait, cela n'a pas modifié

[252](*) Je peux m'imaginer d'ailleurs que bien plus fort que l'intérêt mathématique (alors que cet article n'avait rien à apprendre à Deligne, qu'il ne connaisse déjà comme auditeur de SGA 5), a dû être celui de pouvoir prendre connaissance de première main et noir sur blanc, de l'escamotage sans bavures du défunt maître, suivant la tradition qu'il avait lui-même inaugurée depuis déjà huit ans 1

[253](**) Comme je l'explique dans une précédente note de b. de p. (note à la page), dans le texte-cercueil nommé "SGA 4S" Deligne n'a pu éviter le re

jusqu'en 1981 la situation de boycott sur les catégories dérivées.

Ainsi, en 1977 Verdier apparaît comme le père-en-réserve d'un yoga de cohomologie qui, pour le moment, restait l'objet d'un tacite dédain de bon ton — mais on ne savait jamais... De plus, depuis l'année précédente, avec la publication de "la bonne référence", il faisait figure de père d'une partie du formalisme de dualité développé par moi (sur les classes d'homologie et de cohomologie "discrètes" associées aux cycles, le formalisme de bidualité, théorèmes de finitude version constructibilité etc) — sans compter la dualité des espaces localement compacts, qui restait, elle aussi, dans un statut ambigu, un statut d'attente — tout comme le yoga des catégories dérivées qui lui donne son sens.

Etape 4 @*colloque Pervers*, juin 1981). C'est là, de très loin, la culmination de la participation de Verdier à l'Enterrement. Ce Colloque consacre la spoliation éhontée de Zoghman Mebkhout, pionnier du point de vue unificateur et fécond des @5-modules dans la cohomologie des variétés algébriques. En tant qu'organisateur officiel du Colloque, avec B. Teissier, Verdier y joue un rôle de premier plan. J'y reviendrai dans la note suivante avec "l'opération IV" (dite "du Colloque Pervers" ou "de l'inconnu de service"). Ici, je me bornerai aux retombées directes pour Verdier, au titre du "partage" d'un héritage (où le défunt qui lègue reste soigneusement ignoré...).

Ce Colloque consacre la "rentrée" triomphante des catégories dérivées et triangulées dans l'Arène mathématique. A titre de "père" desdites catégories (qu'il avait tout fait pendant quinze ans pour enterrer), c'est Verdier, après Deligne, qui apparaît comme le héros principal du happening. C'est l'impression du moins qui se dégage de l'article principal du Colloque, de la plume de Deligne, article qui constitue à lui seul le volume I et la pièce maîtresse des Actes du Colloque[254](*). Comme par hasard, c'est le squelettique et providentiel "Etat 0" d'une thèse (que je n'aurais jamais rêvé accepter comme thèse de doctorat, et qui était venu renflouer à point nommé le texte pirate "SGA 4V' un peu maigre aux 933
entournures) — le voilà devenu la brillante pièce a conviction, permettant au père-à-la-sauvette Verdier, dans une nuée de références à "SGA 4*3 ", de plastronner modestement comme le prévoyant précurseur du grand rush dit des "faisceaux pervers" (qui n'y sont pour rien, pourtant) et d'un nouveau et tardif re-départ de la cohomologie des variétés algébriques (sur les brisées d'un vague inconnu dont personne ne s'avise de prononcer le nom...)@

Ce même article (signé Beilinson-Bernstein-Deligne) consacre la rentrée en force, également, du formalisme des six opérations (jamais nommé, certes) dans le contexte étale, avec les notations désormais consacrées que j'avais introduites dans les années cinquante. Comme je l'écris ailleurs (*ï "il n'y a pas une page de l'article cité... qui ne soit profondément enracinée dans mon œuvre et n'en porte la marque, et ceci jusque dans les notations que j'avais introduites, et dans les noms utilisés pour les notions qui interviennent à chaque pas — qui sont les noms que je leur avais donnés quand j'ai fait leur connaissance avant qu'elles ne soient nommées".

[254](*) Actes parus dans Astérisque n° 100 (1982) — sous le titre "Analyse et topologie sur les espaces singuliers". En fait, les Actes en question, datés de 1982, n'ont été achevés d'imprimer qu'en décembre 1983, et Mebkhout en a pris connaissance en janvier 1984.

Le formalisme de dualité étale, que j'avais développé dix-huit ans plus tôt, alors que mon élève Verdier en était encore à apprendre le B. A. BA du langage cohomologique, est rebaptisé "dualité de Verdier" dans l'euphorie générale[255](**). Son prestigieux protecteur ne vas pas lésiner sur le peu, en de tels jours de liesse ! Le nom du défunt n'apparaît pas dans l'article[256](***), pas plus que dans l'introduction au volume, signée Teissier-Verdier. Ni celui du vague inconnu (Zoghman Mebkhout, pour ne pas le nommer), sans lequel l'article, ni tout le brillant Colloque, n'auraient vus le jour. . .

Pour le l'abatage, ça a été de l'abatage 1 Mis à part les motifs, qui n'allaient pas tarder à suivre (dès l'année d'après), et peut-être le yoga cristallin, le partage sans histoires de l'héritage cohomologique d'un défunt jamais nommé était désormais chose consommée, et ceci dans l'accord unanime et à *la satisfaction générale*. ( ) (1 mars) Les trois "opérations" 934
que j'ai passées en revue dans les notes précédentes concernent le "partage" de l'"héritage" que je laissais, sous forme de mon œuvre écrite et non écrite sur la cohomologie des schémas. Les "bénéficiaires" directs de ce partage ont été trois parmi mes cinq élèves cohomologistes, à savoir Pierre Deligne, Jean-Louis Verdier, et Pierre Berthelot[258](*). Mais chacune de ces trois opérations (tout comme celle qui va suivre) n'a pu se faire qu'avec la connivence (et parfois le soutien actif) d'un grand nombre de collègues plus ou moins "branchés" sur la cohomologie des schémas, parmi lesquels figurent en toute première place mes cinq élèves cohomologistes, comprenant, outre ceux que je viens de nommer, Luc Illusie et Jean-Pierre jouanolou[259](*).

Ces trois opérations, et la quatrième dont il va être question, m'apparaissent comme indissolublement liées, aussi bien dans leurs motivations profondes, que dans leurs péripéties les plus tangibles. Les premiers signes discrets remontent aux années 1966 à 1968, mais ses manifestations plus flagrantes se placent après mon "départ" en 1970. Ce départ et un certain état général des mœurs dans le "grand monde" mathématique[260](**), ont créé les conditions extérieures propices pour une telle opération de vaste envergure, sans doute unique dans son genre dans les annales de notre science.

Cette opération a visé tout d'abord à *discréditer* la plupart des grandes *idées-force* que j'avais introduites en mathématique[261](***), et à enterrer la *vision* unificatrice dans laquelle

[255](*) Voir la note "L'Iniquité" (n° 75), p. 288.

[255](**) Dans l'indice des notations, le foncteur dualisant (que j'avais introduit dans le contexte étale en 1963, et qui fait d'ailleurs l'objet de l'exposé I de l'édition-Illusie de SGA 5, où il a réussi à survivre) est appelé "dualité de Verdier". Ce nom réapparaît un peu partout dans le texte (p. ex. aux pages 62, 103 — en regardant au bonheur-la-chance. . .). Je jure que je n'invente rien !

[256](***) Mon nom apparaît quand même dans la bibliographie, avec le sigle EGA (qu'il faudra arriver à remplacer par un texte ad hoc un de ces jours. . .). Le nom de Mebkhout est absent aussi bien du texte que de la bibliographie. Il n'y en a trace dans tout le volume.

[256](*) (2 mai) II convient en fait d'y ajouter un quatrième "bénéficiaire", que j'ai découvert dernièrement seulement, savoir Neantro Saavedra, dont il a été question dans une précédente note de b. de p. (note[257](*) page 921).

[260](**) (2 mai) II y a eu sûrement une action à double sens : un certain état de dégradation des mentalités (dans lequel j'avais moi-même participé avant mon départ) a favorisé l'escalade du pillage et du débinage de mon œuvre par un groupe de mes anciens élèves, dont le cynisme croissant a sûrement contribué à son tour à créer l'état de corruption plus ou moins généralisé que je constate aujourd'hui.

[261](***) (2 mai) pour des précisions à ce sujet, voir la note "Mes orphelins" (n°45) et surtout "Le tour

elles s'inséraient ; puis, à discréditer ou à escamoter le *rôle de l'ouvrier* dans la création de ceux, parmi les outils que j'avais façonnés sous la dictée de ces idées et inspiré par la vision d'ensemble, qui ont servi comme outils de base dans l'œuvre de Deligne et de mes autres élèves cohomologistes ; et enfin, dans un dernier stage, à s'approprier la paternité des idées et outils qui ont eu l'heur d'être adoptés par mes élèves, ou de finir par s'imposer malgré le boycott que ceux-ci avaient fait peser sur elles[262](*). 935

Cette opération s'achève en 1982, avec la publication du volume Lecture Notes 900, consacrant la réapparition des motifs sur la place publique mathématique, sous une forme étriquée (par rapport à la vision qui s'était dégagée pour moi au cours des années soixante) et sous la paternité (implicite et évidente) de Deligne. Elle trouve enfin son épilogue l'année suivante, dans "l'Eloge Funèbre" en trois volets servi dans la plaquette jubilaire de l'IHES, éditée à l'occasion du vingt-cinquième anniversaire de son existence.

La découverte de la "mine" que constituent ces textes se fait le 12 mai l'an dernier[263](**), dans la note "L'Eloge Funèbre (1) — ou les compliments" (n° 104). Elle se poursuit près de cinq mois plus tard dans la note (n° 105) qui lui fait suite, "L'Eloge Funèbre (2) — ou la force et l'auréole[264](***). Je me bornerai ici à rappeler en quelques mots l'esprit et tout le sel de cet "Eloge" peu ordinaire.

La plaquette présente (entre autres) une "galerie de portraits"* formée de courts topos sur les différents professeurs présents et passés de l'institution fêtant jubilée. Dans le texte (de la plume de Delignеï qui m'est consacré, texte qui est censé évoquer une œuvre, le mot "cohomologie" ou "motif" n'est pas prononcé. Le mote "schéma" non plus, ni aucun autre qui puisse suggérer une théorie que j'aurais développée ou un théorème que j'aurais démontré et qui aurait peut-être pu servir. Par contre, je suis affublé généreusement de superlatifs-bidon et autre*ronflantes gentillesses : "œuvre gigantesque…", "vingt volumes…", "plus grande généralité naturelle…"[265](****) "grande attention terminologie…", 936
"problèmes… dans la ligne qu'il se traçait… devenus trop difficiles… l'. C'est l'enterrement à grandes fanfares et sous les feux de la rampe, par le "compliment" bien envoyé, énorme et pléthorique comme le défunt dont il s'agit d'"honorer" la mémoire, et en même temps d'une finesse dans l'insinuation cocasse@ qui manquait décidément au pataud ancêtre…

des chantiers — ou outils et vision" (n° 178).

[262](*) (2 mai) Je signale, parmi ces idées et outils que j'avais introduits, qui ont été enterrés et qui ont fini par s'imposer malgré le boycott instauré par Deligne et mes autres élèves cohomologistes : les catégories dérivées, les motifs (version étriquée, il est vrai) et le yoga des catégories de Galois-Poincaré-Grothendieck (rebaptisées "tannakiennes" pour les besoins de l'Enterrement), le formalisme de cohomologie non commutative autour des notions de champs, gerbes et liens (développé par Gîraud d'après les idées de départ introduites par moi à partir de 1955).

[263](**) C'est le jour même où s'était déjà révélé à moi le massacre sans vergogne du séminaire originel SGA 5,. aux mains d'Illusie et avec le soutien actif ou la connivence empressée de tous mes élèves cohomologistes, sous l'œil attendri de la "congrégation toute entière". ..

[264](***) Pour un élargissement inattendu de la réflexion sur l'Eloge Funèbre, voir également la note suivante "Le muscle et la tripe (yang enterre yin (1))" (n° 106), qui ouvre en même temps la longue réflexion "La clef du yin et du yang".

[265](****) çe français-petit-nègre est une trouvaille vraiment impayable, pour évoquer d'une façon cocasse (et mine de rien…) le pléthorique et gratuit bombinage d'un gigantesque bavard…

Dans le topo consacré à Deligne (et revu par ses soins), rien qui puisse faire soupçonner que je sois pour quelque chose dans "la" démonstration des conjectures de Weil ("d'une difficulté proverbiale"ï@ dûment montée en épingle. Bien au contraire, il est souligné que "ce résultat a paru d'autant plus surprenant" qu'il a dû être démontré, pour ainsi dire, à l'encontre d'une "série de conjectures" de mon cru (ce Grothendieck décidément n'en fait jamais d'autres ! ï, lesquelles d'ailleurs (est-il ajouté, pour ne laisser planer aucun doute sur ce qu'il y a lieu d'en penser) "sont aujourd'hui aussi inabordables qu'alors" (lire : quand j'ai eu la malencontreuse idée de les énoncer. . .).

Ces deux portraits-minute, et un troisième volet qui les complète remarquablement (en une seule phrase lapidaire de trois lignes[266](*)) sont des vrais joyaux, sans doute uniques aussi dans leur genre, parmi les Eloges Funèbres servis avec doigté en l'honneur d'un "défunt" (toujours pas décédé en l'occurence !). Ils sont fouillés, avec tout le soin qu'ils méritent@ dans les trois notes consécutives déjà citées (n°s 104–106), et, sous l'éclairage plus pénétrant de la dynamique du "renversement du yin et du yang", dans la note (ultérieure de quelques semaines) "Les obsèques du yin (yang enterre yin (4))" (n° 124).

(ï (1 mars et 2–8 mai[267](**)) Dans chacune de ces "quatre opérations" partielles que j'ai distinguées dans mon enterrement anticipé, c'est Deligne qui visiblement joue le rôle de chef d'orchestre (ou plutôt, de Grand Officiant aux mon ami zoghman aux prises avec la 937
"loi du milieu ?, selon ce qu'il m'en a raconté lui-même. C'est l'ensemble de ces seize notes (n°s 171 (i) à (xii) et 171j à 171@) qui constituent à présent la partie "L'Apothéose" dans "Les Quatre — Opérations" (dont ladite Apothéose constitue la quatrième et — jusqu'à nouvel ordre — dernière. . .).

Obsèques), avec la participation plus ou moins active de mes autres quatre élèves cohomologistes, et avec la connivence d'un groupe considérablement plus grand de mathématiciens, tous bien au courant de la situation (laquelle visiblement n'est pas faite pour leur déplaire. . .). Ce "groupe de connivence" prend des proportions impressionnantes et quasiment incroyables dans la quatrième des opérations partielles, que je m'aipprête à présent à passer en revue.

IV L'opération "L'inconnu de service" (ou "du Colloque Pervers").

C'est l'opération d'*appropriation de l'œuvre de Zoghman Mebkhout* — le seul mathématicien (à ma connaissance) qui ait assumé le risque, après mon départ de la scène mathématique, de faire figure de "continuateur de Grothendieck".

Cette opération s'est poursuivie sur une dizaine d'années, de 1975 à aujourd'hui. Au risque de me répéter, je vais d'abord en rappeler le contexte historique.

Dans la deuxième moitié des années cinquante, j'avais développé dans le contexte des

[266](*) Je découvre ce troisième volet au cours de la réflexion dans la note déjà citée "L'Eloge Funèbre (2) — ou la force et l'auréole" — et il m'apparaît tout aussitôt plus lourd de signification que les deux autres réunis I C'est lui qui a inspiré le nom "La force et l'auréole" donné à cette note.

[267](**) (13 mai) La présente note et les quatre suivantes formaient initialement une note unique, "L'Apothéose" (n° 171), du 1 mars. Elle incluait également la note précédente "Les joyaux" (n° 170(iiiï). Elle a été reprise et considérablement étoffée entre les 2 et 8 mai, surtout en ce qui concerne la partie mathématique, et scindée en les quatre notes séparées "L'ancêtre", "L'œuvre. . .", "@ et l'aubaine", "Le jour de gloire" (n°s 171 (i) à (ivï), en plus de la note "Les joyaux" déjà mentionnée. Il s'y ajoutent les huit sous-notes (n°171 (v) a (xii)) se rapportant aux quatre notes en question, et les quatre sous-notes (n° 171 à 171 ï du mois d'avril, faisant le récit des étranges mésaventures de

schémas un formalisme de “dualité cohérente”. Ces réflexions/ motivées par le désir de comprendre le sens et la portée exacte du théorème de dualité de Serre en géométrie analytique et surtout en géométrie algébrique[268](*), avaient été poursuivies dans une solitude à peu près complète, n’ayant pas l’heur d’intéresser personne d’autre que moi[269](**). Ce sont ces réflexions qui à un faisceau cohérent F (pas nécessairement localement libre) sur 938
X projective et lisse sur un corps k, identifiant le dual de Hi (X, F) à ExtJ@fX,’F,@.).

OM @@X Cela donnait un sens géométrique intrinsèque à un résultat “calculatoire” de PAC (qui m’avait bien sur intrigué et inspiré), dans le cas où X est l’espace projectif. Mais à part ce résultat, un des premiers dans mon voyage à la découverte de la dualité, et proche encore de ce qui lui était familier. Serre a toujours refuser d’écouter, quand il me prenait envie de lui parler dualité. Je crois que je n’ai guère essayé d’en parler à quiconque d’autre, mis à part (bien plus tard) Hartshorne, qui a fait sur mes idées un très beau séminaire à Harvard, publié en 1966 (“Residues and duality” par R. Hartshorne, Lecture Notes in Mathematics, n° 20, Springer Verlag).

m’ont amené à dégager progressivement la notion de catégorie dérivée, dont les objets se présentaient comme *“les* coefficients” naturels dans le formalisme homologique et cohomologique des espaces et variétés en tous genres, s’insérant dans un premier embryon d’un formalisme des “six opérations” sur les espaces annelés (en attendant les topos annelés). Quatre de ces opérations m’étaient déjà plus ou moins familières depuis mon travail de 1955 “Sur quelques points d’algèbres homologique”[270](*), au langage des catégories dérivées près : avec les notations qui se sont dégagées au cours des années suivantes (en même temps que le point de vue des catégories dérivées), ce sont les opérations “internes” @ et RHom (version “foncteur dérivé total” du formalisme des faisceaux Tor et Ext introduit dans “Tohoku”), et “externes” Lf* et Rf* (images inverses, et directes “à la Leray”), formant deux couples de foncteurs (ou bifoncteurs) adjoints — Dans le cas où f est un morphisme “immersion” i : X-@Y, il s’y ajoute encore le couple de foncteurs adjoints Ri, Ri, incarnant respectivement les opérations de “prolongement par zéro” et “cohomologie locale à sipports dans X”. Le fil conducteur dans mes réflexions est d’arriver à un *théorème de dualité* (globale, à un moment où il n’était pas question encore de version locale...), généralisant celui prouvé par Serre pour un faisceau cohérent localement libre sur une

[268](*) Mes premières réflexions de dualité se plaçaient dans le cadre des espaces analytiques, et sont antérieures à celles de Serre. En utilisant des techniques de dualité “évétesques” et le lemme de Poineare-Grothendieck sur l’opération 3 (que je venais de démontrer), j’avais prouvé que si X est une variété de Stein, les HMX, C@j) (resp. H@(X, 0))) sont des espaces de Fréchet nucléaires, en dualité parfaite avec les HY@^{1}(X, tux) (resp. les Hn@^{1}(X, Ox)). Je n’ai pas songé alors à appliquer la même méthode au cas des fibres vectoriels (ne m’étant pas aperçu de ce fait algébrique très simple, que l’opérateur B, étant O@-linéaire, se prolonge aux formes différentielles différentiables à valeurs dans un fibre vectoriel holomorphe), ni aux variétés complexes autres que celles de Stein (les seules alors qui me soient familières). La démonstration de Serre de son théorème de dualité analytique dans le cas général, est pratiquement la mime que celle que j’avais trouvée dans un cas particulier.

[269](**) Bien entendu, le mathématicien entre tous chez qui je me serais attendu a un intérêt pour mes réflexions de dualité cohérente, a été Serre. Il a été intéressé, je crois me rappeler, par la généralisation de son résultat de dualité

[269](*) In Tohoku Mathematical Journal, 9 (1957), p. 119–221.

variété projective lisse sur un corps. Il s'agissait de donner une formulation qui s'appliquerait à un faisceau cohérent quelconque (ou complexe de tels), voire même un faisceau quasi-cohérent, sans hypothèse de lissité ni de projectivité sur X (en gardant seulement la propreté, qui paraissait alors essentielles[271](**)). De plus, en analogie avec mes réflexions sur le théorème de Riemann-Roch, je sentais que le bon énoncé devait concerner, non une variété sur un corps, mais un morphisme propre f : X-*Y de schémas, par ailleurs quelconques. C'est par approximations successives, au cours de plusieurs années de travail[273](*), 939
que le théorème de dualité globale se décante progressivement de ses hypothèses superflues, en même temps que la notion de catégorie dérivée elle aussi sort des limbes du pressenti pour prendre forme concrète, et donner au formalisme et aux énoncés un *sens intrinsèque*, à défaut duquel je me serais senti bien incapable de travailler ! C'est tout d'abord pour arriver a dégager un énoncé de dualité globale qui me satisfasse pleinement, que j'introduis le formalisme des *complexes dualisants* et dégage le *théorème de bidualité*, et que je découvre (sous des hypothèses noethériennes convenables) l'existence d'un complexe dualisant injectif, essentiellement canonique@ que j'appelle le *"complexe résiduel"*, et une théorie de variance pour celui-ci. Une première formulation du théorème de dualité globale, qui à un moment me semblait être "la bonne", était que le foncteur Rf @ commutait aux foncteurs dualisants sur X et sur Y (pour deux complexes dualisants qui se "correspondent"). C'est par la suite seulement que je découvre que la théorie de variance pour les seuls complexes dualisants (via les complexes résiduels) se généralise par un foncteur de nature entièrement nouvelle, le foncteur Rf où "image inverse inhabituelle", de nature locale sur X. Des lors, apparaît aussi la formulation définitive du théorème de dualité pour le morphisme propre f : ce nouveau foncteur est *adjoint* à *droite* de Rf@ , s'insérant donc dans une suite de trois foncteurs adjoints

Lf*, Rf@ , Rf

Pour avoir un formalisme entièrement achevé, il manquait seulement la description d'un foncteur Rf, "image directe à supports propres", pour un morphisme (séparé) de type fini quelconque, généralisant le foncteur déjà connu quand f est une immersion, se réduisant à Rf@ pour f propre, et formant avec Rf un couple de foncteurs adjoints Rf, , Rf'. Je ne me rappelle pas m'être affligé dans les années cinquante de cette imperfection d'un formalisme dont la portée générale, au delà de la dualité cohérente schématique ou analytique. m'échappait encore[274](*). 940

[271](**) Voir à ce sujet la note de b. de p. [272](*) page 940, plus bas

[273](*) II va sans dire qu'au cours de ces "plusieurs années de travail", j'avais bien d'autres fers dans le feu que les seules questions de dualité cohérente ! Je me familiarise alors avec les fondements alors connus de géométrie algébrique (avec le point de vue de FAC de Serre comme principale référence), avec la problématique des conjectures de Weil, et avec le formalisme des multiplicités d'intersection appris dans un cours de Serre, où il développait ston idée des "sommes alternée@des tor"). Cela allait me déclencher en 1957 sur le formalisme de K-théorie et le théorème de Riemann-Roch-Grothendieck, très proche (par son esprit) de mes réflexions de dualité.

[274](*) Bien entendu, je m'étais rendu compte que déjà dans le cas d'une immersion ouverte f : X@*Y, où le foncteur Rf ! coïncide donc avec le foncteur Lf* de "restriction à x", celui-ci n'admettait *pas* (dans le contexte des faisceaux quasi-cohérents) d'adjoint à gauche. L'adjoint à gauche habituel Rf j ("prolongement par zéro hors de X") ne conserve pas la quasi-cohérence. D'autre part, j'avais vérifié également qu'en dehors

Cette lacune mkpparaît pleinement en 1963 seulement, quand je découvre que dans le contexte de la cohomologie étale (à coefficients "discrets") qui venait de naître, existe un formalisme en tous points analogue au formalisme cohérent, avec en plus, justement, un foncteur Rf (d'image directe à supports propres) défini pour *tout* morphisme séparé de type fini. C'est d'ailleurs en me guidant pas à pas sur le travail que j'avais fait dans le cas cohérent des années auparavant (sans intéresser personne d'autre que moi), que j'arrive alors (en l'espace d'une semaine ou deux, à tout casser), a partir des deux théorèmes-clef de changement de base, à établir le formalisme complet dit "des six opérations". C'est là un formalisme de dualité incomparablement plus perfectionné et plus puissant que celui dont on disposait précédemment dans le contexte transcendant, pour les seules variétés topologiques (et systèmes locaux sur icelles), et plus satisfaisant même que le formalisme auquel j'étais parvenu en dualité cohérente.

Mes travaux de dualité cohérente sont exposés dans le séminaire bien connu de R. Hartshorne "Residuesand Duality" (paru seulement en 1966)[275](**), ceux à ce formalisme : 941
une théorie des résidus (pour des schémas de type fini et plats sur une base quelconque), et une théorie cohomologique de la différente, lesquels n'ont jamais été publiés (à ma connaissance). J'avais également développé dans les années 50 le formalisme du "module déterminant" des complexes parfaits, lequel devait finalement être inclus dans SGA 7 et dont le rédacteur (suivant l'exemple déjà bien établi par certains "rédacteurs" de SGA 5) a déclaré forfait, au bout de deux ans.

Enfin, je signale que dans la foulée de mes réflexions de dualité cohérente des années cinquante, j'avais été amené alors à introduire et à développer tant soit peu la version purement algébrique de la *cohomologie de Hodge* et de celle *de De Rham*, et notamment le formalisme des classes de cohomologie associées à un cycle algébrique (supposé lisse dans un permier temps), et une théorie des classes de chern, sur le modèle de celle que j'avais développée en théorie de Chow.

sur la dualité étale dans un ou deux chapitres de SGA 4, et surtout dans le séminaire

---

d'hypothèses de quasi-cohérence et même pour un morphisme propre de base un point, il n'y a pas de "théorème de dualité". Ainsi, l'impossibilité de définir un Rfj sous des hypothèses générales me semblait acquise et dans la nature des choses.

C'est Deligne qui s'est aperçu en 1965 ou 66 (à peine débarqué!) que l'on pouvait donner un sens à Rfi et récupérer le théorème de dualité cohérente pour un morphisme séparé de type fini non propre, à condition de travailler avec des coefficients qui sont des (complexes de) *pro-faisceaux* quasicohérents. Cette belle idée, n'a pas eu pourtant la fortune qu'on aurait pu attendre — pas plus que le formalisme initial de dualité cohérente, qu'elle permettait de parfaire.

Deligne a repris cette idée avec succès dans son essai d'une construction de "coefficients de De Rham" sur les schémas algébriques de caractéristique nulle, essai prometteur qu'il a néanmoins largué aux profits et pertes dès après mon départ en 1970. C'est à Mebkhout, six ans plus tard, qu'il était réservé de dégager "la" bonne catégorie de "coefficients de De Rham" (cristallins) que j'anticipais depuis dix ans alors @

[275](**) Le séminaire en question (paru dans Lecture Notes in Mathematics, n° 20, Springer Verlag) expose l'essentiel de mes idées sur le formalisme de dualité cohérente, centrées sur le formalisme des six opérations, la bidualité, et une théorie des "complexes résiduels" (lesquels sont des représentants injectifs canoniques des complexes dualisants). Ces idées ont été reprises dans le cadre analytique par Verdier et surtout par Ramis et Ruguet. Le séminaire Hartshorne ne contient pas, par contre, divers développements plus fins, intimement liés

SGA 5, qui y était entièrement consacré. Et c'est au moment d'écrire ces lignes seulement que je me rends compte, soudain, que mis à part quelques textes-précurseurs sporadiques (dans les séminaires Cartan et Bourbaki des années cinquante), il n'y a aucun texte systématique *publié*; et de ma plume, exposant le formalisme et le yoga de dualité, que ce soit dans le contexte cohérent, ou dans le contexte étale. Les exposés de SGA 4 consacrés à ce thème, centrés autour du seul "théorème de dualité globale" pour un morphisme séparé de type fini (en établissant que Rf, , Rf'sont adjoints), ont été rédigés par Deligne deux ou trois ans après le séminaire, d'après mes notes manuscrites[276](*). Quant au séminaire SGA 5, il a été pratiquement séquestré pendant onze ans par mes élèves cohomologistes, pour être finalement publié (*après* le texte-coup-de-scie de Deligne en 1977), copieusement pillé et méconnaissable, saccagé par les soins de l'"éditeur"-sic Illusie, à l'entière dévotion de son prestigieux ami[277](**). C'est là, dans cette ruine de ce qui fût un des plus beaux séminaires 942
que j'aie développés et, avec SGA 4, le plus crucial de tous dans mon œuvre de géomètre — c'est là la seule trace écrite de ma main, ou du moins d'après des notes de ma main, qui évoque tant soit peu le formalisme et le yoga de la dualité étale, et, au delà de ce yoga encore partiel, et irrésistiblement suggéré par lui, celui des six opérations. Mes élèves ont pris soin d'effacer toute trace de ce dernier yoga[278](*), d'une force suggestive exceptionnelle,

[276](*) Cette rédaction de Deligne se place *après* le séminaire SGA 5. D'ailleurs Deligne n'a pas suivi mes notes à la'lettre, mais une variante de ma méthode, que Verdier avait introduite dans le contexte des espaces localement compacts en 1965 (en reprenant pour l'essentiel le modèle étale). A ce moment il n'y avait d'ambiguïté dans l'esprit de personne sur la paternité de toutes les idées principales en dualité, et a fortiori, sur la paternité de la dualité étale; il ne serait venu à l'idée de personne (pas même à Deligne sûrement 1) que le fait de suivre une variance de ma méthode initiale, pourrait au cours des deux décennies suivantes être utilisé pour pêcher en eau trouble, et attribuer à Verdier la dualité étale (alors que Deligne empoche le reste du "paquet" cohomologie étale...),

[277](**) Voir à ce sujet la note "Les quatre manœuvres" (n° 169 (ii)), et les sous-notes qui la suivent.

[278](*) (8 mai) Je viens à l'instant de parcourir mes notes manuscrites pour les premiers trois exposés de SGA 5, notes qu'Illusie a bien voulu me retourner l'an dernier à ma demande. (Il est le seul des ex-rédacteurs qui ait pris la peine de me restituer les notes que je leur avais confiées @) Le premier exposé consistait en un vaste "tour d'horizon" de ce qui avait été accompli dans le séminaire précédent SGA 4, en ce qui concerne le formalisme cohomologique étale et ses relations a divers autres contextes. Le deuxième exposé développe en long et en large le formalisme "abstrait" des six variances. Il y a un formulaire essentiellement complet, mais sans effort encore pour cerner les compatibilités entre isomorphismes canoniques. (C'était là une tâche de nature plus technique, inutile à un moment où je tenais avant tout à "faire passer" ce yoga de dualité, dont je sentais bien tout la force.)

Inutile de dire qu'il n'y a trace dans l'édition-Illusie ni de l'un ni de l'autre exposé. J'avais fini par croire que (accaparé par des aspects plus techniques du séminaire) j'avais sans doute omis d'exposer la vision unificatrice. Rétrospectivement, et un an presque jour pour jour après la découverte du "massacre" du séminaire SGA 5, il me semble avoir mis le doigt aujourd'hui sur ce qui a constitué le *nerf* même de cette opération-massacre. Ce n'est pas la disparition de tels exposés ou de tels autres, annexés par un Deligne, pillés par un Verdier, sauvés du désastre par Serre ou arrachés d'un "tout" harmonieux, pour le seul plaisir dirait-on, par un Illusie. Mais c'est l'âme et le nerf même de ce séminaire, le fil conducteur constant et omniprésent tout au long de ce vaste travail fait par un seul — c'est lui qu'Illusie s'est attaché à éradiquer de SGA 5 sans laisser (quasiment) aucune trace. Le nom même "six opérations" est absent de ce séminaire, comme il est absent des travaux de mes élèves, qui ont du faire pacte tacite de ne prononcer ces mots qu'en les très rares occasions où l'un ou l'autre se trouve confronté encore à l'ouvrier déclaré défunt, auquel (tout défunt qu'il soit) il convient pourtant de donner le change...

qui avait inspirée mon œuvre sur la cohomologie tout au long des années soixante. C'était là véritablement le "nerf" dans l'idée-force des "types de coefficients"[279](**), dont le yoga des motifs est -i i A l'âme… ou la suffisance" (développant tant soit peu la "mélodie"* ou 943
le thème à variations, des types de coefficients), et "Le tour des chantiers — ou outils et vision" (notes n°s 167, 178).

Une situation aussi aberrante, où un progrès important dans une science, s'incarnant dans une vision nouvelle, est éradiquée par les soins de ceux-là mêmes qui en avaient été les premiers bénéficiaires et dépositaires, n'aurait pu s'instaurer sans cette autre situation, elle aussi hautement exceptionnelle, créée par mon départ subit et par les conditions qui l'ont entouré. De plus, la tournure qu'allaient prendre les événements avait été préparée dès avant mon départ et tout au long des années soixante par la situation de division où je me suis trouvé, accaparé d'une part par d'interminables tâches de fondements que j'étais le seul à pouvoir ou à vouloir assumer[280](*), et d'autre part sollicité constamment par des questions sur des thèmes souvent éloignés des bases premières qui m'absorbaient dans l'instant, et par là-même, bien souvent, plus intensément et plus directement fascinants[281](**). Rarement, parmi les thèmes même que je m'étais laissé le loisir d'approfondir et de développer (tel celui de la dualité), ai-je trouvé le loisir aussi de rédiger sous forme propre à la publication les résultats de mes travaux, (conformément aux critères exigeants qui sont les miens). C'est ainsi que souvent j'ai été amené à laisser à d'autres (à qui je faisais totalement confiance, certes) le soin d'une rédaction (comme cela a été le cas pour le thème "dualité", tant dans le cadre cohérent que le cadre discret étale), ou de développer telles idées de départ que je connaissais féconde ?(comme celle de catégorie dérivée, ou la cohomologie cristalline, pour ne citer que celles-là parmi un grand nombre). Dans une situation "normale", celle d'une bonne foi répondant à la confiance que je faisais en m'adressant à des élèves motivés, apprenant à mon contact leur métier et des bases d'envergure pour leur œuvre à venir,

[279](**) Cette idée-force, elle aussi, a été éradiquée, puis oubliée, par mes élèves cohomologistes. C'est une des toutes premières qui se soit à nouveau imposées à moi, dès la première rétrospective faite "quinze ans après" sur mon œuvre et sur ses vicissitudes, dans la note "Mes orphelins" (n° 45). Cette note, dont le nom touche plus juste et plus profond que je ne l'aurais alors rêvé, a été écrite pourtant dès avant la découverte de "l'Enterrement" (au sens propre et fort du terme).

La même idée-force des six opérations et des "coefficients cohomologiques" revient un peu partout, comme un Leitmotiv quasiment, quand la réflexion dans Récoltes et semailles me remet en contact avec le sort fait à mon œuvre par ceux qui furent mes élèves. Voir notamment les notes "La mélodie au tombeau —

[280](*) Je rappelle que ce travail de fondements aux vastes dimensions a pris fin abruptement et jusqu'à aujourd'hui encore, dès le jour même de mon départ. C'est là un signe éloquent de ce "malentendu" dont je parle dans la note "Le magot" (n° 169 (v)). Tout le monde était tout prêt pour amener ses meubles et s'installer à demeure dans telles maisons que j'avais construites — mais pour se remuer et manier truelle et fil a plomb pour construire encore et aménager, et fut-ce seulement sous la pression peremptoire des besoins, il n'y avait plus personne..,

[281](**) Si je m'étais écouté, que de fois aurais-je planté là les interminables taches de fondements que je me coltinais au service de tous, pour me lancer dans l'aventure inconnue qui constamment m'appelait, la vraie — au lieu de laisser à d'autres le plaisir dfarpenter les terres nouvelles que j'avais découvertes. Aujourd'hui je vois que ces terres-là restent toujours vierges, ou peu s'en faut, et que ceux en qui je croyais voir des pionniers, avaient dès avant mon départ déjà choisi d'être des confortables rentiers…

tout était pour le mieux. et pour le plus grand bien de tous les intéressés, y compris la communauté scientifique. Mais il est vrai que cette situation peu commune mettait entre leurs mains (sans que jamais avant l'an dernier l'idée ne m'en ait effleuré...), et surtout après mon départ, un *pouvoir* considérable. Dès après mon départ (voire mime, dès avant...) certains parmi eux se sont empressés d'abuser de ce pouvoir, pour escamoter l'œuvre et la vision, débiner l'ouvrier, et se prévaloir de tels outils façonnés par lui dont ils pensaient avoir l'usage. 944

Mes travaux de dualité cohérente n'ont jamais connu une grande popularité, il me semble[282](*). Par contre, ceux de dualité étale attirent une attention immédiate. Mais il serait plus juste de dire, je crois, que ce qui attire l'attention, c'est que quelqu'un s'est "débrouillé", peu importe comment, pour démontrer dans le contexte étale l'analogue de la dualité de Poincaré, cel " !e qui était bien connue de tous depuis près de cent ans j'imagine, dans le contexte familier des variétés topologiques orientées. C'était donc là "un bon point" pour la cohomologie étale (il n'y avait plus guère de doute que c'était "la bonne" pour les conjectures de weil ("d'une difficulté proverbiale"...). C'est dire que le public mathématique à l'affût des célèbres conjectures, a réagi en "consommateur", lequel répugne à reconnaître une vision nouvelle et profonde des choses et à l'assimiler, et ne retient qu'un "résultat" à allure familière. Plus de vingt ans après, je constate que cette vision-force des six opérations et des types de coefficients, s'exprimant dans un formalisme d'une simplicité déconcertante, reste ignorée de tous (à la seule exception de l'ouvrier solitaire), quand elle n'est l'objet (quand quelqu'un s'avise d'y faire quelque allusion) de commentaires rigouillards ou ironiques[283](**). Tels ingrédients épars de ma panoplie sont utilisés ici et là sans allusion à ma personne (et avec des pères de rechange tout trouvés), et tout particulièrement le formalisme de bidualité, depuis le grand rush sur la cohomologie d'intersection, après le mémorable Colloque (en 1981) dont il va être question. Mais la *vision*, d'une 945 simplicité enfantine et d'une élégance parfaite, qui a donné pourtant des preuves éloquentes de sa puissance[284](*), reste ignorée, objet du dédain de ceux qui préfèrent dédaigner (et piller...), plutôt que comprendre.

Si ce que j'ai fait de mes mains et avec mon cœur a été en avance sur son temps de vingt ans ou peut-être de cinquante, ce n'est pas par immaturité de la *mathématique* que j'ai trouvée en mettant la main à la pâte, il y a de cela trente ans. C'est par l'immaturité des hommes (**@). Et c'est à cette même immaturité qu'a été confronté mon élève posthume et unique conti — nuateur, zoghman Mebkhout. J'avais eu la grande chance, avant mon départ de 1970, de n'y être confronté que sous la forme de l'incompréhension, laquelle

[282](*) Comme je le signale dans une précédente note de b. de p., ces travaux ont inspiré ceux de Verdier, Ramis, Ruguet en théorie cohérente des espaces analytiques. Il est clair "depuis toujours" (pour moi du moins) que le même formalisme ne peut que se retrouver dans le contexte rigide-analytique (lequel, lui aussi, est toujours au stade d'enfance, par les échos qui m'en reviennent). D'autre part, Mebkhout me dit que l'école d'analyse japonaise s'est pas mal inspirée de "Residues and Duality", en s'abstenant d'ailleurs de jamais nommer l'ouvrier. Par les temps qui courent, c'est le contraire qui aurait été surprenant.. .

[283](**) pour des précisions et commentaires, voir la sous-note "Les détails inutiles", n° 171 (v) î notamment partie (a), "Des paquets de mille pages...".

[284](*) Pour des précisions au sujet de ces "preuves éloouentes", voir la sous-note "Les détails inutiles" (n° 171 (v@), partie (b) "Des machines à rien faire...".

jamais ne se départait de dispositions qui restaient amicales, zoghman Mebkhout, arrivé sur la place mathématique en d'autres temps que celui dont témérairement il continuait l'œuvre, a eu droit, lui, après l'incompréhension et le dédain, et quand la valeur d'outil d'u n de ses résultats a été enfin reconnu, à la malveillance de ses aînés et à tout le poids de l'iniquité d'une époque. Mais j'anticipe...

Une des découvertes les plus importantes que j'aie apportées en mathématique., et qui reste pratiquement ignorée de tous, a été celle de 1 '*ubiquité* du formalisme de dualité que j'avais commencé à développer dans les années cinquante : le "formalisme des six variances et de bidualité" s'applique à la fois aux coefficients "continus" envisagés initialement (théorie "cohérente"), et aux coefficients "discrets". Cette ubiquité est apparue, comme une surprise à peine croyable, au printemps 1963 — c'est grâce à elle, et à rien d'autre, que j'ai pu'développer un formalisme de dualité étale et parvenir a ce que j'appelle la "maîtrise" de la cohomologie étale. Et dès cette époque, j'étais intrigué, sans trop m'y arrêter il est vrai, par la question d'une théorie qui serait "commune", que ce soit dans le cadre schématique, ou analytique complexe, ou même topologique — une théorie qui "coifferait" les deux types de coefficients. La cohomologie de De Rham (une vieille amie à moi...) donnait une première indication dans ce sens, suggérant de chercher un'"principe commun" dans la direction des "modules à connexion intégrable" (ou des "modules stratifiés", peut-être-..). Ceux-ci donnent naissance P. une "cohomologie de De Rham" (à coefficients discrets, moralement), lacnielle se trouve ainsi mise en relation avec la cohomologie 946
cohérente. Cette approche m'a suggéré ultérieurement l'idée de "cristal" et de "cohomologie cristalline", sans pour autant suffire encore (semblait-il) à fournir la clef, pour la description d'un formalisme complet des six variances pour des types de "coefficients" qui, en un sens convenable, engloberaient à la fois les coefficients discrets ("constructibles"), et les coefficients continus[285](*).

Il ne semble pas qu'aucun de mes élèves ait su sentir ce problème[286](**),

(*ï En écrivant ces lignes, mon souvenir à ce sujet restait encore flou. Il s'est ravivé par la suite, et j. Vy reviens de façon plus circonstanciée dans la sous-note "Les questions saugrenues" (na 171 (vi)),

(**@ J'avais parlé de ce problème à Verdier, après qu'il ait développé (comme je le lui avais suggéré) la théorie de dualité des espaces topologiques (ou du moins, un embryon de théorie), sur le modèle de celle que j'avais développée dans le contexte étale (voir à ce sujet les sous-notes n°s 81, 81). Ce devait être vers le milieu des années soixante. Visiblement ça n'a pas fait "tilt" alors — le sens même de la question (un peu vague peut-être, il est vrai) semble lui avoir échappé. Pourtant, sûrement j'ai dû mentionner la cohomologie de De Rham, tant différentiable qu'analytique complexe, qui met en relations dualité de Serre et dualité de Poincaré, concernant l'un et l'autre type de coefficients. (14 mai) D'ailleurs, dès les années cinquante je savais qu'on peut généraliser le théorème de dualité de Serre au cas d'un complexe d'opérateurs différentiels entre faisceaux localement libres sur un schéma relatif propre et lisse, de façon à englober aussi la cohomologie de De Rham (donc, moralement, une cohomologie à coefficients discrets), c'est donc là un résultat de

[284](**) Pour une amorce de réflexion à ce sujet, voir la sous-note "Liberté..."

dualité très proche de celui de Mebkhout dans le cadre analytique, dont il sera question dans la note suivante. Je n'avais pas poursuivi alors dans cette voie, surtout, je crois, parce que je ne voyais pas comment faire une "catégorie dérivée" convenable avec les complexes d'opérateurs différentiels, à défaut d'une bonne notion de "quasi-isomorphisme". Il est vrai aussi que l'isolement dans lequel je travaillais, sur des questions (cohomologie cohérente) qui visiblement n'intéressaient personne d'autre au monde que moi, n'était guère stimulant pour entasser une généralisation supplémentaire (avec les opérateurs différentiels remplaçant les morphismes linéaires) par dessus celles que j'avais déjà dégagées dans mon coin, au cours des années précédentes. J'étais tout prêt pourtant du point de vue de Mebkhout, où le passage aux @"Modules correspondants (aux composantes d'un complexe d'opérateurs différentiels) donne une clef d'une simplicité parfaite, pour construire la catégorie dérivée qu'il faut. Des 1966 d'ailleurs, (mais sans m'en rendre compte clairement alors) j'avais en mains un point de vue dual, qui m'aurait permis de faire une catégorie dérivée à coups de "pro-modules stratifiés" (idée développée par la suite par Deligne, dans son-. ébauche d'une théorie des coefficients de De Rham, dont il va être question). En effet, en associant à tout Module cohérent le pro-Module de ses *parties principales d'ordre infini*, lequel est muni d'une stratification canonique, ou associée à un complexe d'opérateurs différentiels un complexe de tels promodules stratifiés, dont l'hypercohomologie cristalline s'identifie à l'hypercohomologie zariskienne du complexe d'opérateurs différentiels envisagé. (Voir mes exposés "Crystals and thé De Rham Cohomology of schémas" (notes by I. Coates and 0. Jussila, in Dix exposés sur la cohomologie des schémas (p. 306- 358), North Holland — notamment par. 6.) On peut alors définir la notion de "quasi-isomorphisme" pour un morphisme (différentiel) entre complexes d'opérateurs différentiels, de la façon habituelle, en termes des complexes de promodules stratifiés associés. à la seule exception de Deligne. 947
Il consacre un séminaire d'une année entière (à l'IHES, en 1969/70 je crois me souvenir) à développer un formalisme, qui lui permet tout au moins, pour un schéma X de type fini sur un corps de caractéristique nulle k, de décrire des espaces de cohomologie (dits "de De Rham") qui, dans le cas où k @ @, redonnent la "cohomologie de Betti" complexe ordinaire (définie par voie transcendante). Les coefficients avec lesquels il travaillait étaient des "promodules stratifiés" et des complexes de tels promodules. Il n'était pas clair pourtant si ces coefficients s'inséreraient dans un formalisme des six opérations (*ï, et Deligne a renoncé à poursuivre dans cette voie. Si je me rappelle bien, ce qui manquait surtout[287](*) pour donner confiance, c'était une description en termes purement algébriques (à coups de Modules cohérents ou procohérents et de stratifications), valable donc sur tout corps de base de caractéristique nulle, de la catégorie des faisceaux de (t-vectoriels "algébriquement constructibles" sur X[288](**), laquelle est définie par voie transcendante quand le corps de

[287](*) Ici encore, mon souvenir était flou, et il y a erreur — il était clair a priori ici, pour des raisons heuristiques de nature transcendante, qu'il *doit* y avoir un formalisme des six opérations. (Voir, pour des précisions, la sousnote "... et entrave", n° 171(viii).) Mon erreur est due visiblement à un propos délibéré (a fleur de conscience) de rationaliser, de rendre intelligible une chose qui pouvait sembler inexplicable, savoir l'abandon par Deligne d'une direction de recherche "sure" et riche en promesse. La raison en effet n'est nullement de nature mathématique l

[288](**) Je rappelle que cette notion de constructibilité avait été introduite par moi, parmi de nombreuses

base est le corps C des complexes.

( ) Les travaux de Mebkhout, qui commencent en 1972, se placent dans le contexte transcendant (et techniquement plus ardu) des espaces analytiques. C'est dans un isolement pratiquement complet qu'il se familiarise au cours des années qui suivent avec mon œuvre sur la cohomologie et avec le formalisme des catégories dérivées[289](***), laissés pour compte par ceux qui furent mes élèvesquité du formalisme qui y est développé, l'ont beaucoup 948
inspiré. C'est à partir de là qu'il s'est mis à se familiariser avec mon œuvre, laquelle est devenue par la suite sa principale source d'inspiration. Dans tous ces travaux et exposés, il prend soin d'indiquer clairement cette source.

Un fil conducteur, qui progressivement prend une place de premier plan dans ses réflexions, est le parallélisme frappant entre dualité continue et dualité discrète. Cette dernière avait pris entre-temps le nom de "dualité de PoincaréVerdier", sans que pour autant personne dans le grand monde (et surtout pas le nouveau "père" Verdier) ne fasse mine de s'interroger sur une raison profonde de ce parallélisme. C'est le règne du point de vue "utilitaire" et à courte vue, se contentant d'utiliser l'outillage déjà tout prêt que j'avais créé, sans se poser de questions — et surtout pas de question aussi vague, pour ne pas dire saugrenue! La question n'est mentionnée dans aucun texte publié, pas même (et je me rends compte que je suis ici à blâmer...) dans ceux de ma plume[290](*).

La formulation même du formalisme commun fait un usage essentiel des catégories dérivées. Mebkhout en fait son outil de travail constant, à l'encontre du vent de la mode et du dédain de ses aînés, à commencer par celui qui (on ne sait trop si c'est de bon gré ou à contrecoeur...) fait alors figure de "père" desdites catégories, savoir toujours Verdier. Par rapport à l'arsenal que j'avais introduit, l'ingrédient nouveau essentiel de Mebkhout est l'analyse microlocale de Sato et de son école. De façon plus précise, Mebkhout leur emprunte la notion de 3)-module sur une variété analytique complexe lisse (équivalente à la notion de "cristal de modules" que j'avais introduite vers 1965–66, laquelle garde un sens dans des contextes plus larges, et notamment sur des variétés singulières), et surtout la notion de 3)@cohéren, ce et la condition délicate d'holonomie sur un 3)-module cohérent. De plus, il fait un usage essentiel d'un théorème de Kashiwara de 1975, selon lequel les faisceaux de cohomologie du complexe d'opérateurs différentiels associés à un e9-module

(*î (14 mai) Je me rappelle pourtant qu'au cours du séminaire SGA, 5, j'avais constamment présent à l'esprit l'ubiquité du formalisme que je développais, et je ne manquais pas une occasion pour signaler les variantes possibles dans tels autres contextes, pour les idées et techniques que je développais dans le cadre de la cohomologie discrète étale. Il me

variantes (algébrique, analytique réelle etcï dès les années cinquante, à un moment d'ailleurs où j'étais rigoureusement seul à m'intéresser à ces questions. (Voir mes commentaires de l'an dernier, dans la sousnote n° 46 . ï

[289](***) (14 mai) Mebkhout m'a précisé, depuis, que ces premières lectures de la littérature mathématique, vers 1972, étaient des travaux des auteurs japonais de l'école de Sato. Il a eu beaucoup de mal, me dit-il, à s'y rétrouver, ça lui paraissait terriblement compliqué. C'est là qu'il a trouvé une référence au livre de Hartshorne "Residues and Duality", dont la lecture a été pour lui un véritable délassement. Il est vrai que ce livre est superbement écrit 1 Les quelques mots d'introduction que j'avais écrits pour ce livre, évoquant l'ubi

semble peu croyable que je n'aie pas mentionné au cours du séminaire oral, le problème d'une synthèse des deux types de coefficients, ne serait-ce que dans l'exposé final sur les problèmes ouverts, lui aussi disparu corps et bien de l'édition-massacre. Inutile de dire qu'aucune allusion à un tel problème ne se trouve dans cette édition, soigneusement expurgée de tout ce qui ne cadrerait pas avec l'étiquette de rigueur : "volume de digressions techniques"... (19 mai) Voir aussi à ce sujet la sous-note "Les pages mortes" (n° 171(xiiJ).
holonome sont analytiquement constructibles. C'étaient là un point de vue et des résultats 949
que j'ignorais totalement avant que Mebkhout ne m'en parle il y a deux ans@ et Deligne devait les ignorer tout autant en 1969/70, au moment de ses réflexions, restées alors sans suite, vers un formalisme des coefficients de De Rham. C'est *en mettant ensemble les deux courants d'idées* que Mebkhout parvient à une appréhension commune des deux types de coefficients sur une variété analytique complexe lisse X, en termes de complexes d'opérateurs différentiels, ou (mieux et plus précisément, dans le langage plus souple des 3)-modules) en termes de complexes de 3) — modules à cohomologie cohérente (*@. C'est là sa grande contribution a la mathématique contemporaine.

De façon plus précise, si X est un espace analytique complexe lisse, désignons par Cris* ,(X) la sous-catégorie pleine de la catégorie dérivée D*(X,@) formée des complexes de 9) — Modules à cohomologie 36 — cohérente, par

X XX Cons * (X, @) la sous-catégorie pleine de la catégorie dérivée D*(X, iC)/ formée des complexes de faisceaux d — vectoriel s sur X à cohomologie analytiquement constructible, et enfin par Coh*(X) @ D* . (X, 0) la sous-catégorie pleine

— coh @@X

de la catégorie dérivée D*(X, a), formée des complexes de 0 — Modules à cohomologie cohérente. Mebkhout met en évidence des fonctions fondamentaux

Cons*(X,(E) Coh*(X)

(Meb) @@1 N

Cris* (x) , où le foncteur de droite N est le foncteur "tautologique", dérivé total du foncteur extension des scalaires par l'inclusion évidente 0 — *@ . Le foncteur de gauche M, ou *"foncteur de Mebkhout"*, est de nature beaucoup plus profonde[291](**). Il est *pleinement fidèle*, et son image essentielle est la sous-catégorie pleine de Cris* h (X) formée des complexes de 3) — Modules à faisceaux de cohomologie non seulement cohérente, mais de plus "holonomes" et "réguliers". Ce sont là des conditions locales subtiles, la première introduite par l'école de Sato, la seconde définie ad-hoc par Mebkhout[292](*), en s'inspi- 950
rant surtout (me dit-il) de mon théorème de comparaison entre cohomologie de De Rham

[291](*) Pour des précisions au sujet du langage des @-Modules, sa relation à celui des complexes d'opérateurs différentiels et celui des cristaux, voir la sousnote "Cinq photos (@)-Modules et cristaux)", n° 171 (ix), partie (a),

[291](**) Pour une description "explicite" d'un foncteur étroitement apparenté M@ , dans le contexte des @) — modules, voir la sous-note déjà citée nc 171 (ix), partie (b) ; "La formule du bon Dieu".

[292](*) Le nom "régulier" est repris, bien entendu, de la terminologie classique pour les "points critiques réguliers" des équations différentielles de fonctions d'une variable complexe. Si i : Uc@*x est l'inclusion du complémentaire U @ X-Y d'un diviseur Y dans X, la régularité au sens de Mebkhout (pour un complexe de JD-modules C sur X), "le long de Y", s'écrit en disant que le morphisme canonique

K@r@*V* — "W

algébrique et cohomologie de De Rham analytique complexe (i. e. la cohomologie de Betti complexe). Ces conditions (et c'est cela qui pour moi fait leur principal intérêt) sont en fait "purement algébriques", gardant un sens notamment dans le cas où X serait remplacé par un schéma de type fini (lisse si on veut, mais ce n'est pas nécessaire) sur un corps de caractéristique nulle quelconque.

Le foncteur de Mebkhout M (ou "foncteur du bon Dieu"[293](**)) se décrit comme foncteur quasi-inverse du foncteur

Cons*(X, C) ,

. reg défini par

m : F @ @ DR (F) — RHom (0, F) d'ailleurs avant que je n'aie connaissance de la mystification du Colloque Pervers@ ni même encore de "l'Enterrement dans toute sa splendeur". 951

restriction du foncteur (défini sur Cris* (X) tout entier) associant à chaque complexe de S)-modules (à cohomologie cohérente) le complexe d'opérateurs différentiels (ou "complexe de De Rham") associé[294](*). Le théorème de constructibilité de Kashiwara implique que lorsque F est holonome (et a fortiori, quand il est holonome régulier), DR (F@ est bien dans Cons (X, c), ce gui permet de définir le foncteur m — une définition évidente certes, enfantine, et à laquelle pourtant personne à part Mebkhout (et jusqu'au moment du "grand rush" encore, cinq ans plus tard...) n'avait songé[295](**) ! (Il aurait fallu pour cela qu'on

de "l'image directe méromorphe" de la restriction C de C à U, vers l'image directe ordinaire, induit un quasi-isomorphisme pour les complexes de De Rham associés.

Dans le cas où Fy se réduit à un "système local" i. e. à un faisceau a — cohérent a connexion integrable, cette notion équivaut à celle de Deligne. Celleci est visiblement inspirée, elle aussi, de mon théorème de comparaison (avec cette différence que Deligne nfa garde de le signaler, alors que Mebkhout prend soin constamment d'indiquer clairement ses sources). Mebkhout n'a pris connaissance de la notion de Deligne qu'après avoir introduit sa propre définition, qui est de nature transcendante. Il n'avait pas cherché auparavant une description purement algébrique de sa condition. Le travail de Deligne montrait que dans le cas particulier envisagé, la condition algébrique de Deligne impliquait celle de Mebkhout, et Mebkhout vérifie que l'inverse est également vrai. Cela fournit dès lors la clef pour une description purement algébrique de la condition de régularité de Mebkhout, pour tout complexe de 3) — Modules à cohomologie cohérente et holonome.

Mebkhout me dit que les japonais ont une notion de "micro-différential system with regular singularities", qu'ils utilisaient dans un esprit complètement différent (pour des besoins d'analyse, et non de géométrie). Après le rush sur le théorème du bon Dieu, c'était là un moyen tout trouvé (parmi de nombreux autres) pour brouiller les cartes et pour escamoter le travail de pionnier de Mebkhout. Il semblerait que les deux notions sont équivalentes — et il y a des chances, vu l'état de pagaille délibérée dans le sujet, que personne n'ait jamais pris la peine de le vérifier. Mebkhout n'a jamais travaillé qu'avec la notion de régularité telle qu'il l'avait introduite en 1976 (et qui figure dans sa thèse, soumise deux ans plus tard).

[293](**) Pour l'origine et le sens du nom "théorème (ou foncteur) du bon Dieu", voir la note "L'inconnu de service et le théorème du bon Dieu" (n° 68′), écrite

[294](*) Voir à ce sujet la note déjà citée "Les cinq photos (cristaux et Si-modules ï" n° 171 (ix) i partie (a), "L'album "coefficients de De Rham" ".

[295](**) (7 mai) II s'impose d'appeler les *deux* foncteurs m, M, établissant dans un sens et dans l'autre l'équivalence de catégories cruciales, les *foncteurs de Mebkhout*, et de même pour les foncteurs m@,, M@ relatifs aux à) — Modules. (Au sujet de ceux-ci, voir la note citée "Les cinq photos" (n° 171 (ixï, partie (b).) En composant ces foncteurs avec les foncteurs dualisants naturels, on trouve deux autres couples de foncteurs quasiinverses l'un de l'autre, (6, A) et (fco,@co), contrevariants eux, et plus commodes à certains

se rappelle d'un certain yoga, celui des catégories.. déri-, vées, que tout le monde d'un commun accord avait décidé d'enterrer, aux cotés du défunt qui l'avait introduit parmi d'autres bombinages du même style...[296](***)). rites à la Hironaka. L'énoncé qu'il a dégagé 952
est un énoncé profond certest et la démonstration est elle aussi profonde, mais aujourd'hui de nature standard. Rétrospectivement, il apparaît que la difficulté qu'il avait à surmonter était surtout psychologique, plus que technique : travailler à contrecourant, et entièrement réduit à ses seules lumières...

De plus, la condition de *régularité*, au delà de celle d'holonomie, a été dégagée par Mebkhout "sur mesures", de telle façon justement qu'il devienne raisonnable d'espérer que le foncteur m, ainsi restreint, soit pleinement fidèle et même, une *équivalence de catégories*. Il arrive à cette conviction dès 1976. Il finit par le prouver, sous une forme très voisine tout au moins[297](*), dans sa thèse/ début 1978.

égards (cf. note citée). Ce sont les quatre *"contrafoncteurs de Meckhout"*.

[296](***) (7 mai) Plus d'une fois Mebkhout s'est vu traiter comme un rigolo, qui croit qu'écrire des flèches entre catégories dérivées (on vous demande un peu !) et des RHgm, c'est faire des maths... Il ne s'est pas laissé ébranler pour autant, pas plus que moi dans le temps quand j'ai introduit (en 1955) les Ext globaux et locaux de faisceaux de Modules (en attendant les RHom avec ou sans soulignés), lesquels donnaient le mal de mer à tous et justifiaient les plus expresses réserves à mon égard (du moins jusqu'en 1957, l'année de RiemannRoch-Grothendieck...).

Tout ça n'a pas empêché Mebkhout de faire confiance à son propre flair, et de le suivre là où il le menait. Il s'est mis au boulot les mains nues, sans expérience, sans aide de personne. Il était *sûr* que le théorème qu'il pressentait devait être vrai — toutes les indications qu'il avait en main@ étaient concordantes. Avec un peu d'expérience, il aurait été évident même qu'il avait déjà tout en mains pour le prouver, avec les moyens désormais standard que le premier de mes élèves venu appliquerait en un tournemain. Mais réduit à ses seules ressources, le théorème lui paraissait vertigineusement lointain et inaccessible — c'est à peine s'il osait espérer qu'il le démontrerait jamais 1

S'il a peiné en effet pour le prouver, pendant près de deux ans, c'est qu'il n'avait pas eu l'avantage, comme mes élèves l'avaient eu, d'être épaulé par un aîné bienveillant, et d'apprendre à mon contact une certaine technique standard de dévissage de faisceaux constructibles, jointe à la résolution des singula

[297](*) (5 mai) Dans sa thèse, Mebkhout énonce et prouve le théorème d'équivalence correspondant pour les 3) — Modules, et donne une expression explicite remarquable du foncteur quasi-inverse M. Voir à ce sujet la sous-note 171(ix) (partie (t)), et également la sous-note "Eclosion d'une vision — ou l'intrus" (nû 171-j). Mebkhout était parvenu dès 1976 à la conviction que les deux foncteurs m, m@ (donc aussi le fonction i d'extension des scalaires, dont il est question dans la dernière sous-note citée) sont des équivalences, et à la forme explicite du foncteur quasi-inverse de ru@. Le résultat qui figure dans sa thèse, concernant TOço f est de 1978. Des ce moment, il a en mains tous les ingrédients pour la démonstration (analogue, mais présentant des difficultés techniques supplémentaires) dans le cas de m.

Vue l'indifférence générale qui a accueilli sa thèse, passée en février 1979, il ne fait pas effort alors pour rédiger une démonstration en forme pour le cas de m également. Les ingrédients sont les mêmes que pour m@ , et sont inspirés de la démonstration de mon théorème de comparaison pour la cohomologie de De Rham des variétés algébriques complexes (dont il avait pris connaissance en 1975), et les techniques de dévissage de SGA 5 (qu'il, a apprises dans "la bonne référence" de Verdier, alors que le séminaire SGA 5 continuait a être soigneusement séquestré par les soins de mes chers élèves cohomologistes). Ce n'est que fin 1980, vu@1 * importance que prenaient ses idées pour la démonstration de la conjecture de Kazhdan-Lusztig, qu'il prend la peine d'écrire une démonstration circonstanciée dans le cas de m (où on ne dispose pas d'avance d'un foncteur quasi-inverse). Cette démonstration est publiée dans "Une autre équivalence de catégories" Compositio Mathematiea 51 (1984), p. 63–88 (manuscrit reçu le 10.6.81).

Je souligne a ce sujet qu'entre 1975 et 1980 (mise à part une allusion de quelques lignes de Kashiwara en

C'est surtout là *le* grand théorème nouveau apporté par Mebkhout, représentant le couronnement de huit ans de travail obstiné, poursuivi dans une solitude complète. Il contient, dans un seul énoncé lapidaire, tout un éventail de résultats profonds, de généralité croissante, dégagés patiemment et prouvés un à un, entre 1972 et 1980. Pour quelques grands jalons dans ce voyage solitaire a la découverte d'une "philosophie" nouvelle dans la cohomologie des variétés, je renvoie à la sous-note "Les trois jalons — ou l'innocence" (n° 171 (x@). Dans la présente note, mon propos sera surtout de décrire en quelques mots le nouveau panorama qui se présente, au terme de cette première longue étape des labeurs de l'ouvrier solitaire, Zoghman Mebkhout. 953

Le fait crucial (clairement reconnu par Mebkhout déjà dès 1976), c'est que la catégorie Cpns*(x, g) (de nature "topologique'[1]) peut être interprétée, grâce au foncteur de Mebkhout M, comme une sous-catégorie pleine de la catégorie Cris* h (X@, laquelle garde un sens dans le cadre de la géométrie algébrique "abstraite" ; elle peut s'interpréter aussi, "moralement", comme une sorte de "catégorie dérivée" formée avec des complexes d'opérateurs différentiels au sens ordinaire[298](*). La sous-catégorie pleine en question, définie par des conditions d'holonomie (à la Sato) et de régularité (à la Mebkhout), est visiblement 1 a bonne catégorie de "coefficients de De Rham" que je prévoyais dès les années soixante, et qui manquait encore à ma panoplie, en caractéristique nulle, pour compléter et pour relier entre elles, comme en un seul grand éventail, les "coefficients J@ — adiques" que j'avais dégagés en 1963 ; c'est aussi la catégorie que Deligne avait essayé de saisir à la fin des années soixante, sans y arriver (semblait-il) d'une façon qui le satisfasse. Cette catégorie, visiblement, aura un rôle essentiel à jouer en géométrie algébrique (et notamment dans la description de la catégorie des motifs sur un schéma de base X. . .). Le nom qui s'impose pour cette catégorie, pour moi tout au moins, est celui de "catégorie des *coefficients de De Rham — Mebkhout*"[299](**), notée DRM*(X) (ou Meb*(x)), ou DRM*(XA) (ou Meb*(xA) î dans le cadre schématique, quand X est un schéma de type fini sur un corps k de caractéristique nulle[300](*). 954

1980, dont il sera question dans la sous-note "La maffia" n° 171_2), nulle part dans la littérature en dehors des seuls travaux de zoghman Mebkhout, il n'est question du foncteur m ou m@ ni d'une "philosophie" de dualité, mettant en relation précise coefficients discrets analytiquement constructibles, et complexes de 3î-modules holonomes réguliers, ou complexes de 3)°°-modules holonomes. Comme on va voir, quand enfin l'importance de cette relation est reconnue, avec "Kaxhdàn-Lusztig" et le rush sur la cohomologie d'intersection (sous la férule de Deligne), le nom de Zoghman Mebkhout est éliminé sans tambour ni trompette, par un accord feutré, souriant et discret, et d'une efficacité implacable. . .

[298](*) Pour la relation précise entre les deux points de vue, je renvoie à la sousnote abondamment citée "Les cinq photos" (n° 17K1X@/ partie (a).

[299](**) L'incompréhension générale du rôle crucial et de la signification de cette catégorie apparaît bien déjà dans le fait que celle-ci n'a toujours pas reçue de nom ni de notation lapidaire. Au lieu de ça (dans les textes que j'ai regardés) les auteurs se bornent à des vagues références à "systèmes différentiels holonomes réguliers" (bien fin qui s'y retrouvera ! ï, de "construction" ou "correspondance" ou "relation" (supposée bien connue) entre ceux-ci et faisceaux (C-constructibles — et toujours, est-il besoin de le dire, en passant , ment sous silence celui qui a été l'artisan solitaire, mettant en branle tout ce grand battage autour de la nouvelle tarte à la crème du beau monde : "les 3@-modules" .

[300](*) Dans le cas algébrique, il faut imposer, en plus de la condition de "régularité" locale, une condition de régularité "à l'infini" (dans le cas d'une variété non propre) pour trouver les "bons" coefficients de De

C'est via le diagramme de foncteurs (Meb) plus haut, qui résume la philosophie de Mebkhout (remontant à 1976, et établie par lui au cours des années suivantes), que les *coefficients cristallins cohérents* (i. e. les objets de Cris* (X)) peuvent être regardés comme une "généralisation commune" des coefficients "discrets" (constructibles) et "continus" (cohérents). La catégorie formée par les premiers s'identifie en tous cas, par le foncteur de Mebkhout M (un foncteur de nature profonde), à la *sous-catégorie pleine* de la catégorie cristalline cohérente formée des coefficients de De Rham-Mebkhout. La situation est moins bonne pour le foncteur tautologique N, qui n'a rien de pleinement fidèle. Mais pour nous consoler et pour compléter le tableau, on peut ajouter que dans chacune des catégories en présence, on dispose d'un *foncteur dualisant* naturel, donnant lieu à un théorème de bidualité ("trivial" pour les 0 — Modules et 2@-Modules, et utilisant toute la force de la résolution des singularités de Hironaka dans le cas des faisceaux de I-vectoriels constructibles), sur le modèle que j'avais dégagé dans le cadre cohérent (commutatif) d'abord, dans le cadre discret étale ensuite (en 1963)[301](**). Ceci dit, les deux foncteurs ans plus tard 955
(en 1976), avec la connivence de Deligne et de mes autres élèves cohomologistes, tous bien au courant de la situation.

Dans l'édition-massacre de SGA 5 l'année suivante (1977), Illusie a conservé (dans l'exposé I) le théorème de bidualité, de sorte que pour un lecteur des deux textes, la supercherie de Verdier est évidente — mais apparemment elle a été considérée comme normale par tous (vu les temps qui courent...). Par contre, Illusie s'est abstenu d'inclure le résultat de stabilité de la constructibilité par les RHgm, que j'avais bien entendu donné *avant* même d'énoncer et de démontrer le théorème de bidualité, dont ma démonstration (recopiée par Verdier) ne dépend aucunement. Ainsi (il faut quand même le faire 1) Illusie se borne à établir la stabilité en question quand le deuxième argument est le complexe dualisant Ml c'était là une façon de couvrir son ami Verdier, en rendant un peu moins apparent le fait que du début à la fin (et à trois pages près dont il a été question en son lieu) l'article de Verdier est copié sur mes exposés de SGA 5. Le plus beau, c'est que la stabilité en question est déjà un corollaire immédiat du formalisme de bidualité (ce qui

---

Rham — Mebkhout, qui vont correspondre, dans le cas où le corps de base est le corps complexe, aux complexes de @-vectoriels sur Xan à faisceaux de cohomologie algébriquement (et non seulement analytiquement) constructibles ; C'est pour ces coefficients aussi qu'on a un "théorème de comparaison", généralisant mon résultat sur la cohomologie de De Rham, à savoir que la "cohomologie totale cristalline" Rrcr@ , prise au point de vue algébrique (zariskien) ou au sens transcendant, est ". la même". Cet énoncé à son tour doit être considéré comme cas particulier d'un énoncé plus complet, à savoir que les "six opérations" au point de vue algébrique sont "compatibles" avec les six opérations au point de vue transcendant.

Si mes élèves n'avaient pas été si occupés à enterrer l'œuvre du maître, c'est aux tout débuts des années soixante-dix (si ce n'est dès les années soixante...) qu'ils auraient dégagé la théorie de coefficients qui s'imposait, dans toute sa simplicité et toute sa puissance...

[301](**) (5 mai) L'extension, du contexte étale au contexte analytique, de mes résultats de bidualité, et de la stabilité de la constructibilite par l'opération RHom, est d'ailleurs automatique et m'était connue dès 1963, Verdier travaillait alors avec moi depuis trois ans, se mettant dans le bain du yoga des catégories dérivées (dont il s'était chargé de faire la théorie systématique) et de la dualité cohérente. C'est de ma bouche qu'il a appris les techniques qui permettent d'étendre le formalisme de dualité cohérente au cas des coefficients discrets. Comme on l'a vu, il s'est approprié le yoga de dualité et de bidualité, dans le contexte analytique complexe, dans "la bonne référence" treize

n'empêche qu'il est mathématiquement loufoque de faire semblant de n'établir la stabilité de la constructibilité par RHom (F, G) que lorsque G est le complexe dualisant). Mais le complaisant Illusie se garde de mentionner ce corollaire dans son exposé, de façon à garder l'apparence que le résultat de stabilité qui paraît dans "La bonne référence" du copain serait bel et bien de son crû.

On peut se demander pourquoi, sous ces conditions, Illusie a quand même gardé le théorème de bidualité — massacrer pour massacrer, il n'en était plus à ça près pourtant ! Mais s'il l'avait vidé, il aurait été obligé du coup de vider aussi la sempiternelle formule de Lefschetz-Verdier (qui en fait un usage essentiel) — c'est-à-dire justement la "tête du cheval de Troie" : la formule dont le rôle soi-disant crucial dans SGA 5 devait justifier l'impudente opération "coup de scie" de son autre copain, faisant éclater l'unité de mon œuvre sur la cohomologie étale. Refélicitations à mon ex-élève Illusie, l'astucieux "éditeur"-fossoyeur...

M et N sont compatibles aux foncteurs dualisants naturels[302](*). De plus, si F, F'sont des coefficients cristallins en dualité sur X, Mebkhout prouve que les complexes de C-vectoriels "cohomologie cristalline" de F et F'sur X[303](**)

RT. (F), , RT, (F') cris 1 cris en tant que complexes d'espaces vectoriels topologiques, 956
sont "en dualité" par un accouplement naturel, en d'autres termes qu'on a un accouplement *qui est une dualité* (d'EVT)

HX. (X, F), X H*1. (X, Ff) — *@C cris ! cris (pour tout entier i). Ce théorème de dualité "coiffe" la dualité ("absolue") connue dans le cas des coefficients discrets (que Mebkhout appelle "dualité de Poincare-Verdier"), et dans le cas des coefficients cohérents (que Mebkhout appelle "dualité de Serre"), en une dualité que j'appelerais "dualité de Mebkhout", et que celui-ci a appelée "dualité de Poincaré-Serre-Verdier"[304](*).

[302](*) Pour le foncteur tautologique N, cette compatibilité est elle-même tautologique. Par contre, pour le foncteur de Mebkhout M (ou ce qui revient au même, pour son quasi-inverse m @ (G t-@DR (G) — RHom (Q, G))), c'est là un résultat profond, prouvé par Mebkhout en 1976 (sous le nom de "théorème de dualité locale"), en même temps que le théorème de dualité globale pour les â)-Modules, dont il va être question à l'instant. Cela n'empêche que "tout le monde" utilise maintenant ce résultat comme allant de soi, et surtout (chose qui va encore plus de soi) sans jamais la moindre allusion à un certain vague inconnu...

[303](**) Je rappelle (cf. "Les cinq photos", n° 171(ix@ que la cohomologie cristalline ("absolue") de F sur X se définit comme

dfn
HP. (F) @ RHom — (0, F) *"RT (RHom@ (0@, F@ @RF (DR (F)).
cris a) — @x — (0 @ X

0*. autre part, l'indice 1 désigne la cohomologie (cristalline en l'occurence) à supports propres, i. e.
RT (F) @ Rf RHom (0, F).

[304](*) Comme je le dis déjà ailleurs (dans la note "Le compère", n° 63‴), Mebkhout "ne pouvait moins faire" que faire des coups de chapeau à son "bienfaiteur" Verdier (depuis que celui-ci lui avait communiqué la providentielle "bonne référence"), partout où il en avait l'occasion. Pourtant *aucune* des idées essentielles pour l'une ou l'autre dualité (et encore moins, si on peut dire, pour celle qui les coiffe) ne sont dues à Verdier. En fait, à part les théorèmes de dualité de Poincaré et de Serre sous leur forme initiale, lesquels m'ont bien sur servis de points de départ, toutes les idées essentielles sont contenues dans le formalisme des six variances et de bidualité que j'ai introduit et longuement développé dans les deux contextes, cohérent et discret, dans la solitude. C'est en pensant à cela que j'ai écrit l'an dernier, dans la note "La victime — ou

Ce sont là, dans ma vision des choses, les premières étapes d'un programme de dualité de vaste dimensions, incluant notamment (entre autres ( )) le développement d'un formalisme des six opérations (et de bidualité) pour les coefficients de De Rham @* Mebkhout sur les schémas de type fini sur un corps de caractéristique nulle (en attendant mieux). Vu les conditions d'isolement et l'ambiance d'indifférence où Mebkhout a du travailler, il n'a pu être question pour lui de développer un formalisme complet, tel celui que j'avais développé 957
dans les deux contextes dont il s'était inspiré ( ). Parmi les principaux résultats qu'il dégage et prouve au cours des huits années 1972–1980 ( ), celui qui m'apparaît comme le plus important dans l'optique de mon programme des années soixante@ est bien sûr celui qui met en évidence 1 a bonne catégorie de coefficients cristallins, dits "de De Rham — Mebkhout". Il se trouve que c'est ce résultat aussi qui, à partir d'octobre 1980, a connu la fortune la plus brillante, stupéfiante même, alors pourtant qu'il a été approprié (comme naguère la cohomologie — 6-adique, ou la tarte à la crème cristalline de car. p) comme un *outil* seulement, arraché d'une vision qui lui donne tout son sens et toute sa force.

Plus encore que pour les autres résultats de Mebkhout, et tout comme dans mes travaux développant le formalisme de bidualité et des six opérations, le langage des catégories dérivées est ici essentiel pour dégager la relation simple et profonde entre coefficients discrets et coefficients cohérents[305](*)r décrite dans le théorème du bon Dieu (alias Mebkhout le jamais nommé...). Ainsi, c'est près de vingt ans après la création de l'outil cohomo-

---

les deux silences" (n° 78′) que les "protecteurs" de Mebkhout "avaient bien voulu qu'il porte de ses mains un petit coin du cercueil portant ma dépouille". Il aurait été juste que je rappelle aussi à ce moment, que Zoghman a eu le courage, alors qu'il sentait bien pourtant quel vent soufflait dans le beau monde, de redire clairement dans chacun de ses articles qu'il s'inspirait de mes idées, au lieu de faire comme tout le monde et de piller le défunt tout en le passant sous silence (en écrits), et en affichant des airs de condescendance (en paroles).

Quant au nom "dualité de Serre" qu'on a fini par donner à la théorie de dualité cohérente que j'avais développée pendant des années et dans une solitude totale, il a d'autant plus de sel (et Serre, qui n'en demandait pas tant, :. l'appréciera mieux encore que personne 1), que Serre avait manifesté un total désintérêt pour mes travaux de dualité, me privant ainsi de l'unique interlocuteur que j'aurais pu espérer avoir pour mes cogitations 1 Je crois pouvoir dire d'ailleurs que ce désintérêt c'est conservé intact jusqu'à aujourd'hui même, y compris pour la notion de catégorie dérivée (et autres détails inutiles...).

[305](*) (7 mai) De façon précise, à un à-Module holonome (complexe réduit au degré zéro) le foncteur du bon Dieu associé en général un complexe constructible de C-vectoriels qui aura plus dfun faisceau de cohomologie non nul, et inversement. L'exemple le plus simple et frappant est celui où on prend un diviseur Y sur X, d'où une inclusion i : U @ X@Yc@@X, et le sous-faisceau de iA (O@rï formé des fonctions méromorphes le long de Y. C'est un résultat profond de Mebkhout, obtenu dès 1976 (et absorbé ensuite dans le théorème du bon Dieu) que c'est là un 3@-Module holonome et régulier (personne avant Mebkhout n'avait jamais songé même à regarder ce faisceau comme un S)-module, et à soupçonner de plus qu'il était ne serait-ce que cohérent.–). Son transformé par le foncteur du bon Dieu est Ri*(CrT), qui a des faisceaux de cohomologie non nuls en

sion 0 et 1 tout au moins.

C'est la un aspect de la philosophie de Mebkhout qui était absent de l'approche de Deligne, lequel obtenait un dictionnaire entre faisceaux de (C-vectoriels constructibles et certains proobjects de Coh (Q) (la catégorie des Modules cohérents sur 0) munis d'une stratification, sans avoir à passer à des

plexes et des catégories dérivées. (Il a quand même pris soin de faire intervenir celles-ci, à un moment où j'étais encore dans les parages et où l'idée ne serait venue a personne qu'on enterrerait un jour lesdites catégories...). C'est là (à première vue du moins) un avantage de l'approche de Deligne, plus proche de logique étale (que tout le inonde aujourd'hui utilise comme allant de soi, tout en traitant par le mépris la vision qui l'avait fait naître...), et grâce à ce résultat (devenu "tarte-à-la-crème") d'un obscur élève posthume, que le langage des catégories dérivées se verra soudain réhabilité (comme s'il n'avait jamais été enterré...), sous les feux de la rampe et dans les ovations de la foule, venue acclamer les enterreurs de hier jouant (modestement) les nouveaux pères. Mais à nouveau j'anticipe... 958

( ) C'est Verdier qui fait plus ou moins figure de "patron de thèse" de Mebkhout, dont le travail depuis sept ans s'était fait dans une solitude complète. Il ne s'est a aucun moment intéressé au travail de ce jeune homme, visiblement aussi borné qu'il était têtu, — un vague grothendieckien attardé qu'on traite du haut de sa grandeur. Au cours des quatres ans depuis la première rencontre en 1975, il accordera trois "entrevues" en tout et pour tout à ce quidam qui vient de nulle part. Aucun de mes autres élèves cohomologistes ne daigne non plus s'intéresser au travail dudit quidam. Sa portée pour leurs propres recherches leur échappe complètement (alors qu'elle crève les yeux, même à un croulant comme moi qui a "décroché" de tout ça depuis quinze ans...). Ils sont bien trop enfermés dans leur trip-enterrement, et dans une maussade routine tourne-manivelle, pour être à même d'appréhender une chose nouvelle se présentant sans carte de visite et sans apprêts, avec la seule force des choses toutes simples et bien trop évidentes. Depuis longtemps ils ont enterré leurs propres facultés créatrices, se bornant à être des consommateurs de produits de marque en vogue. Par la suite, ils vont pourtant largement prendre leur revanche sur l'intrus qui s'est permis de voir ce qui leur avait échappé, à eux comme à tous (alors qu'ils avaient tout pourtant, comme lui et au delà, pour voir et pour faire...). Mais là encore j'anticipe...

La soutenance a lieu le 15 février 1979, dans l'indifférence générale. Mebkhout envoie sa thèse à tous les mathématiciens dont il pouvait penser, à tort ou à raison, qu'ils s'intéressaient à la cohomologie des variétés analytiques ou algébriques — à commencer, bien sur, par tous mes élèves. Parmi tous ceux qui ont reçu un exemplaire de sa thèse, *pas un seul* n'accuse seulement réception de l'envoi, ou envoie un mot de remerciement. Il est vrai que la thèse de Mebkhout se ressent, plus encore (il m'a semblé) que tels de ses articles, des conditions d'adversité qui l'avaient entourée — elle n'a parue touffue et pas d'accès facile, à dire le moins, et ceux qui n'étaient pas dans le coup avaient des excuses de ne pas avoir accroché illicc-. Par contre, j'ai trouvé les explications orales que Mebkhout 959
m'a données de sa philosophie parfaitement claires et immédiatement convaincantes, et il n'y a aucune raison que celles qu'il a pu donner à Verdier (1976), Berthelot (1978), Illusie (1978) et Deligne (1979) l'étaient moins que celles auxquelles j'ai eu droit.

C'est au séminaire Bourbaki de juin 1979 que Deligne apprend de la bouche de Mebkhout la *"correspondance de RiemannHilbert"* qui figure dans la thèse non lue. (C'était là le nom donné par Mebkhout à l'équivalence de catégorie (ou au "dictionnaires") dont il a été

---

l'intuition géométrique directe des coefficients discrets — mais c'est un signe aussi, sans doute, que son approche est moins profonde. J'ai tendance à croire qu'elle aura encore son rôle à jouer, pourtant, mais en "tandem" sans doute avec le point de vue de Mebkhout, qui (je présume) est en quelque sorte dual.

(24 mai) Pour des précisions dans ce sens, voir la sous-note "Les cinq photos (cristaux et @-Modules)" (n° 171(ix)), partie (c), notamment p. 1009 et suivantes.

question tantôt.) Apparemment, Verdier nfavait jamais songé encore, au cours des quatre années écoulées, à toucher un mot a Deligne sur le travail de son obscur élève, travail dont visiblement l'intérêt lui échappe totalement jusque vers le moment du colloque Pervers en 1981 (où Deligne a dû se charger de lui expliquer de quoi il retournait...), chez Deligne par contre ça ne pouvait que "faire tilt" immédiatement — c'était 1 a solution, complète et lapidaire, du problème qu'il avait lui-même laissé pour compte dix ans avant !

Le réflexe qui paraîtrait aller de soi dans une telle situation (à tel point même que j'ai du mal, en ce moment encore, à m'imaginer comment on pourrait agir différemment...), c'est de féliciter aussitôt le jeune inconnu pour avoir enfin trouvé le fin mot d'une question, ma foi, profonde, sur laquelle on s'était échiné pendant une année entière, et qu'on a fini par larguer aux profits et pertes. Les mœurs ont bien changé... Deligne, toujours affable certes, se borne à un vague compliment (et pourtant, ça fait chaud au cœur au candide Zoghman, pas gâté il faut dire et bien loin de se douter de ce qui l'attendait) : oui, il avait bien reçu sa thèse et en avait même lu l'introduction, et il avait trouvé que c'étaient là "des belles mathématiques". Pour zoghman c'était un jour faste, ! c'était la première fois sûrement (et la dernière aussi...) où il a droit à un compliment venant d'un si grand Monsieur, que tout le monde connaît et cite... [306](*)

Je ne saurais dire ce qui se passe dans la tête de Deligne, à ce moment et dans l'année qui suit, concernant ce théorème remarquable qu'il venait d'apprendre de la bouche d'un inconnu. Je présume qu'il doit en parler autour de lui[307](*) — toujours est-il qu'il le 960
communique en octobre l'année suivan — .@ te (@**@) aux mathématiciens soviétiques → (@**@)
Beilinson et Bernstein, devinant sûrement qu'ils en auront l'usage. La même année, en effet, c'est cette "correspondance" (dite toujours "de Riemann-Hilbert" quand on daigne la nommer, et sans que le nom de Mebkhout ne soit jamais prononcé) qui est l'ingrédient essentiel, le *fait nouveau* qui avait manqué jusque là, pour la démonstration d'une conjecture célèbre[308](***) dont je ne connais guère que le nom, la "conjecture de Kazhdan-Lusztig". c'est là le coup d'envoi, en même temps, d'un. soudain et spectaculaire renouveau dans la cohomologie des variétés algébriques, sortant enfin d'une longue stagnation de plus de dix ans (si on met à part les travaux de Deligne sut les conjectures de weil). Ce renouveau

[306](*) (14 mai) C'est d'ailleurs la seule et unique fois où Mebkhout a eu l'honneur d'une conversation avec Deligne.

(7 juin) Pour un autre compliment, dès l'année précédente (juin 1978) et de la bouche d'Illusie cette fois, voir la note "carte blanche pour le pillage — ou les Hautes Œuvres" (n° 171.), notamment page 1091.

[307](*) (14 mai) Réflexion faite, et d'après ce que je sais par ailleurs sur Deligne, je doute qu'il en ait vraiment "parlé autour de lui", avant de ne le faire avec une idée bien précise et un plan bien arrêté. Voir la note "La valse des pères" (n° 176_4@ au sujet du jeu très particulier joué par Deligne, et le rôle qu'il a fait jouer aux deux pères-de-paille Beilinson et Bernstein. (Voir aussi "Marché de dupes — ou le théâtre de marionnettes", note n* 172_2@e)@.

[308](**) (14 mai) C'est ce qui ressort d'une lettre de Deligne à Mebkhout (reçue le 10 octobre 198O@. Pour des précisions sur l'épisode Kazhdan-Lusztig, voir la sous-note "La maffia" (n° 1712), partie (d), "La Répétition Générale".

[308](***) La même conjecture est démontrée, indépendamment et néanmoins avec un ensemble remarquable, au même moment (à quelques jours près) par BrylinskiKashiwara, avec le même ingrédient principal, et la même manip d'escamotage, *et* du rôle-clef de ce fait nouveau, e t du nom de l'auteur de celui-ci. Pour des précisions, voir la sous-note déjà citée "La maffia" (n° 171) parties (c) et (d).

inattendu se concrétise dès l'année suivante, par. le"happening "du Colloque..' de Luminy de Juin 1981, sur le thème "Analyse et topologie sur les espaces : singuliers"[309](****).

( ) Au sujet de ce "mémorable Colloque", je renvoie le lecteur à la note "L'Iniquité — ou le sens d'un retour" (n° 75), et aux notes suivantes, écrites à chaud encore et dans la stupéfaction (le mot n'est pas trop fort) de la découverte. Ces notes forment le Cortège VII de l'Enterrement, que j'ai nommé "Le Colloque — ou faisceaux de Mebkhout et Perversité".

Qu'il me suffise de rappeler ici que dans l'Introduction aux Actes du Colloque, signée par Bernard *Teisier* et Jean-Louis *Verdier*, la fameuse "correspondance de Riemann-Hilbert" est présentée comme le "Deus ex machina" du Colloque. Il en est de même dans le principal 96 î
article@ qui forme (avec l'Introduction citée) le volume I des Actes, article signé par A. A. *Beilinson*, J. *Bernstein* et P. *Deligne* (et en fait écrit, et présenté lors du colloque, par ce dernier, en l'absence des deux autres co-auteurs). D'ailleurs, les deux premiers auteurs nommés avaient été informés directement par les soins de Mebkhout (et indépendamment de Deligne) sur les tenants et aboutissants de son théorème., dès l'année précédente (novembre 1980) — Mebkhout s'était même déplacé exprès à Moscou à cette fin[310](*). Teissier était également au courant de première main et depuis longtemps — ne parlons pas de Verdier, qui avait présidé le jury de thèse de Mebkhout… Enfin, j'ajoute qu'il avait été décidé "in extremis" de demander à Mebkhout de faire un exposé sur la théorie des Si-Modules (que personne à part lui ne connaissait trop, parmi les gens sur place), Mebkhout a eu ainsi l'occasion d'informer le Colloque au grand complet[311](**) sur le théorème qu'il avait modestement appelé du nom de Riemann et Hilbert, sans pour autant laisser planer la moindre ambiguïté (on s'en doute) au sujet de la paternité de ce résultat, qui avait eu le don (imprévu pour lui comme pour tous) de faire se réunir tout ce beau monde.

C'est d'ailleurs en vain que le lecteur chercherait trace de l'exposé de Mebkhout dans 962

[309](****) Les Actes du Colloque sont parus dans Astérisque n° 100 (1982). Ces Actes ne sont d'ailleurs imprimés qu'en décembre 1983, et paraissent en janvier 1984, près de deux ans après la date marquée sur le volume.

[310](*) Voir, au-sujet de cet épisode instructif, la sous-note citée "La maffia" (n° 171) , partie (dï "La Répétition Générale (avant Apothéose)".

[311](**) (14 mai) Au sujet des participants à ce Colloque étrange, très "festival de maths grothendieckiennes", mais avec un silence absolu sur le défunt ancêtre lui-même, tout comme sur l'obscur élève posthume "qui avait eu le don… de faire se réunir tout ce beau monde"… Comme seuls élèves "d'avant 1970" à participer à ce Colloque, il y avait Deligne et Verdier, mais suffisants déjà pour bien occuper le devant de la scène, chose étrange, Berthelot et lllusie (dont les travaux ont été particulièrement marqués, je pourrais dire, par l'absence du point de vue de Mebkhout exhumé là à grandes fanfares) ne sont pas de la fête. En revanche, Contou-Carrère (élève @d'après ") s'y est égaré, tout content qu'on l'ait invité pour raconter sa méthode de résolution pour les cycles de Schubert.

Je me rappelle qu'il'. est revenu euphorique, entièrement identifié à tous ces gens brillants et célèbres avec lesquels il se sentait à tu et à toi, et qui étaient venus l'écouter, visiblement intéressés mais oui ! Il a pris des airs contrits pour me parler de Mebkhout, qui s'était ouvert à lui avec amertume mais il n'aurait plus trop su dire pourquoi — pour lui Contou, en tous cas@ visiblement la vie était belle !

C'était en juin 1981. Quatre mois plus tard, (en réponse à sa candidature unique à un poste à Perpignan) c'est la giffle bien assénée, durement encaissée par lui comme une humiliation et comme un affront. (Voir, pour cet épisode, la note "cercueil 3 — ou les jacobiennes un peu trop relatives" n° 95, notamment p. 404–406. Cette note a été écrite sans que je fasse encore le rapprochement avec l'épisode de la participation de Contou-Carrère, un peu largué sans doute, dans le brillant Colloque.)

les Actes du Colloque. Verdîer lui a gentiment expliqué après-coup que seuls les articles présentant des résultats *nouveaux* seraient inclus dans les Actes, alors que ceux de sa thèse dataient déjà de deux ans et plus. C'est en vain aussi que le lecteur chercherait trace, dans lesdits Actes, de la moindre référence bibliographique ou la moindre indication tant soit peu précise au sujet de l'origine de ce fameux théorème, qui n'est pourtant pas du à Riemann ni à Hilbert. Il aura du mal aussi à y trouver trace du nom de zoghman Mebkhout. Ce nom n'apparaît pas dans le premier volume, ni dans le texte, ni dans la bibliographie. Dans le deuxième, il figure deux fois dans la bibliographie, par des références-"pouce ! " (on pourra pas dire qu'on l'a pas cité !) de la plume de Brylinski et de Malgrange — des références qui n'ont rien à voir d'ailleurs avec le théorème du bon Dieu — alias Riemann-Hilbert — alias Deligne (et surtout pas de Mebkhout)[312](*). bras, en évitant de citer ceux à d'à coté 963
même quand ils pompent sur eux à qui mieux mieux. De toutes façons, quand il sfagit de l'ancêtre ou du vague inconnu, là ils sont tous d'accord. C'est des maths souvent brillantes, sûrement — mais moi qui suis vieux jeux, la mentalité ne m'indiffère pas et ça m'enlève l'appétit de lire, et à la limite, même d'en faire. Pas celles qu'ils font, en tous cas. L'odeur est trop pénible…

J'ai également jeté un coup d'oeuil sur l'article de J. L. Verdier, "Spécialisation et faisceaux de monodromie modérée", paru dans ces mêmes Actes, Sans surprise certes, j'ai vu de la "correspondance de Riemann-Hilbert", sans allusion (dans le texte ni dans la bibliographie) au vague inconnu dont il avait présidé la thèse. Il a dû oublier, forcément… Il

[312](*) (14 et 26 mai) A part les participants déjà nommés, j'ai eu connaissance nommément de la participation de *Brylinski*, *Malgrange* et *Laumon*. Tous les trois étaient parfaitement au courant des travaux de Mebkhout, qui avait eu l'occasion d'informer chacun de façon circonstanciée, en dehors même de la conférence qu'il avait donnée au Colloque. Cela n'a pas empêché Brylinski et Malgrange/dans leur article paru dans les Actes, qui utilise de façon essentielle les idées de Mebkhout et le théorème du bon Dieu, d'escamoter aussi bien le rôle crucial joué par l'apparition de ces idées nouvelles et d'outils nouveaux, que le nom de leur auteur.

Quant à Laumon, il se rattrapera plus tard, dans un article en collaboration avec Katz. C'est le même N. Katz qui s'était illustré déjà en 1973 avec "l'opération SGA 7", dont il a été question dans la note "Episodes d'une escalade" (n° 169 (iii), épisode 2). Il avait été d'ailleurs informé directement par Mebkhout de ses résultats dès 1979 (voir à ce sujet la note "Carte blanche pour le pillage", n° 171_4). Il s'agit de l'article "Transformation de Fourier et majoration de sommes exponentielles" (qui constitue aussi la thèse de doctorat de Laumon), lequel article circule sous forme de preprint depuis deux ans (j'ai même eu droit à un exemplaire par les soins de Laumon). Ces auteurs développent une transformation de Fourier pour les coefficients 4-adiques, sur le modèle de celle introduite par Malgrange en 1982 dans le cas des SD-Modules (dans le sillage des travaux du vague inconnu, et sans mention de son nom, comme de bien entendu). Les travaux de Mebkhout représentent le fondement heuristique de la théorie développée par Malgrange comme de celle de Laumon-Katz, au même titre qu'ils l'étaient pour l'article déjà cité de Beilinson-BernsteinDeligne (sur les faisceaux dits par eux, à tort, "pervers"). Ceci dit, Laumon et Katz suivent eux aussi le mouvement général (aucune mention de l'inconnu de service ni dans l'article, ni dans la bibliographie — pas plus d'ailleurs que de mention de l'ancêtre, il va de soi…), suivant le ton donné par les Deligne, Verdier, Berthelot, Illusie, Teissier, Malgrange, Brylinski, Kashiwara, Beilinson, Bernstein — je m'exuse pâtir l'ordre alphabétique en tous cas ça en fait déjà douze directement et activement impliqués dans la brillante mystifi– cation-escroquerie du Colloque Pervers — sans compter Hotta y mettant du sien outre-Pacifique, et de treize !

Malgrange n'est d'ailleurs pas plus cité dans l'article en question — apparemment il y a des coteries d'auteurs alliés qui se citent entre eux à tour de est question aussi d'un théorème de Riemann-Roch étale (ce nom me dit quelque chose...) — et j'avais vu ça aussi dans l'article de Laumon-Katz. Comme ni les uns ni les autres ne soufflent mot d'un certain défunt, je me dis que ce "théorème"-là doit être dû sûrement à MM. Riemann et Roch, tout comme le cas particulier qui se trouve parmi les "digressions techniques" et le "non-sensé" de SGA 5 (sans compter l'exposé de conjectures, providentiellement vidé par le prévoyant et astucieux "éditeur" Illusie...).

Mebkhout avait d'ailleurs pressenti dès 1977 un lien entre sa philosophie et la transformation de Fourier, à un moment donc où il était rigoureusement seul à s'intéresser à un yoga de dualité, reliant aï-Modules et coefficients discrets (comme moi-même l'étais naguère, pour le formalisme de dualité cohérente, puis étale). Cette intuition "transformée de Fourier" est restée vague — le contexte n'était pas alors plus encourageant pour lui à poursuivre dans cette voie, que pour moi, vers 1960, à élargir ma théorie de dualité cohérente à une théorie qui englobe les complexes d'opérateurs différentiels (voir note de b. de p. [313](**) page 946@ — II y a une allusion à la transformée de Fourier à la p. 2 de l'introduction à l'exposé "Dualité de Poincaré" de Z — Mebkhout, in séminaire sur les singularités. Université Paris VII (1977–79).

Pour en revenir au Colloque en chair et en os, il faut croire qu'aucun des brillants mathématiciens assemblés en ces lieux, daignant venir écouter l'exposé que leur faisait un vague inconnu de service, ne s'est aperçu que la "correspondance de Riemann-Hilbert" que celui-ci leur présentait comme étant de son crû, était bien celle-là même qu'avait déjà si brillamment introduite le plus, brillant d'entre eux, comme la clef de voûte heuristique de son brillant exposé, lequel formait (de l'avis même des organisateurs, Teissier et Verdier[314](*)) le "clou" de tout ce brillant Colloque sur les faisceaux dits (on se demande bien pourquoi) "pervers". Toujours est-il qu'aucun d'eux ne s'est étonné, faut-il croire, que le nom du vague inconnu n'ait pas été prononcé dans cet exposé, lequel volait si haut certes qu'il n'y avait pas lieu de s'encombrer du peu ; ni, deux ans et demi plus tard, avec la parution des Actes (début 1984), que le nom dudit inconnu ni figure pas non plus, ni dans l'introduction (déjà mentionnée)/ ni dans l'article en question de Deligne et al. Cet article ne laissait d'ailleurs guère la place d'un doute sur la véritable paternité de cette correspondance, que l'auteur principal et présentateur-prestidigitateur[315](*), avec sa 964
modestie coûtumière, s'est d'ailleurs abstenu de nommer, pas même du nom de ses deux illustres précurseurs.

S'il en est pourtant qui se sont étonnés, ils ne se sont pas fait connaître jusqu'à aujourd'hui encore — pas à moi, en tous cas, ni surtout au principal concerné qui fournissait la sauce pour la farce, savoir l'élève posthume et rigoureusement inconnu comme il se doit, aujourd'hui comme devant — zoghman Mebkhout[316](**).

---

[314](*) II s'agit de "l'avis" implicite qui ressort clairement de l'Introduction au Colloque, déjà mentionnée, signée par Teissier et Verdier.

[315](*) pour des précisions au sujet des tours de prestidigitation-arnaque de mon ami Pierre autour de la paternité du théorème jamais nommé, voir la note de l'an dernier "Le prestidigitateur" (n* 75″).

[316](**) (19 mai) pour des détails au sujet des mésaventures de mon ami zoghman, candidement égaré dans un milieu de "durs" à quatre épingles et aux airs affables, voir la suite de sous-notes "Eclosion d'une vision — ou l'intrus", "La maffia", "Les racines", "Carte blanche pour le pillage" (n° 171(i) à 171(iv) ï

(a) (4 mai) Même Serre ne fait pas exception à la règle, ayant depuis longtemps (comme André weil) développé une fâcheuse tendance à décréter que les maths qui n'ont pas l'heur de l'intéresser sont "de la connerie". Lui et weil sont pourtant d'un format qui (pourrait-on penser) devrait les mettre au dessus de tels enfantillages. En l'occurence (et mis à part les "dernières vingt pages" de Deligne), c'est par deux ou trois mille pages de "conneries" grothendieckiennes que les conjectures de Weil ont fini par être démontrées (et pas mal d'autres choses aussi auxquelles Weil ni Serre n'avàdent jamais rêvé). Cela n'a pas incité Serre a plus de modestie, puisque dans le texte même où il expose la démonstration par Deligne du dernier pas dans ces conjectures (dans le séminaire Bourbaki de février 1974, exposé n° 446), il prend cette occasion entre toutes pour ironiser (en termes polis, c'est entendu) sur les détails inutiles dont doivent être bourrés les "1583 pages" de SGA 4. Dans cette ironie facile, je ne décèle pas une malveillance ni une mauvaise foi, mais bien une inconscience et une légèreté. Il aura pris la peine de relever lie nombre de pages de trois volumes (qu'il s'est gardé de lire et dont la substance lui échappe) et de faire une addition — histoire de s'en moquer avec "élégance".

Mais tout se tient, aussi bien ma complaisance de naguère vis-à-vis de tels élèves 965
brillants, que cette "élégance"-là de Serre (à un moment où depuis quatre ans déjà l'Enterrement allait bon train...)[318](*), et tout ce qui a suivi. Trois ans plus tard a pein@, on croirait retrouver sous la plume de mon nonélève Deligne, avec la malveillance et l'impudence en plus, les termes même de Serre ou leurs sous-entendus, avec ces "détails inutiles" qu'on élague, "l'état confus" et la "gangue de non-sensé" (où ce même Deligne a appris son métier et trouvé sa principale source d'inspiration), qu'un pale digest de sa plume est destiné charitablement "à faire oublier". Ainsi, de complaisance en facilité et en impudence, en est-on arrivé dans le monde mathématique, en dix ans à peine, à un état des mœurs où le simple sentiment de décence semble avoir disparu.

Ce ne sont weil ni Serre, et encore moins Deligne, qui ont crée les outils nouveaux qui manquaient pour *"La* Conjecture", mais bien celui sur lequel ils se plaisent à ironiser — par ignorance délibérée ou par malveillance calculée, l'effet n'est pas très différent. Mais moi qui, avec un soin infini, ai écrit et réécrit, et fait écrire et réécrire, inlassablement, tout au long des mois et des années, un texte qui expose avec toute l'ampleur qu'elle mérite, le langage et certains outils de base pour une vaste vision unificatrice, nouvelle et féconde — je sais moi, et en pleine connaissance de cause, qu'il n'y a pas *une page* parmi les 1583 laissées pour compte par Serre, par mes élèves et par la mode unanime, qui n'ait été pesée et repesée par l'ouvrier et qui ne soit à sa place et n'y remplisse sa fonction, qu'aucune autre page écrite a ce jour ne saurait remplir. Ces pages ne sont le produit d'une mode ni celui d'une vanité, se plaisant à se mettre au-dessus des autir. es. Ce sont les fruits de mes amours et des longs et obscurs labeurs qui préparent une naissance.

Pour cette partie-là de mon œuvre, comme aussi pour toutes mes contributions majeures en mathématique qui dès à présent sont entrées dans le patrimoine commun, *personne*

[316](***) La présente note (en trois parties (a)(b)(c!j) est issue de deux notes de b. de p. à la note "L'ancêtre" (n° 171 (i)) — voir les notes de b. de p. [317](**) p. 944 et (*ï p. 945.

[318](*) (27 mai) Pour une réflexion enchaînant sur l'évocation de Serre, voir la partie (cî de cette note.

jusqu'à aujourd'hui n'a su refaire ce que j'ai fait (à coups de "conneries", de "détails inutiles" et de "non-sensé"), si ce n'est en me recopiant (à des variantes insignifiantes prèsJC**). Les uns recopient (tel quel ou dans des contextes voisins, voire nouveaux) en le disant (ça commence à se faire plus que rare...), les autres en jouant les nouveaux pères, et en prenant des airs de condescendance dédaigneuse vis-à-vis de l'œuvre qu'ils pillents sans vergogne, et vis-à-vis de l'ouvrier qui leur a enseigné leur métier. Cette indécence-là 966
n'a pu prospérer et s'étaler que parce qu'elle a trouvé un consensus tout prêt à l'accueillir, et ceci en tout premier lieu auprès de ceux qui (par leur stature exceptionnelle souvent) ont donné le ton.

(b) Le yoga des six opérations fait partie intégrante de cette vaste vision unificatrice" développée dans les séminaires SGA 4 et SGA 5. Je dirai même que ce yoga est le thème central du séminaire oral SGA 5 ou pour mieux dire, qu'il en est le "nerf" et l'âme. Aussi Illusie a-t-il pris soin de le faire disparaître de l'édition-massacre (destinée à devenir par ses "soins", un volume de "digressions techniques"...).

Dans la note "L'ancêtre" (n° 171 (i), p. 945) j'écris (sans autres précisions) que la vision-force des six opérations "a donné des preuves éloquentes de sa puissance". Pour moi, le signft concret le plus éclatant peut-être de cette puissance, se trouve dans la maîtrise que nous possédons de la cohomologie étale. Pour arriver à cette maîtrise, en 1963, la vision "six opérations" qui me venait de la dualité cohérente a été mon fil conducteur constant. J'estime par ailleurs être la seule personne au monde qualifiée pour se prononcer au sujet de ce qui a été déterminant dans le développement de cet outil.

Il est entendu ici que dans la démarche de la découverte, les éléments dits "heuristiques" sont presque toujours déterminants. Si je parle de la "puissance" d'un point de vue ou d'une vision (chose d'un tout autre ordre qu'un théorème par lui-même)@ celle-ci ne peut se mesurer en termes strictement techniques. Il s'agit avant tout de sa puissance "suggestive", comme guide discret et sûr dans le voyage de découverte, nous soufflant aux moments sensibles "la" bonne notion a introduire, "le" bon énoncé à dégager et à prouver, "la" théorie qui reste à développer. C'est d'avoir oublié une telle visionguide (après l'avoir enterrée) qui fait que dans la théorie cohomologique des variétés algébriques, le puissant élan des années soixante ait abouti, dès les années suivant mon départ, à un état de confusion et de marasme. A part la grande "question prestige", (savoir celle des valeurs absolues des valeurs propres de Frobenius), toutes les questions essentielles ont été obstinément éludées...

Comme autre signe de la puissance de la vision (ou en l'occurence, du formalisme) des six opérations, je vois la formule des points fixes de Lefschetz-Verdier, tant dans le contexte des coefficients discrets, que cohérents. Ici, le rôle du formalisme "six opérations" a été à la fois heuristique (en ce sens que la formule est suggérée irrésistiblement par ce formalisme) 967
et *technique* (en ce sens que le formalisme donne aussi le moyen nécessaire et suffisant pour la preuve de la formule). Il est vrai, vu l'Enterrement, qu'une infime portion seulement du formalisme cohomologique que j'avais développé a été utilisé, jusqu'au moment tout au

[318](**) (7 juin) J'ai pris connaissance dernièrement du beau livre de Fulton @Intersection Theory" ("Ergebnisse", Springer Vetrlag, 1984), et constate qu'il convient de faire exception pour le théorème de Riemann-Roch-Grothendieck.

moins du “rush” sur la cohomologie d’intersection et sur les faisceaux baptisés “pervers” (où une partie du formalisme est exhumée sans mention de l’ouvrier...). Mais je sais bien, quant à moi, qu’avec les conjectures de weil et avec l’intuition omniprésente des topos, la vision des six opérations a été ma principale source d’inspiration dans mes réflexions cohomologiques tout au long des années 1955- 1970 [319](*). C’est dire que la “puissance” de cette vision est pour moi une évidence, ou pour mieux dire, une réalité dont j’ai fait l’expérience quasiment quotidienne pendant quinze ans de ma vie de mathématicien. Cette expérience s’est d’ailleurs reconfirmée encore de façon frappante ces toutes dernières semaines, dès que jfai repris contact avec les “chantiers a l’abandon” des coefficients cristallins et de De Rham et celui des motifs[320](**).

Cette expérience toute “subjective” que j’ai de la puissance d’une certaine vision-force, 968
a également un sens “objectif”, difficile à écarter du revers d’une main. Ce sens apparaît quand on veut bien se rappeler que (mis à part quelques rares exceptions) les principales idées et notions concernant la cohomologie des variétés algébriques “abstraites” et des schémas (que tout le monde aujourd’hui utilise comme si elles remontaient a Adam et Eve[321](*)) ont été dégagées par nul autre que moi, au cours de cette même époque 1955-1970. (Il est entendu que je mets à part ici mon point de départ PAC, et les conjectures de weil).

Cette grande époque à débouché, mathématiquement, parlant (et d’après ce que j’ai pu en voir jusqu’à présent) sur une médiocrité morose, dont la cause profonde ne se situe nullement au niveau technique. C’est un des signes de cette médiocrité, qu’une vision

[319](*) (15 mai) II est entendu que la vision elle-même a pris forme progressivement au cours de cette période, à partir des premiers germes contenus dans mon article de 1955 “Sur quelques points d’algèbre homologique” (au Tohoku Math. Journal). Elle est arrivée à pleine maturité en 1963, avec le soudain démarrage de la cohomologie étale. Celui-ci se produit (comme par hasard) en les jours même, à peu de choses près, où j’introduis le “foncteur manquant” Rf j (image directe à support propres). Mais le rôle des six opérations, comme “vision-force” et comme fil conducteur omniprésent, n’est devenu pleinement conscient, je crois, qu’avec le séminaire SGA 5. Des 1966, avec le démarrage de la cohomologie cristalline, il était clair pour moi, que le premier objectif (au delà du programme limité “de rodage”, qui sera accompli dans le travail de thèse de Berthelot) était d’arriver à un formalisme des six opérations (et de bidualité) pour “les bons” coefficients cristallins. Il a fallu qu’un croulant (déclaré défunt) sorte du cercueil préparé à son intention, pour que (près de vint ans plus tard, et en s’inspirant des idées d’un vague inconnu de service et co-enterré) ces “bons coefficients” finissent enfin par être seulement *définis* l On en trouvera une description, pour des schémas de type fini sur Z notamment, dans le volume 3 des Réflexions (avec la cinquième et dernière partie de’ Récoltes et Semailles).

[320](**) (15 mai) Pour l’image des “chantiers à l’abandon” (ou des chantiers “désolés”), voir la partie 6e de la cérémonie Funèbre (notes 176′, 177, 178), et notamment la dernière des trois notes citées. Il aura suffi qu’en marge de l’écriture de Récoltes et Semailles, je consacre quelques heures ici et là au problème des coefficients cristallins de De Rham et à celui des motifs,, pour voir apparaître une définition convaincante pour les premiers, et un principe du moins pour la construction des seconds, dans le contexte crucial des schémas de type fini surE. (Comparer avec les commentaires de la note de b. de p. précédente.)

[320](*) A propos de cette mentalité de “l’utilisateur” (ou du “consommateur”) de produits mathématiques finis, qui a oublié (s’il l’a jamais su...) ce que c’est qu’une création, et au sujet également d’Adam et de Eve et du bon Dieu@ je renvoie le lecteur aux notes de l’an dernier “Un sentiment d’injustice et d’impuissance...” (n° 44″) et “L’inconnu de service et le théorème du bon Dieu” (n° 48*). Voir également “Echec d’un enseignement (2) — ou création et fatuitéM (note n°44′) f

puissante faite pour inspirer et pour nourrir de grands desseins, ait été enterrée ou livrée à la dérision, par ceux-là même qui en avaient été les dépositaires et les premiers bénéficiaires. Et un autre signe, que ni un Deligne, ni un Verdier, ni un Berthelot ou un Illusie, comblés qu'ils ont été pourtant par toutes les facilités que confèrent position et prestige, des dons brillants et une expérience consommée, n'a su faire l'œuvre qui s'imposait sur les coefficients de De Rham, dans le droit fil pourtant de leurs propres recherches (et de la vision récusée...) ; ni même, reconnaître l'œuvre novatrice et féconde, quand ils s'y sont vu confrontés. Et c'est dans ce *même* esprit (car tout se tient, encore une fois...) qu'une fois enfin reconnue la portée d'un des outils issus de l'œuvre nouvelle, ils se sont empressés de s'en emparer sans même le comprendre, et d'enterrer, aux cotés de l'ancêtre, l'ouvrier inconnu qui l'avait façonné...

(c) (27 mai)[322](**) La façon dont je m'exprime au sujet de Serre est venue là spontanément, et découle d'une perception des choses, le concernant, qui a dû se former en moi au cours des dernières semaines ou derniers mois. Il y a eu pourtant, en écrivant ces lignes, un résidu 969
d'incertitude ou de perplexité, ou de réserve, vis-à-vis de ce que je venais d'écrire. J'y faisais entendre, en somme@ que Serre en cette occasion aurait manqué "d'élégance" 1

Le fait est que, depuis bientôt trente ans que je connais Serre, sa personne a représenté pour moi l'incarnation justement de *"l'élégance"*. Je ne dois pas être le seul, sûrement, à le percevoir ainsi. Il s'agit d'une élégance, tant dans son travail et dans son œuvre, que dans sa relation à autrui, qui n'est nullement de pure forme. Elle implique aussi une probité scrupuleuse dans le travail, et une égale exigeance de probité vis-à-vis d'autrui. Plus d'une fois j'ai noté son acuité de jugement devant toute velléi– té de "brouillage" chez tel collègue moins scrupuleux, s'efforçant d'escamoter une difficulté gênante (pour n'avoir pas à reconnaître qu'il ne savait comment la surmonter), ou quelque erreur de son cru... Cette élégance impliquait donc, aussi, une *rigueur*, tant vis-à-vis de lui-même que d'autrui.

Ce sont toutes ces choses là, qui pour moi restent inséparables de la personne de Serre, qui ont du intervenir dans ce "résidu de réserve" en moi que je viens d'évoquer, devant l'expression spontanée d'une *autre* perception des choses, prenant les devants inopinément sur la perception familière. Il n'est pas question pour moi de vouloir écarter l'une des deux pour le "bénéfice" de l'autre. L'une et l'autre ont à m'apprendre quelque chose, des aspects différents d'une réalité complexe, et qui d'ailleurs n'est nullement statique. A moi de les situer ï'une par rapport à lfautre, pour parvenir à une appréhension nuancée d'une personne à qui me relient un passé, et des sentiments de sympathie et de respect.

Cette "rigueur" dont je viens de parler ne s'étendait pas, pourtant, à tout ce qui avait trait aux relations de Serre à la mathématique et aux mathématiciens. J'ai invoqué tantôt une "inconscience" ou une "légèreté", que j'aurais pu aussi bien appeler une *"fermeture"*. Elle est en contraste avec cette attitude de "prudence et de modestie" que j'ai rencontrée chez la plupart des aînés qui, comme Serre lui-même, m'ont accueilli avec bienveillance à mes débuts, et parfois (et tel fut son cas) avec chaleur. Je m'exprime à ce sujet plus loin (dans la note "Liberté...", n° 171 (vii)), où je constate que cette attitude avait fait partie

[322](**) Cette troisième partie de la note "Les détails inutiles" est issue d'une note de bas de page à la première partie. Voir le renvoi dans la note de b. de p. [323](*) page 965 —

"de l'ambiance de respect... qui imprégnait le milieu qui m'avait accueilli".

La "fermeture" que j'ai constatée chez Serre, en certaine occasions, ne date pas de hier. J'en perçois les premiers signes dès la deuxième moitié des années cinquante. Je crois qu'elle a beaucoup limité la profondeur et la portée de son œuvre à partir des années 970
soixante. Je sens un lien entre cet aspect de "fermeture'@ vis-à-vis d'approches de la mathématique différentes de la sienne, et un propos délibéré qui s'est développé en lui peu à peu, d'enfermer son appréhension des choses mathématiques et de la mathématique dans une vue (ou des "oeuillères", aurais-je envie d'écrire) purement technique ou techniciste, en se fermant à tout ce qui s'apparente à une *vision* ; à quelque chose, donc, qui dépasserait l'énoncé (ou ensemble d'énoncés) tangible, immédiat, *prouvable* ou (àla rigueur) prenant la forme de la conjecture "pure et dure", aux contours entièrement tranchés, "close" en somme (sauf qu'il reste encore à la prouver...). Avec le recul, il m'apparaît qu'il a fini par pousser à l'extrême limite cet aspect-là de ses capacités créatrices, l'aspect exclusivement "yang" et "superyang", l'aspect *"macho"*. Vu son ascendant exceptionnel sur les mathématiciens de sa génération, et de deux a trois autres qui ont suivi, il me semble que Serre a beaucoup contribué à l'avènement de l'esprit techniciste a outrance que je vois sévir dans les années soixante-dix et quatre vingt, le seul de nos jours qui soit encore toléré, alors que toute autre approche de la mathématique est devenue objet de la dérision générale.

Pour reprendre l'expression de C. L. Siegel, on assiste de nos jours à une extraordinaire "Verflachung"[324](*), à un "aplatissement", à un "rétrécissement" de la pensée mathématique, privée d'une dimension — la dimension visionnaire, celle du rêve et du mystère, celle des profondeurs — avec laquelle elle n'avait jamais avant (il me semble) perdu tout contact. Je le ressens comme un *dessèchement*, un *durcissement* de la pensée, perdant sa souplesse vivante, sa qualité nourricière — devenue pur *outil*, raide et froid, 971
pour l'exécution impeccable de tâches "à l'arrachée", des tâches aux enchères publiques @*) — quand le sens de propos et de direction, et le sens de ces tâches elles-mêmes comme parties d'un vaste Tout, sont oubliés par tous. Il y a une sclérose profonde, cachée par une hypertrophie fiévreuse.

Ce déséquilibre de la pensé*est un signe parmi d'autres d'un déséquilibre plus essentiel, et d'un vide, d'une carence plus profonds. Ce n'est pas un hasard si ce dessèchement de la

[324](*) Je tire cette expression (en allemand) d'une lettre de Serre, reçuetout dernièrement. L'expression est extraite de la préface par C. L. Siegel aux œuvres de Hecke. Serre cite cette impression de C. L. Siegel tout à la fin de sa lettre, pour ajouter aussitôt : "c'était injuste, et ça le serait encore plus maintenant, il me semble", chez moi pourtant ça a fait tilt et ça a continué à travailler. Ma courte réflexion sur la relation entre Serre et moi est sans doute sortie de là.

Je crois d'ailleurs que si Serre a cité Siegel, c'est que d'une certaine façon cette impression, provenant d'un des grands mathématiciens de notre temps, a dû travailler en lui déjà ; c'était comme un couac, sans doute, dans "la vie en rosé" mathématique. Un couac sûrement parmi d'autres, mais moins facile a évacuer, apparemment...

"Flach" en allemand signifie "plat", "dénué de profondeur" ; "Verflachung" désigne le processus aboutissant à un tel état de "platitude", ou l'aboutissement d'un tel processus qui vient d'avoir lieu. Dans le texte principal, je me suis attaché à suivre les associations suscitées en moi par ce terme très parlant, intraduisible tel quel, malheureusement. Bien sûr, j'ignore entièrement si la façon dont je perçois la chose se recouvre tant soit peu avec la perception de Siegel, dont je n'ai pas lu le texte que cite Serre.

pensées'est propagé et installé, au cours des deux dernières décennies, en même temps que se sont érodées les formes coutumières de la délicatesse et du respect dans la relation entre les personnes. Et ce n'est pas non plus un hasard si ce vent de mépris qui s'est levé et dont j'ai enfin senti le souffle, s'est accompagné d'une corruption plus ou moins généralisée, dont je ne finis pas depuis plus d'une année de faire le tour.

Serre jusqu'à aujourd'hui encore n'a rien senti de cette corruption-là, qui l'entoure de toutes parts. Je lui avais connu le nez fin, pourtant. Mais le tout n'est pas d'avoir le nez fin, encore faut-il s'en servir, prendre connaissance de ce qu'il a à nous dire, même quand les odeurs dont il nous parle sont aptes à nous incommoder ; voire, à nous inquiéter, quand ils nous mettent nousmêmes en cause. Je sais bien que Serre, pas plus que moi, ne s'aviserait de hurler avec les loups, de piller, de magouiller et de débiner) là ou "tout le monde" pille, magouille et débine. Il ne fait rien de tout ça, certes — il se contente de se boucher le nez (et tant pis si du coup il a une main de moins...), et de faire celui qui n'a rien senti.

Et il est là en bonne compagnie — pas un seul de ceux qui furent mes amis, dans ce monde qui nous fût commun et dont l'odeur me parvient jusque dans ma retraite — pas un seul ne m'a parlé encore, fut-ce par allusion, d'une odeur qu'il aurait sentie et qui l'aurait 972
incommodé. Nombreux encore, sûrement, restent ceux parmi mes collègues qui continuent a exercer avec probité le métier de mathématicien, lequel mérite bien ce respect. Mais parmi ceux qui sont assis aux premières places, je n'en connais *pas un* qui ait eu cette simplicité d'en croire le témoignage de ses saines facultés (ofalctives, en l'occurence), plutôt que de se boucher le nez pour n'avoir pas à se dire : quelque chose sent mauvais ici — il faudrait peut-être aller y voir...

Mais je reviens à la personne de Serre et à la mienne, et à cette "fermeture" que j'ai. sentie chez lui, apparue je ne sais quand et qui est allée s'accentuant avec les années. Je crois que la partie la plus féconde de son œuvre, celle qui a le plus profondément influencée la mathématique de son temps, se place aux débuts, avant l'apparition de cette fermeture ou du moins, avant qu'elle n'ai prise une emprise décisive sur sa relation à la mathématique et aux mathématiciens. C'est dans ces années là aussi, dans les années cinquante, que le contact avec lui a été pour moi le plus fécond, c'est dans ces années que se place ce rôle de "détonateur" que Serre a joué auprès de moi, donnant a mon œuvre certaines de ses impulsions les plus décisives. C'est dans ces années-là aussi qu'est née et qu'a grandi en moi une vaste vision, qui a inspiré et fécondé mon œuvre dans ces années et jusqu'à aujourd'hui encore. Je peux dire, en pleine connaissance de cause, que s'il y a eu quelqu'un

[324](*) Cette image des "enchères publiques" doit m'être suggérée par les annonces d'"appels d'offres" (sic) dont sont truffées les "lettres d'information du CNRS" et autres papiers que je reçois périodiquement, en tant qu'attaché de recherches frais émoulu dans cette estimable Institution. Ce jargon, parmi bien d'autres signes, montrent à quel point cet "aplatissement" du travail de découverte ne se limite nullement au milieu que j'avais bien connu, ni à la science mathématique. Je n'ai pas trouvé encore d'appel d'offres en mathématique pure, mais cela ne saurait tarder — et je m'imagine aisément tel de mes amis ou élèves d'antarysiér géant gravement derrière des portes capitonnées, dans tel comité au sigle rébarbatif, pour décider quels "axes de recherches" il faut déclarer prioritaires, quelles "stratégies d'approche* promouvoir, et quelles "offres" d'équipes "classées gagnantes" il convient de "retenir" pour une "présélection", voire même, honorer du gros lot, la subvention officielle par le Ministère de Tutelle, renouvelable tous les deux ans après Avis favorable de la Commision Compétente...

à part moi qui ait eu une part dans l'éclosion de la vision, c'est lui, Serre, et dans ces années-là. Et il n'a pu en être ainsi que parce qu'en ces années fécondes et décisives, il y avait en lui une ouverture aux choses mathématiques pour ce qu'elles sont, y compris à celles qui échappent encore à la prise immédiate ; celles qui paraissent réticentes d'abord à se laisser cerner par les mailles du langage déjà formé — celles qui demanderont peut-être des années d'obscurs et de patients labeurs, si ce n'est une vie entière, avant de se condenser en substance tangible et de laisser apparaître les membres et les formes et les contours d'un *corps*, vivant et vigoureux, attestant l'apparition inopinée, dans le contexte familier du connu, d'un *nouvel être*.

Je crois qu'en les premières années où j'ai connu Serre et jusque vers la fin des années cinquante, il a gardé une sensiblité pour cette chose impalpable et délicate qu'est "la création", et pour les humbles labeurs qui préparent une naissance. Je crois qu'à un moment, il a su sentir l'éclxasion d'une vision, et du langage qui lui donnait forme, tels l'âme ou l'esprit, et le corps. . . Il y avait alors une chaleur sans discours, une disponibilité discrète et efficace, là où il pouvait seconder un laborieux et intense travail qui n'était pas le sien, et auquel pourtant, par une sympathie et par une expectative, il participait.

Je ne saurais dire quand et comment cette vivacité en lui, au niveau de notre passion 973
commune, sfest émoussée, a fait place à autre chose, que j'ai essayé tantôt de cerner. Déjà vers les débuts des années soixante sinon avant, il a cessé de percevoir la forêt, pour ne consentir à voir que tel arbre ou tel autre qu'il trouvait à son goût. Le reste n'avait pas lieu d'être. Ça l'agaçait simplement@ je crois, de me voir tellement absorbé à défricher inlassablement de vastes étendues sans apparence et y planter patiemment toutes ces choses qui ne ressemblaient encore à rien, avec l'air d'un qui y verrait déjà une forêt florissante @*).

Ça ne m'a pas empêché de continuer à défricher, à planter et replanter, à élaguer, et à redéfricher et à replanter — ni qu'on soit copains comme toujours et qu'on passe des heures et des heures encore a discuter maths (au téléphone, le plus souvent). Quand j'avais une question clairement tranchée, et sur une question qui était pas à l'index, c'était à lui surtout que j'avais coutume de m'adresser, des fois qu'il aurait des lumières — et souvent, en effet, il en avait. J'ai continué à apprendre plein de choses par lui, et sûrement il en apprenait par moi qui pouvaient alors l'intéresser. C'était mieux qu'un échange de bon procédés ou de services — il y avait toujours une passion commune qui nous reliait, il y avait le feu et l'étincelle.

Mais il avait déjà cessé d'être pour moi une source d'inspiration. Cette source désormais se trouvait en moi-même seulement[325](**)@

( ) (5 mai)[326](***) Mon souvenir ici était un peu flou, et s'est reprécisé au cours des semaines suivantes, où j'ai eu l'occasion de reprendre contact tant soit peu avec ces questions. Il y avait en fait deux questions distinctes dans mon esprit, l'une parfaitement précise, l'autre assez vague.

La première question concernait le besoin de dégager une théorie complète des six variances, pour des "coefficients de De Rham" qui restaient à définir de façon précise. Mes idées cristallines ; tant en caractéristique p @O qu'en caractéristique nulle, fournissaient une amorce très précise — on connaissait déjà, d'avance, ce qui devait remplacer les "systèmes locaux" (ou "faisceaux constants tordus ") jfc-adiques (ou de Betti, dans le cadre trans- 974
cendant), et il fallait arriver à définir des "coefficients avec singularités", dans l'esprit des catégories dérivées bien sûr[328](*)'. Ce qui manquait donc, c'était une bonne condition "de

[326](*) (17 juin) Parmi les six "chantiers" que je passe en revue dans la note "Le tour des chantiers — ou outils et vision" (n° 178), il n'y en avait eu qu'u n *seul* (le chantier "motifs") qui ait eu l'heur jadis d'intéresser Serre tant soit peu — etencore... Quand je lui ai écrit dernièrement sans commentaires, dans un PS, que je pensais avoir le principe d'une construction en forme de la catégorie des motifs sur un schéma de type fini surZ, il n'y a pas fait allusion dans sa réponse. Décidément ces "maths grothendieckiennes" ne lui font plus ni chaud ni froid... C**ï (12 juin) Pour une continuation de cette réflexion au sujet de la relation entre Serre et moi, voir la note "L'album de famille" (n° 173@, partie c. ("Celui entre tous — ou l'acquiècement"), du 11 juin, et parties d. et e.

[326](***) La présente note est issue d'une note de b. de p. à la note "L'ancêtre" Cn° 171 (i)) — voir note[327](*) page 946 .

[328](*) II est clair également, quand le corps de base était @C, qu'on voulait une catégorie équivalente à celle des complexes de faisceaux C-vectoriels à faisceaux de cohomologie algébriquement constructibles. Cette indication d'une grande précision suggérait que, par dévissage, la question névralgique était celle d'associer, à tout système local cristallin sur un sous-schéma (pas nécessairement fermé), un faisceau cristallin sur le schéma ambiant. C'est essentiellement ce qui a été fait par Deligne en 1969, à cela près qu'il s'est avéré qu'au lieu d'un faisceau cristallin on trouvait un *pro-faisceau* cristallin, ce qui représentait alors une idée nouvelle importante (et "évidente", dès qu'on prend la peine de regarder...). Mais le travail systématique avec les pro-objets aurait démandé un travail de fondements assez considérable, dont celui fait par Jouanolou pour sa thèse (sur les coefficients @-adiques) donnait un avant-goût. Il aurait fallu là retrousser ses manches à nouveau...

L'approche nouvelle de Mebkhout par les @B-Modules revient dès lors (du point de vue de Deligne et du mien), à remplacer un pro-faisceau cristallin par un ind-faisceau cristallin (grâce au foncteur dualisant cohérent ordinaire RHorru (-fO)), et *passer* à *la limite*

tive pour trouver un faisceau cristallin ordinaire, i. e. (en supposant maintenant X lisse sur un corps de caractéristique nulle) un 2@ — Module. Le "miracle" inattendu alors, établi par Mebkhout entre 1972 et 1976 (en partant d'un "bout" opposé, cf. la note "Les trois jalons" n° 171 (x)), c'est que ce 2@-Module est *cohérent* (plus précisément, à faisceaux de cohomologie cohérent*). Un autre miracle tout aussi inattendu, c'est qu'on peut caractériser les 3)-modules (ou plutôt, les complexes de ïJï-modules) qu'on obtient ainsi, par des conditions simples, de nature entièrement nouvelle par rapport à l'optique cristalline grothendieckienne (savoir la condition "mierolocale" d'holonomie, en plus d'une condition de "régularité" introduite par Mebkhout et devenue familière entretemps). (26 mai) Pour des précisions au sujet de la relation de dualité entre coefficients de De Rham — Mebkhout et coefficients de De Rham — Deligne, voir la note "Les cinq photos (cristaux et 3@-Modulesï" (n° 171 (ix)), partie (c). Pour la nécessité de remplacer le point de vue de Deligne des modules procohérents par celui des cristaux en promodules cohérents, et sur la possibilité (non prouvée encore) de remplacer l'encombrant point de vue des pro-objets (cristallins ou stratifiés) par des faisceaux cristallins sans plus (par passage à la limite projective), voir la même note, parties Ce) et (d).

finitude" pour les complexes cristallins. En caractéristique nulle, c'est la " 3)-cohérence" (à laquelle ni moi ni aucun de mes élèves n'a songé, alors que c'est une idée tellement simple et naturelle M, jointe aux conditions plus délicates d'holonomie et de régularité, qui donne la — réponse, comme nous l'a appris (douze ans après le démarrage du yoga cristallin) la philosophie du bon Dieu alias Mebkhout. J'attends avec curiosité si tel de mes ex-élèves va finir par bouger (sans nommer l'inconnu de service, ni l'ancêtre, c'est une chose entendue…) pour dégager les conditions correspondantes en car. p @0, ou plutôt sans doute, dans le contexte rigide-analytique de caractéristique nulle. Mieux vaut tard que jamais… 975
(@*@). → (@*@)

Je n'ai pas poursuivi moi-même cette question dans les années soixante, ayant suffisamment d'autres taches et pensant qu'avec Berthelot et Deligne sur les rangs, elle était en de bonnes mains (comme quoi on peut se tromper…). Le travail de Deligne en 1969/70 fournissait pourtant en principe une réponse en caractéristique nulle, qui m'aurait sans doute satisfait, si Deligne avait mené ce travail à terme.

Mais dans mon esprit, une telle théorie conjecturale de*coefficients de De Rham, même si elle devait mettre en relation cohomologie "discrète" (sous forme d "une cohomologie cristalline) et cohomologie "cohérente", ne "coiffait" pas pour autant la théorie de dualité cohérente. Ainsi, je ne voyais pas qu'un faisceau cohérent zariskien définissait un "cristal enveloppant"[329](**) (NB dans le langage des SB-modules, c'est l'extension de l'Anneau des scalaires C) @*@D i pour X lisse tout au moins…) — et même si je l'avais vu, le "" "X X tal obtenu (déjà pour F @ 0@. r qui donne le cristal SL) n'est, *pas* du type

A A.

de De Rham. Pourtant, je me demandais si sur un espace analytique complexe X, la dualité cohérente (par exemple sous la forme de Serre, si X est lisse et pour des coefficients localement libres) ne pouvait pas être obtenue comme "cas particulier" de la dualité discrète, développée par Verdier sur le modèle de la théorie étale. Tel quel, ça avait l'air un peu loufoque et soulevait immédiatement une foule de questions : comment expliquer "en termes discrets" le rôle du module dualisant (formes différentielles de degré maximal) eu, et comment tenir compte des pathologies évétesques, qui n'avaient pas d'analogue dans la dualité "discrète" ?

[329](*) (26 mai) Depuis que ces lignes ont été écrites, et comme fruit inattendu de mes efforts pour faire un récit de l'Apothéose qui soit digne de passer à la postérité, j'ai été amené à dégager (sans quasiment faire exprès) ce qui me semble être à présent 1 a bonne définition des coefficients de De Rham, tout au moins pour un schéma de type fini sur Spec "fc (qui m'apparaît comme le cas le plus crucial de tous). Bien entendu, l'ingrédient nouveau essentiel, par rapport à mes idées de 1966, est la philosophie du vague inconnu, que je m'abstiendrai (comme tout le monde) de nommer ici.

L'approche que je prévois pour les schémas de type fini sur Spec (E), doit donner également les bons coefficients de De Rham (style Mebkhout ou Deligne, au choix) pour les schémas de type fini sur un corps quelconque (de caractéristique nulle, ou non). Je compte esquisser cette approche dans la partie "Coefficients de De Rham" du volume 3 des Réflexions, parmi d'autres "digressions techniques" que mes élèves pourront venir y copier a l'aise…

[329](**) (26 mai) II vaut peut-être mieux prendre le "co-cristal" enveloppant (voir note 17î (ix) partie B, pour des allusions à la notion de co-cristal). Je reviendrai sans doute sur cette question dans l'exposé promis dans la précédente note de b. de p.

C'est Mebkhout qui a été le premier (et le seul jusqu'à aujourd'hui à part moi, semble-t-il) à comprendre qu'il y a bel et bien un lien profond entre les deux dualités, mais que celui-ci ne s'exprime *pas* en disant que l'une "coiffe" l'autre, mais en trouvant une troisième théorie de dualité[330](*) celle des S@v-modules (ou "cristaux" sur xî, qui "coiffe" l'une et l'autre, et en se limitant, de plus, du coté "discret", aux complexes de C-vectoriels qui sont à faisceaux de cohomologie *analytiquement constructibles.* Iln'*ya* aucun doute pour moi que c'est là "la réponse correcte" à cette "question vague" (et un peu à côté de la plaque…) que je n'avais jamais eu pourtant l'occasion de poser à mon élève posthume… 976

(15 mai) L'écriture de "L'Apothéose" est devenue en même temps une occasion imprévue pour me familiariser tant soit peu avec l'œuvre de Mebkhout, et avec le yoga des 2@-Modules qu'il a introduit dans l'étude cohomologique des variétés. Chemin faisant, cela a fait remonter aussi des souvenirs qui avaient sombré. Je me suis aperçu notamment que dès la fin des années cinquante, ou aux débuts des années soixante, j'avais été plus près de la "philosophie de Mebkhout", que je ne m'en rendais compte il y a dix. jours seulement, en écrivant le début de la présente note ("Les questions saugrenues"). Dans le cadre des schémas propres et lisses sur une base arbitraire, j'avais en mains un énoncé de dualité (en termes d'un complexe d'opérateurs différentiels relatifs et du complexe "adjoint"), "coiffant" la dualité cohérente et la dualité pour la cohomologie de De Rham. Techniquement parlant, c'était à peu de choses près l'équivalent de la version algébrique du théorème de dualité de Mebkhout (dont il a été question, dans le contexte analytique complexe, dans la note "L'œuvre… l', n° 171 (ii)). Pourtant, mon énoncé de dualité ne me satisfaisait pas, et je n'ai pas songé à le publier ni même à lui faire de la publicité, car il m'apparaissait, sous la forme dite, trop proche du théorème de dualité de Serre (relativisé sur une base quelconque, c'est une chose entendue), dont c'est un corollaire plus ou moins immédiat. Pour arriver à un énoncé qui me satisfasse, il aurait fallu que je sache comment faire une "catégorie dérivée" avec des complexes d'opérateurs différentiels, de façon à pouvoir formuler un énoncé do. dualité intrinsèque en termes d'objets de ces catégories, sur le modèle de la théorie de dualité cohérente dégagée au cours des années précédentes.

Ce qui manquait, donc, c'était une bonne notion de "quasi-isomorphisme" pour un morphisme (différentiel) entre complexes d'opérateurs différentiels. de façon à former une 977
catégorie dérivée (en inversant formellement ces quasiisomorphismes). Il était clair que la définition habituelle (via les faisceaux de cohomologie associés) n'était pas utilisable dans le cadre algébrique (et elle ne l'est sans doute pas plus dans le cadre transcendant[331](*)). Le passage aux complexes de @)-Modules correspondants donne maintenant une réponse

[330](*) Pour des précisions au sujet de cette "troisième théorie de dualité… qui coiffe les deux autres", voir la note "L'œuvre…" (n° 171 (ii)).

[331](*) Je fais erreur ici. Mebkhout me garantit que pour un homomorphisme (différentiel) entre complexes d'opérateurs différentiels, celui-ci est un quasiisomorphisme (au sens naïf des complexes de faisceaux de C-vectoriels associés) si et seulement si l'homomorphisme correspondant pour les complexes de @-Modules associés est une quasi-isomorphisme-. C'est en effet équivalent (moyennant passage au mapping-cylinder) de dire qu'un complexe d'opérateurs différentiels est quasi-nul au sens naïf, si et seulement si le complexe de @-Modules associé est quasi-nul, chose apparemment bien connue (du moins à Mebkhout, qui la démontre dans son inépuisable thèse…).

merveilleusement simple à ma perplexisté d'antan 1

Ne voyant pas de définition toute prête pour la notion de quasi-isomorphisme, je n'ai pas essayé alors d'en avoir le cœur net si ça existait ou non, et s'il y aurait bel et bien là une catégorie dérivée remarquable. C'était à un moment où j'étais le seul à m'intéresser aux catégories dérivées (pourtant bien moins sophistiquées) formées à partir des modules cohérents et les morphismes *linéaires* entre ceux-ci... Je ne sentais pas clairement que cette question d'une notion a dégager de quasi-isomorphisme (un peu vague elle aussi, pour ne pas dire farfelue) touchait à un mystère fécond, lequel mystère admettait une "clef" d'une simplicité enfantine ! Et qu'il y avait une catégorie de "coefficients" remarquables qui attendait seulement qu'on la définisse. Il aurait fallu pour cela, sans doute, que mes réflexions se poursuivent dans une ambiance où elles rencontrent un minimum d'intérêt et d'écho, ne fut-ce que chez u n interlocuteur qui soit partie prenante !

C'est la cohomologie de De Rham qui avait attiré mon attention sur ce fait, évident bien sur, que les espaces de cohomologie globaux des faisceaux cohérents, sur une variété algébrique X sur un corps k disons, sont des "foncteurs" non seulement par rapport aux homomorphismes 0 — linéaires, mais même par rapport à *tous* les homomorphismes de faisceaux de k-vectoriels, et notamment, pour les opérateurs différentiels. C'est cette observation qui avait motivé un embryon de réflexion sur une théorie de dualité "cohérente" (ou "quasi-cohérente"), où les "morphismes" ; entre faisceaux seraient des opérateurs différentiels, au lieu d'être linéaires. Cette réflexion a tourné court, comme j'ai dit, et ceci à tel point même qu'elle ne m'est pas restée dans un coin de la mémoire, comme une chose (parmi un nombre d'autres) qu'il faudrait bien un jour tirer au clair — elle a sombré (je crois) dans 978
un oubli total jusqu'à il y a quelques jours seulement. Même ma réflexion sporadique sur les cristaux, vers 1966, ne l'a pas fait remonter dans ma mémoire, pour autant que je me rappelle. Pourtant, cette réflexion cristalline, sans que je ne m'en doute alors (faute alors de me rappeler seulement de la question !), allait me fournir dès 1966 une *autre* clef, "duale" en quelque sorte de celle de Mebkhout, pour mes perplexités dfantan, via le complexe des parties principales d'ordre infini associé à un complexe d'opérateurs différentiels. J'y fais allusion dans une note de b. de p. écrite hier (note[332](**) page 946), et je compte y revenir de façon circonstanciée dans la partie du volume 3 des Réflexions, développant le yoga des "types de coefficients" et donnant, notamment, une définition en forme de ce que je présume être "les" bons coefficients de De Rham (style Mebkhout, ou Deligne, au choix) sur un schéma de type fini surîZ (par exemple).

Techniquement, et même "psychologiquement" (en termes des problèmes déjà posés alors/et de la vision d'ensemble qui leur donnait force et vie) tout était prêt, dès la deuxième moitié des années soixante, pour dégager cette définition des coefficients de De Rham. Deligne après moi a été a deux doigts de la bonne notion, et il n'aurait pu s'empêcher de la dégager, si une force à qui il a donné toute-puissance sur sa vie et sur son œuvre, n'avait mis une fin prématurée et péremptoire à ses réflexions dans cette voie,..[333](*)

Découvrir, ce n'est pas taper sur un clou, ou sur un burin, ou sur un coin d'acier, à bras raccourcis et a coups de marteau ou de masse. Découvrir, c'est avant tout, savoir

[333](*) Voir à ce sujet la réflexion dans la sous-note "... et entrave" (n° 171 (viii)).

écouter, avec respect et avec une attention intense, la voix des choses. La chose nouvelle ne jaillit pas toute faite du diamant, tel un jet de lumière étincelant, pas plus qu'elle ne sort d'une machineoutil@ si perfectionnée et si puissante soit-elle. Elle ne s'annonce pas à grand fracas, bardée de ses lettres de noblesse ; je suis ceci et je suis cela... C'est une chose humble et fragile, une chose délicate et vivante, un humble gland peut-être dont sortira un chêne (si les saisons lui sont propices...), ou une graine qui donnera naissance à une tige et celle-ci à une fleur. Elle ne naît pas sous les feux de la rampe, ni même à la clarté du soleil. Elle n'est pas le fruit du connu. Sa mère est la Nuit et la pénombre, les brumes insaisissables et sans contours — le pressenti qui échappe aux mots qui le voudraient cerner, la question saugrenue qui se cherche encore, ou telle insatisfaction si vague et si élusive et bien réelle 979
pourant, avec ce sentiment indéfinissable (et irrécusable...) que quelque chose cloche ou est de guingois et qu'il y a anguille sous roche...

Quand nous savons écouter humblement ces voix qui nous parlent à voix basse, et suivre obstinément, passionnément leur élusif message, alors — au terme d'obscurs et tâtonnants labeurs, vaseux peut-être et sans apparence — soudain les brumes s'incarnent et se condensent, en *substance*, ferme et tangible, et en *forme*, visible et claire. En cet instant solitaire d'attention intense et de silence, la chose nouvelle, fille de la nuit et des brumes, apparaît...

( ) (4 mai)[334](*) Je ne prétends pas poser à l'homme "mûr" ou "sage", entouré par l'immaturité et l'irresponsabilité de ses semblables — ce n'est pas là, j'imagine, l'image qui se dégage de ma personne dans les pages de Récoltes et Semailles[336](**). Pourtant, dans ma relation à la mathématique tout au moins, je crois pouvoir dire que tout au cours de ma vie s'est maintenue une simplicité de bon aloi[337](***), en même temps qu'une fidélité à ma nature encouragement bienveillant aurait été de mise. Il me semble pourtant que de 980
telles situations ont été exceptionnelles dans ma vie de mathématicien, et qu'elles n'ont

[334](*) La présente sous-note est issue d'une note de b. de p. à la note "L'ancêtre" (n° 171 (i)) — voir la note[335](**) page 945.

[336](**) (26 mai) Je peux même dire que si l'écriture de Récoltes et semailles m'a révélé quelque chose à ce sujet, c'est bien un état d'"immaturité" en effet, un manque de "sagesse", et nullement l'opposé, cela a été peut-être la découverte la plus inattendue de toutes, et la plus cruciale aussi par ses implications immédiates, que la force de mon attachement à un certain passé et à mon œuvre de mathématicien, cet attachement/sous forme encore relativement discrète, s'est d'abord révélé à moi fin mars l'an dernier, au cours de la réflexion dans la note ultime "Le poids d'un passé" (n° 50) de Fatuité et Renouvellement, c'est d'être confronté à la réalité brutale de l'Enterrement, dans ses aspects surtout de mépris délibéré et de violence, qui a mis en branle en moi des puissants réflexes égotiques de défense. Us me révèlent en même temps la puissance des liens qui m'attachent à un passé, dont j'avais pu croire naguère qu'il s'était détaché de moi. AU cours de l'année écoulée, ces liens semblent avoir pris une vigueur nouvelle, et bien souvent (ces derniers temps surtout) je les ressens comme un *poids* en effet, un poids éreintant à vrai dire — comme d'autres poids qui ont pesé sur moi naguère, et qui se sont résolus...

[337](***) (16 mai) II faudrait que je fasse exception ici d'une certaine attitude possessive vis-à-vis de mes "chasses gardées", sur laquelle ge mets le doigt dans Fatuité et Renouvellement, dans la section "La mathématique sportive" (n° 40). Ces disposition "sportives" devaient me porter à minimiser les idées d'autrui, chaque fois que celles-ci m'étaient déjà connues de mon coté. On peut donc dire (contrairement à ce que j'affirme dans le texte principal) que dans ces cas-là, ma vanité interférait bel et bien avec "mon sain jugement", et avait tendance dans tel cas à m'inciter à une attitude décourageante, là où un

pas représenté une entrave dans ma créativité mathématique.

originelle. La vanité, qui a été aussi envahissante dans ma vie que dans celle de tout autre de mes collègues, n'interférait guère pourtant (pour autant que je m'en souvienne) avec mon sain jugement et avec mon flair en mathématique (@*). → (@*)

Ce n'est d'ailleurs qu'après mon départ de 1970 que jfai commencé à me rendre compte, peu à peu et chaque fois avec ébahissement, a quel point il est courant, même chez des hommes aux capacités exceptionnelles, que cellesci se trouvent parfois comme annihilées, bloquées sans espoir, semblerait-il, par des préventions de nature "irrationnelle" — et d'autant plus tenaces ! Mes premières expériences dans ce sens se placent en 1976 [338](**), et sont évoquées dans la note "on n'arrête pas le progrès" (n° 50), et une première réflexion écrite à ce sujet est poursuivie dans la note "Le Fossoyeur — ou la Congrégation toute entière" (n° 97)[339](***), dans le contexte particulier de l'Enterrement. C'est aussi 981
peu à peu seulement, et à l'encontre de forces d'inertie considérables, que je me suis rendu compte que ces causes "irrationnelles" n'en sont pas moins parfaitement intelligibles, pour peu qu'on se donne la peine de s'y arrêter et de les sonder. C'est grâce à cela que j'ai fini par les "accepter" aussi, tant bien que mal…

Pour en revenir a ma personne, et à ma relation à la mathématique. Par mon style de travail, j'ai tendance à fonctionner à coups de présomptions souvent hâtives, sans me soucier de "prudence"[340](*) ; mais je suis jusqu'au bout chacune des intuitions (ou "présomptions") apparues, ce qui fait que les erreurs nombreuses qui parsèment tout au long les premiers stades du travail finissent par s'éliminer, pour laisser place à une compréhension d'une solidité à toute épreuve, et qui (le plus souvent) touche bel et bien au cœur des choses. Ma façon spontanée de procéder est toute autre quand il s'agit de porter un jugement sur un travail d'autrui, et surtout lorsque celui-ci se place dans un sujet ou sur des registres avec lesquels je ne suis pas familier. J'ai toujours eu tendance alors, il me semble, a faire

[338](*) Voir la note de b. de p. précédente pour des réserves à ce sujet.

[338](**) (16 mai) ce ne sont pas vraiment mes premières expériences dans ce sens — j'en avais faites d'autres dans les années précédentes, avec Deligne notamment, et également dans mon passé d'avant mon départ. Mais ces expériences-là étaient restées sporadiques, alors que l'épisode autour de la thèse de Ladegaillerie était impressionnant, par la concordance parfaite dans les actes et omissions de cinq mathématiciens (tous de haut niveau), lesquels sûrement ne s'étaient pas concertés entre eux. C'est là mon premier contact avec l'Enterrement, au delà des vicissitudes de ma relation à la seule personne de mon ami Pierre.

Mais ce poids extraordinaire des facteurs "irrationnels" dans la pensée dite "scientifique" dépasse de très loin le contexte de l'Enterrement, et même celui d'une époque. Il n'est pas nécessaire d'être versé dans l'histoire des sciences (et je ne le suis nullement), pour se rendre compte que celle-ci est quée à chaque pas par les effets d'une — inertie immense, s'opposant à l'éclosion de toute idée novatrice, et à son épanouissement quand néanmoins l'idée est apparue. Pour des réflexions dans ce sens, voir notamment les deux premières parties de Fatuité et Renouvellement ("Travail et découverte" et "Le rêve et le Rêveur'.'), sections 1 à 8.

[339](***) Cette réflexion s'approfondit considérablement dans "La clef du yin et du yang", notamment, dans les deux notes (concernant cette même "Congrégation") "La circonstance providentielle — ou l'Apothéose" et "Le désaveu (tî — ou le rappel" (n°s 151, 152). Voir également la note "Le muscle et la tripe (yang enterre yin (1))" (n° 106) qui ouvre la réflexion de longue haleine sur le yin et le yang.

[340](*) Au sujet de ce style de travail, voir notamment la note "Frères et époux — ou la double signature" (n* 134), et également la section (dans Fatuité et Renouvellement) "Erreur et découverte" (n° 2).

[340](*) Voir la section "L'étranger bienvenu", n° 9.

preuve de prudence et de modestie. C'était d'ailleurs bien là l'exemple qui m'avait été donné par la plupart des aînés qui m'avaient accueilli parmi eux, tels Cartan, Dieudonné, Chevalley, Schwartz, Leray — pour ne nommer que ceux-là. Je ne me rappelle pas avoir entendu aucun d'eux s'exprimer péremptoirement, que ce soit en mal ou en bien, sur un travail dont la substance leur échappait. Cette prudence, je le réalise maintenant, faisait partie de l'ambiance de *respect* dont j'ai parlé ailleurs, qui imprégnait le milieu qui m'avait accueilli[341](**). Il me semble que c'est cette prudence, signe d'un respect, qui s'est dégradé en premier dans ce milieu auquel je me suis identifié pendant plus de vingt ans de ma vie. Peut-être ma mémoire me trahit-elle et je me fais illusion, mais il me semble que j'ai été relativement peu touché par cet aspect-là de la dégradation d'une ambiance de respect. Je suis toujours resté conscient, je crois, de l'étendue de mon ignorance en mathématique en général, et de mes limitations pour pouvoir appréhender tel travail d'autrui, dès que celui-ci se plaçait en dehors de mon foyer d'intérêt, fortement centré le plus souvent.

Pour ce qui est des travaux d'autrui que j'étais à même de comprendre et par là, 982
d'apprécier ou de juger (pour peu seulement que je veuille bien m'en donner la peine), je ne me rappelle pas non plus d'erreur de jugement grossière, que ce soit en mal ou en bien, que j'aurais eu à constater après coup. Il en est encore de même du sentiment que j'avais au sujet de mes propres idées et intuitions, que ce sentiment concerne la présence (ou l'absence) d'une "bonne question", ou celle d'une riche substance a sonder, ou la portée de telle idée, ou la compréhension plus ou moins complète et plus ou moin profonde que j'avais d'une situatiqn ou d'une chose. Dans tous ces cas-là, si erreur il y avait, c'était à chaque fois dans le sens plutôt d'un "moins". Oui — le plus souvent la richesse d'un thème nouveau ou d'une idée nouvelle, sa véritable portée en profondeur et en extension, ne se révèlent pleinement que peu à peu, au fil des semaines et des mois, quand ce ne sont des années. Cette confirmation progressive d'un sentiment initial juste (le plus souvent), mais qui reste d'abord vague et diffus, par un "travail sur pièces" plus ou moins approfondi et plus ou moins minutieux, nous vient alors comme une surprise et comme un émerveillement, se renouvelant constamment au fil des heures et des jours. C'est là, sûrement, la cause de l'extraordinaire fascination qu'exercé le travail de recherche (qu'il soit mathématique, ou autre) : à chaque pas, la réalité qui se dévoile à nos yeux dépasse nos rêves mêmes les plus téméraires, en richesse, en délicatesse et en profondeur...

Mais j'en reviens à mon appréhension du travail d'autrui, quand celui-ci se plaçait dans des sujets qui m'étaient familiers, voire des sujets "chauds" pour moi. Je crois pouvoir dire que ma vivacité à pressentir la portée véritable d'une idée (laquelle souvent échappe à l'auteur lui-même) a joué dans mon œuvre un rôle capital. Je songe en tout premier lieu, ici, au rôle exceptionnel joué par Serre, et au fait que pendant ces quinze ans d'une richesse exceptionnelle dans mon œuvre, entre 1955 et 1970, la plupart de mes idées, et la plupart aussi de mes grands investissements, avaient leur point de départ dans quelque idée ou approche de Serre, parfois d'anodine apparence. Je compte en parler de façon plus circonstanciée dans les "Commentaires historiques" à l'Esquisse Thématique[342](*). Mais il ne s'agit pas là, pour autant, d'une ouverture particulière vis-à-vis de la seule personne de Serre. La même

[342](*) Ces "Commentaires" sont annoncés dans "Boussole et bagages" (Intr. 3).

chose (toutes proportions gardées) s'est produite avec d'autres mathématiciens, aussi bien dans mon passé d'analyste fonctionnel, que dans celui de géomètre[343](**). finie" sur une 983
base quelconque, au cas où celle-ci est le spectre d'un anneau local *fini* (voire, d'un corps fini), principe d'une grande portée que j'ai extrait d'une idée de démonstration frappante d'un résultat remarquable (ettrès particulier) de D. Lazare. Voir à ce sujet la note "Pouce I" (n° 77) et la note de b. de p. [345](***) p. 297 à celle-ci. (16 mai) Je ne suis pas sûr que chaque fois que je m'inspirais d'une idée due à autrui, j'aie pris soin de le signaler. Par exemple, je ne me rappelle pas, dans le paragraphe pertinent de EGA IV, avoir pris le soin de citer Lazare, comme source de la méthode générale de réduction qui y est développée C'était là une négligence qui, en ces temps-là, ne semblait pas tirer a conséquence. Je crois que des gens comme Dieudonné (co-rédacteur des EGA avec moi) ou Serre, qui devaient connaître comme moi ce résultat de Lazare, comme étant (sans doute) le premier du genre, n'auraient pas non plus considéré comme impérieux (ou seulement opportun) de le citer — ce n'était en tous cas pas dans les canons du style Bourbàki 1 II est vrai que Bourbaki se rattrapait dans les notes historiques, qui font défaut dans les EGA et ailleurs dans mon œuvre. Aujourd'hui, instruit par l'effrayante dégradation de l'éthique scientifique en milieu mathématique au cours des années 70 et 80, je serais beaucoup plus méticuleux que je ne l'ai été, pour indiquer soigneusement mes sources, non seulement au sens technique, mais également au sens heuristique, qui est souvent bien plus crucial encore. Dans les "Commentaires" historiques déjà cités, je pense réparer au moins quelques unes de mes omissions à cet égard.

Je puis dire que, tout au cours de ma vie de mathématicien, j'ai été surabondamment "récompensé" pour cette simplicité d'approche de la mathématique, que je viens d'essayer de cerner tant soit peu. Cette simplicité, qui en d'autres sphères de ma vie m'a souvent fait défaut, est un bienfait par ellemême. A vrai dire, la fécondité et la puissance de mon œuvre sont dues à cette simplicité-là, qui n'est autre aussi que celle de l[1] *enfant...*

.171 (viii), , ... , . ( ) (4 mai)[346](*) Je fais erreur ici, et mes souvenirs se sont précisés (et rectifiés) au cours des deux mois écoulés, en reprenant un peu mieux contact avec le sujet. En fait, le principal propos de Deligne avait été justement de donner cette "description purement algébrique" des faisceaux discrets (de (C-vectoriels) constructibles et de la catégorie dérivée idoine[347](**). Les coefficients qu'il introduit (via une condition de "constructibilité" ad hoc sur un faisceau pro-cristallin, condition définie par l'existence d'un "dévissage" convenable, calqué sur celui que j'avais introduit dans le contexte étale 984
ou analytique complexe) sont faits "sur mesure" pour répondre à ce desiderata. Dès lors, il devenait (heuristiguement) "évident" qu'un formalisme des six opération@ *devait* exister pour ces coefficients (en caractéristique nulle), et ça devait même pouvoir se démontrer à

[343](**) A titre d'exemple (parmi de nombreux autres), je signale le principe de réduction d'énoncés sur des situations schématiques relatives "de présentation

[343](*) La présente note est issue d'une note de b. de p. à la note "L'ancêtre" (n° 171 (i)), voir la note[344](*) à la page 947.

[347](**) II s'agity ici, de la catégorie (notée Çons*(x, iÇ) dans la note "L'œuvre...", n° 171 (ii)) formée des complexes de faisceaux de C-vectoriels sur X, à faisceaux de cohomologie analytiquement constructibles, vue comme sous-catégorieipleine de D*(X, ç).

la rigueur, "brutalement et bêtement", par application judicieuse du "principe de Weyl" de réduction au cas (connu) où le corps de base est t.

Des lors, cela peut paraître un mystère, pour peu qu'on s'y arrête, qu'un Deligne ait pu abandonner une approche visiblement pleine de promesses, vers la description de "catégories de coefficients" qui (c'était la une chose bien claire dès le milieu des années soixante) allaient avoir un rôle crucial à jouer dans la cobomologie des variétés algébriques. Ainsi il a laissé à un autre le soin de dégager finalement, huit ans plus tard, une approche en quelque sorte duale et plus pénétrante[348](*), qui allait aussitôt[349](**) renouveler le thème cohomalogique en géométrie. La chose ne m'avait pas tellement frappée précédemment, vu que cette amorce de théorie par Deligne s'est placée peu avant mon départ, et que rien encore, à ce moment, n'aurait pu laisser présager le sort qui lui serait réservé. Après mon départ d'autre part, et pratiquement jusqu'à ces tout derniers mois encore, j'avais entièrement perdu contact avec le thème cohomologique.

j'avais songé dernièrement, un peu à la va-vite et sans m'y arrêter, que la raison de cette désaffection de Deligne pour une théorie dans laquelle il s'était investi pendant une année entière, pouvait tenir au fait qu'il n'était pas satisfait de son critère-définition de "constructibilité" par dévissage. Celui-ci pouvait paraître trop simpliste, et c'est un fait qu'il est sûrement moins profond que la condition algébrique locale d'holonomie et de régularité, dégagée par Mebkhout en 1976 dans son point de vue "dual". Mais réflexion faite, cette "explication" ne tient tout simplement pas debout 1 Ce n'est sûrement *pas* parce qu'une approche vers une question névralgique serait "trop simple", qu'un mathématicien 985
en pleine possession de ses moyens larguerait et l'approche, et la question 1 Tout au plus larguerait-il son approche première, le jour où il en aurait trouvé une autre qui permette de parvenir à une vision plus profonde et plus complète de cette même question[350](*) !

Des que je pose tant soit peu sur cette situation étrange, il devient clair que dans ce cas encore, comme dans beaucoup d'autres, les motivations de mon ami Pierre n'avaient rien de mathématique,, ni même de "rationnel". En y resongeant, je me suis rendu compte à quel point la problématique autour des coefficients de De Rham, qui ne prenait tout son sens que dans l'optique des six opérations et du yoga cristallin[351](**) (yoga que j'avais introduit quelques années avant avec les topos cristallins, et dans l'esprit justement des six

[349](*) Je n'ai aucun doute d'ailleurs que si Deligne n'avait pas laissé tomber le thème des coefficients de De Rham (qu'il tenait de moi), il n'aurait pu s'empêcher, dans la foulé, de découvrir (huit ans avant l'inconnu de service) le yoga "dual" des 3)-modules, et de se familiariser du coup avec les idées de l'école de Sato.

[349](**) Le terme "aussitôt" ne correspond pas tout à fait à la réalité telle qu'elle a été (mais à celle, plutôt/"qui aurait dû être", si...). En fait, trois ans se sont écoulés entre le moment où la philosophie nouvelle et l'outil nouveau étaient prêts, et celui où les gens qui donnent le ton ont fini par s'apercevoir qu'il y avait là quelque chose qui pouvait servir (et bon à empocher...).

[350](*) En fait, dans ce cas d'espèce, il m'apparaît qu'il n'y a nullement lieu de "larguer" l'approche de Deligne, au profit de celle du bon Dieu (pour ne pas nommer Mebkhout). Les deux approches se complètent mutuellement, celle de Deligne ayant l'avantage d'être plus proche de l'intuition géométrique, et celle de Mebkhout étant plus simple techniquement (en évitant le recours aux pro-objets), et à divers égards plus profonde.

[351](**) Je me rappelle d'ailleurs que dans l'exposé que Deligne faisait de sa théorie, il évitait

opérations...) — a quel point toute cette problématique était enracinée dans mon œuvre et dans ma personne, et ceci de façon *clairement apparente pour tous*.

Il est vrai que la problématique des coefficients de Hodge venait également du même maître, dont déjà, en son for intérieur (et à son propre insu, peut-être) l'élève se distançait. Mais la filiation était là bien moins évidente pour le monde extérieur (et personne, y compris même Serre, ne semble l'avoir perçue[352](***)), et surtout : une première tranche du travail de grande portée qui était à faire, ne s'inscrivait pas dans une vision ("six opérations" ou autre...) ostentativement grothendieckienne, pas de façon clairement apparente à tous, tout au moins. lette" (notamment p. 813). Pour une exploitation de cette filiation, voir 986
"Les points sur les i" (note n* 164), I 4 (notamment p. 793), et sa sous-note n° 164 .

Mais ce n'est pas un hasard, comme je l'ai souligné plus d'une fois, que la théorie cohomologique de Hodge-Deligne, après un démarrage spectaculaire à la fin des années soixante, en reste encore aujourd'hui au stade d'enfance, ou les seuls coefficients tolérés sont constants (ou, a la rigueur, "lisses", c'est a dire les équivalents au sens "Hodge-Deligne" des systèmes locaux), et où des opérations aussi cruciales que les images directes supérieurs de Leray R f@ (pour ne parler que de ceux-là) n'ont pas cours I La question de définir la bonne notion de "coefficients de Hodge" et les opérations pertinentes dessus, n'est pas seulement *mentionnée* dans l'œuvre de Deligne (pour autant que je sache), alors qu'elle m'était familière déjà, sauf erreur, dès avant même que j'aie eu le plaisir de faire sa connaissance. Quand, après mon départ et au cours des ans, il m'arrivait de poser la question, (j'ai fini par me lasser, forcément...), de ce qu'il attendait pour développer à la fin des fins la théorie qui s'imposait, il répondait invariablement : "c'est trop diff icile..."[353](*) Ça ne me convainquait pas, c'est sûr — si je n'étais parti dans une toute autre aventure,

systématiquement le recours au langage cristallin, qui pourtant donnait à sa théorie une dimension plus profonde, en l'insérant dans un formalisme cohomologique topossique déjà existant. Egalement, je réalise que, tout comme Berthelot et mes autres élèves cohomologistes, il avait perdu le sens de l'*unicité* profonde entre la cohomologie cristalline en caractéristique — p, et les phénomènes cristallins de caractéristique zéro (qui faisaient l'objet de son séminaire). Ce sont là des. signes d'un propos délibéré d'ignorance d@une Unité foncière, laquelle se trouve morcellée arbitrairement et par là, détruire. Ce propos délibéré est dans la nature d'un "blocage", par intervention de forcés de nature égotique, étrangères à la pulsion de connaissance. Pour une illustrationdé ce blocage chez un autre de mes élèves cohomologistes, que j'ai pourtant connu doué d'une fine intuition, voir la sous-note n° 91 à la note "Les cohéritiers. ..".

@**) Cela semble bien ressortir en tous cas du rapport de Serre sur les travaux de Deligne, cité dans la sous-note n° 165 à la note "Requiem pour vague sque

[353](*) Cette réponse s'est associée dernièrement avec "L'Eloge Funèbre" (ou l'enterrement par le compliment), de la plume de Deligne, dont il a été question encore dernièrement (voir la note "Les joyaux" n° 170 (iii)). Cet "Eloge" s'achève par cette interrogation (qui vaut son pesant de Pierre...) : II a quitté l'IHES en 1970 à un moment où sa passion pour les mathématiques s'éclipsait. Faut-il croire que les problèmes qu'il se posait dans la ligne qu'il s'était tracée, *étaient devenus*, *trop difficiles* ? " (C'est moi qui souligne))

Cette aimable suggestion est reprise dans le volet 2 de l'Eloge, consacré a pierre Deligne, où nous apprenons que certaines conjectures du défunt, "aujourd'hui toujours aussi inabordables qu'alors", avaient sans doute été (du moins est-ce clairement suggéré) le principal obstacle qu'a eu à surmonter ledit Deligne, pour prouver une certaine conjecture "de difficulté proverbiale".

Ces rapprochements me font comprendre que dans la réponse stéréotype "c'est trop difficile..." de mon ami pierre, il y avait un sous-entendu de dérision, qui devait lui procurer une satisfaction d'autant plus piquante, qu'il était visible que ce grand dadais de défunt était à mille lieues de se douter dudit sous-entendu je m'y serais bien mis aussi sec, pour la développer cette théorie "trop difficile" et celle des coefficients de De Rham du même coup. . .

Avec le recul, je suis frappé par le parallélisme entre la stagnation dans la théorie de Hodge-Deligne d'une part, et de l'autre l'attitude aberrante de Deligne vis-a-vis du thème des coefficients de De Rham (attitude culminant en l'iniquité "perverse" qui restera 987
attachée au mémorable Colloque de Luminy de juin 1981. . .). Ces deux aberrances m'apparaissent à présent intimement liées, et ceci à un tout autre niveau encore que le niveau mathématique. Il est vrai que, visiblement, le développement d'un formalisme des coefficients de Hodge est *subordonné* a celui pour des coefficients de De Rham (chose qui était évidente pour moi des les années 1966, et que les gens semblent être en train de découvrir depuis un an ou deux, sur les brisées des travaux de l'élèveposthume — jamais-nommé. ..). Ce fait mathématique rend plus saisissant, à la fois le lien entre les deux séries de faits, et le caractère aberrant de l'une et de l'autre : car ce lien "objectif" était une puissance incitation supplémentaire (pour quelqu'un du moins "en pleine possession de ses facultés") pour développer et l'une et l'autre théorie, qui ne pouvaient des lors que s'éclairer et se renforcer mutuellement.

La stagnation dans l'une et l'autre théorie (jusqu'au Colloque Pervers de 1981 pour De Rham, et jusqu'à aujourd'hui même pour Hodge) est pour une large part dans le marasme général du thème cohomologique, marasme auquel j'ai eu occasion de faire allusion plus d'une fois[354](*). Même en faisant abstraction de la dimension spirituelle de l'être humain, et en ne tenant compte que des seuls facteurs de "rentabilité" par une production scientifique "de pointe", cette stagnation illustre pour moi d'une façon saisissante à la fois l'empire insoupçonné que peuvent prendre les forces égotiques occultes sur un être, et ceci même dans l'exercice d'une science soi-disant "désintéressée", et le caractère (apparemment) aberrant de cet empire, qui ici (à première vue de moins) semble aller constamment à l'encontre du but poursuivi[355](**). (a) (4 mai et 19–20 mai) Je rappelle que pour un espace ana- 988
lytique complexe lisse, on désigne par j) (ou simplement @)* le faisceau d'anneaux (plus précisément, de (T-algèbres) des opérateurs différentiels analytiques complexes sur X — Un premier fait crucial, mis en évidence par Sato, est que c'est là un faisceau d'anneaux *cohérent*, un deuxième fait, de nature tautologique et néanmoins crucial lui aussi, c'est que la catégorie des 0 — Modules localement libres, où on prend comme morphismes non pas les seuls morphismes 0 — linéaires, mais les opérateurs différentiels entre tels Modules, se plonge comme une *sous-catégorie pleine* (mais par un foncteur a priori *contravariantî* dans celle des J) — Modules localement libres, par le contraf oncteur (1) F t-@ Hom_0 (F,@) —

(pas plus que de sa qualité de défunt. . .).

[354](*) Au sujet de ce marasme, voir notamment "Les chantiers désolés" (La cérémonie Funèbre, 6.), et plus particulièrement la note "Le tour des chantiers — ou outils et vision" (n° 178).

[355](**) II en est ainsi, du moins, si on considère comme "but" celui affiché devant le monde ("l'avancement de la Science", disons), ou même celui, nullement bidon, qui consisterait dans l'agrandissement d'un prestige, par l'accumulation des œuvres forçant l'estime et l'admiration. Pourtant, il m'apparaît que même ce "bénéfice"-là est accessoire, devant les satisfactions poursuivies par les forces occultes les plus puissantes, celles auxquelles mon ami a choisi de donner empire sur son être.

@*@ OF diff (F, o)[356](**),

où @Da désigne 3D, muni de sa structure de 3@ — Module induite par sa structu de 2) — Module canonique à *droite*, laquelle commute avec les opérations de A/ à gauche sur 989
lui-même (qui font du deuxième membre de (@₁@) un *V*-Module). Ce foncteur pleinement → (@₁@)
fidèle induit d'ailleurs une (anti-ï *équivale nc* e entre les sous-catégories pleines formées des Modules libres. Celle-ci n'admet pas un foncteur quasi-inverse canonique, "commutant à la restriction à un ouvert" — c'est pourquoi le premier contrafoncteur envisagé n'est sans doute pas (en général) une équivalence. Si C (C comme "cristal", voir plus bas) désigne un@D — Module localement libre (ou même libre, qu'à cela ne tienne), on peut lui associer, certes, un faisceau dépendant fonctbriellement de C : (2) Cl @ Hom@(C, 0)

fl) @X On a là une foncteur contravariant, qui pourrait sembler fournir "le" candidat naturel pour un foncteur quasi-inverse de (1). L'ennui, c'est que ce faisceau (2) n'est pas muni de façon naturelle d'une structure de 0 — Module, mais seulement d'une structure de C — Module (où C est le faisceau constant sur X défini par le corps des complexes C). Lorsque C provient d'un 0-Module localement libre F par le contrafoncteur (1), alors (2) est canoniquement isomorphe au faisceau de C-vectoriels sous-jacent.. à F.

Le foncteur (1) se prolonge (comme tout foncteur additif) aux catégories de complexes : il transforme un complexe d'opérateurs différentiels sur X (au sens ordinaire) en un complexe de 33-modules localement libres, et le (contra-) foncteur obtenu ainsi est bien sûr pleinement fidèle (pour les morphismes différentiels entre complexes d'opérateurs différentiels, dans la première catégorie de complexes). C'est en ce sens qu'on peut dire que les complexes

[356](*) La présente sous-note à la note "L'œuvre…" (n° 171 (ii)) est de nature exclusivement mathématique. Elle peut être omise par un lecteur qui ne se sentirait pas incité à appréhender tant soit peu, en termes mathématiques, l'œuvre de zoghman Mebkhout et "le yoga desP-Modules", en tant que nouvelle "théorie de coefficients" dans la théorie cohomologique des variétés. Les pages qui suivent peuvent être considérées comme un courte introduction à ce yoga, ou à la "philosophie de Mebkhout", située en termes d'un bagage conceptuel et d'une vision d'ensemble cristalline. Celle-ci s'était dégagée pour moi dès l'année 1966.

Cette vision a été occultée de façon systématique, et pratiquement complète, par mes élèves cohomologistes Deligne, Berthelot, Illusie, Verdier, qui en avaient été les principaux dépositaires. La seule trace écrite qui en subsiste est le texte de mes exposés à l'IHES de 1966 *"Crystals and thé De Rham cohomology of schemes"*, notes by I. coates and 0. Jussila, in Dix exposés sur la cohomologie étale des schémas, North Holland pub. Cie (1968). Cet exposé contient pourtant, au point de vue technique, toutes les idées de démarrage de la cohomologie cristalline. A part les travaux de Mebkhout, il ne semble pas qu'aucun progrés vraiment crucial ait été fait au niveau conceptuel (ou autre) — au contraire, je constate une régression stupéfiante par rapport à mes idées des années soixante. Celles-ci n'apparaissent malheureusement que de façon très parcellaire, ou entre les lignes, dans l'exposé cité — la lacune la plus importante, ici comme ailleurs, étant l'absence de toute mention explicite de la problématique des coefficients de De Rham, et d'un formalisme des six opérations (et de bidualité) a établir pour de tels coefficients (x). J'ai pu constater que Mebkhout, pourtant familier plus que quiconque d'autre avec mon œuvre écrite sur la cohomologie (et celle de mes élèves), ignorait entièrement cette problématique originelle (jusqu'il y a encore deux ans) — et il me semble qu'au point de vue du "substrat" mathématique (et abstraction faite de facteurs psychiques d'ordre non intellectuel), cela a été jusqu'à aujourd'hui encore son principal handicap.

Par la suite, je référerai à l'exposé cité de 1966 par fcxystals@ . (x) (16 juin) Pour une rectification, voir note b. de p. [357](**) page 990.

[357](**) L'isomorphisme écrit ici est u H-e o u, où e : @ — @ 0 est "l'augmentation"

de aï-Modules (à composantes localement libres) *“généralisent”* les complexes d'opérateurs différentiels sur X.

Le point de vue des complexes de @@-Modules a l'avantage décisif, sur celui des complexes d'opérateurs différentiels, de s'insérer directement dans le yoga (développé d'abord dans mon article de 1955 “Sur quelques points d'algèbre homologique”[358](*)) des complexes de Modules sur un espace annelé, et par là et surtout, dans celui des *catégories dérivées* (que j'avais dégagé dans les années qui ont suivi l'article cité). La notion cruciale de *“quasi-isomorphisme*” n'apparaît pas à l'œil nu, quand on adopte le point de vue des morphismes différentiels entre complexes différentiels, alors qu'elle devient manifeste en passant au complexe deï@-Modules associé. Donc, plus encore qu'une *généralisation* du point de vue des complexes d'opérateurs différentiels, le point de vue introduit par Mebkhout[359](**) représente un *assouplissement crucial* : c'est grâce à ce point de vue, et 990
grâce à lui seulement, que les complexes d'opérateurs différentiels peuvent être utilisés à présent comme des “coefficients” pour une nouvelle théorie cohomologique, avec toute la richesse d'intuitions qui s'y rattache. Si j'établis un parallèle entre la théorie des coefficients de De Rham, et celle des coefficients Jt-adiques (laquelle a été d'ailleurs une des principales sources d'inspiration de Mebkhout dans le développement de sa philosophie), je dirais que ce premier pas de *nature conceptuelle*, un pas “enfantin”, s'apparente à celui que j'avais fait (en 1958) en introduisant la notion de faisceau étale (contenant en germe la notion unificatrice cruciale de *topos*). Dans cette même analogie, le “théorème du bon Dieu” (qu'on va rappeler plus bas) s'apparente au théorème de changement de base pour un morphisme propre en cohomologie étale, qui a été (en 1963) 1 e premier grand théorème pour le démarrage de la cohomologie étale, conduisant en l'espace de quelques semaines à une situation de “maîtrise” quasiment complète sur l'outil cohomologique étale. Le travail analogue dans le cadre des S@-Modules (ou plus généralement dans le cadre cristallin), pour arriver à une maîtrise de la “cohomologie cristalline” (ou “de De Rham”, dans un sens large que je voyais à une telle théorie dès les années soixante) — ce travail reste encore a faire, depuis sept ans que la première grande percée a enfin été accomplie par Zoghamn Mebkhout.

La nouvelle catégorie de coefficients introduite par Mebkhout, qui “contient” (au sens explicité dans la note “L'œuvre…”, n° 171 (ii)) à la fois les “coefficients discrets analytiquement constructibles”, et les coefficients cohérents introduits par Serre (systématisé* par moi en une théorie cohomologique des “coefficients cohérents” (*ï), est celle formée des complexes de Si-Modules à faisceau de cohomologie *cohérents* (en tant que @@-Modules), vue comme sous-catégorie pleine

' °U de la catégorie dérivée habituelle D*(X, 3@) . si on se borne aux complexes

[358](*) In Tohoku Mathematical Journal, 9 (1957) p. 121–138.

[359](**) (8 juin) II faut lire ici : introduit par Mebkhout dans la panoplie grothendieckienne, pour les besoins d't' est bien entendu que “le point de vue c lise dans une optique toute différente. grothendieckienne, pour les besoins d'une nouvelle théorie des coefficients. Il est bien entendu que “le point de vue des @-Modules” est dû à Sato, mais uti

[359](*) II s'agit du formalisme des six opérations et de bidualité, que j'ai développé dans le cadre cohérent dans la deuxième moitié des années cinquante.

à cohomologie bornée (formant la sous-catégorie pleine Cris (X@), un tel “coefficient” se représente *localement* par un complexe de 3-Modules libre de type fini en tout degré, et à’degrés bornés ; ou aussi, ce qui revient essentiellement au même, par un complexe d’opérateurs différentiels a degrés borné s.

Quand on travaille avec les catégories dérivés, il y a lieu bien sûr de remplacer les 991
foncteurs fondamentaux (1) et (2) par les foncteurs dérivés totaux (4) F@ — 5 RHom (F@3)) , C *@ * RHom@(C, 0..) @ — 0 X — @@) @@X

Si on cherche des foncteurs *covariants* de nature similaire à ces deux foncteurs, on tombe tout d’abord sur le foncteur “extension des scalaires” (désigné par N dans la note citée) :
($^{@_5@}$) F I@ @ S@ @ F, → ($^{@_5@}$)

(produit tensoriel total), où dans le produit tensoriel on utilise encore la structure de 0, — Module à droite de 3) i. e. 3)@ [361](*)@ Ce foncteur en F a l’inconvénient, par rapport à (1), de ne pas se prolonger aux morphismes entre arguments F-*F’qui sont seulement des opérateurs différentiels (au lieu d’être linéaires). Le deuxième foncteur (4), qu’il faut regarder comme un contrafoncteur

Cris* . (X) @ @ D*(X,@E) ,

— con X admet également un “pendant” covariant important, donné par

dfn (6) C * @ @ RHom,(0, C) @ DR (C) (“complexe de De Rham” associé à C) ,

où le deuxième membre s’explicite bel et bien par un complexe du type de De Rham, grâce à la résolution canonique dite “de Spencer” de 0, par des 5@-Modules localement libres de type fini, (cette résolution est déduite du complexe de De Rham ordinaire, en prenant le complexe de 3-Modules associé par le foncteur (1).) En termes cristallins (qui seront explicités plus bas), le foncteur DR s’explicite comme le foncteur dérivé total du fonction C* @ @ Hom (Q, C) , associant à chaque Sï-Modules “ (ou “cristal) le faisceau de (C-vectoriels formé de ses sections “horizontales” (sur des ouverts variables). C’est là une opération *de nature locale*. La bonne notion (globale) *“d’intégration”* (ou d’*objet de cohomologie* global) pour un “coefficient” C (i. e. un 3@ — Module ou complexe de tels) n’est pas ici le foncteur habituel

Rrx (C) SL RHonv (X ; JD, C) , mais le foncteur (qui m’est familier comme foncteur de *cohomologie totale cristalline*) dérivé total du foncteur “sections horizontales (globales)” C*
@ @ Hom. (0. , C) ; je note ce dérivé total par Rr. (C), de sorte qu’on a des isomorphismes 992
tautologiques cris @

dfn (7) RP. (C) @ RHorn (0,, C@ 2t RT (DR (C)) , cris 3) — *X X i. e. la cohomologie cristalline de C sur X s’obtient en prenant la cohomologie (globale) ordinaire du complexe de De Rham associé.

donnant lieu a un théorème de bidualité, sur le modèle de ceux que j’ai dégagés dans

---

[359](**) (16 juin — cf. fin de la note[360](*) page 988). Mebkhout vient de me faire observer que ceci n’est pas tout à fait exact — cette problématique est évoquée dans loc. cit. 1.5 d) (p. 312). Mebkhout y réfère explicitement dans son travail “Dualité de Poincaré” (séminaire “Singularités” de Paris VII, 1977–79), dans les trois dernières lignes du @4.4 (théorème de dualité relative pour les -modules).

[361](*) II est connu que @D est plat en tant que 0-Module à droite ou à gauche (se voit immédiatement sur la filtration canonique de 3), et la forme connue du gradué associé. . .). Il en résulte que le produit tensoriel “total” dans (5) est en fait un produit tensoriel ordinaire.

le contexte (commutatif) cohérent d'abord, discret (étale) ensuite. Je le noterai D (comme dans les contextes cités) :

(8) D : Gris*wl/x@ "@ Cris* (X) .

C'est une anti-équivalence, essentiellement involutive (i. e. on a un isomorphisme de bidualité, f onctoriel en C :

(9) C si D (D (X@)). Ce foncteur permet de transformer (par composition) les contra-foncteurs (1) et (2) en des foncteurs covariants. Le fait simple a retenir, cfest que si C et C'sont "duals" l'un de l'autre, alors le complexe de De Rham (6) de l'un s'identifie au "co-De Rham" (2) de l'autre : (10) RHom (0, C) @ RHom@(C', 0) , et inversement.

Sur les complexes d'opérateurs différentiels/ cette opération D s'exprime (à un "shift" de n près sur les degrés) par le passage au complexe d'opérateurs différentiels "adjoint", de composantes Hom (F,@), obtenu en prenant les

opérateurs adjoints terme à terme. Ainsi, le foncteur dualisant pour les 3)-Modules est compatible avec le foncteur dualisant familier dans la dualité de Serre, (11) F @@ @ Hom (F, o@) 2* F@ w@ (F un 0 — Module loc. lib. de type fini),

où w désigne le "module dualisant" des formes différentielles de degré maximum sur X. On fera attention que le foncteur de De Rham

DR : D* . (X, 3)) @ @ D*(X,(T) ,

con ne commute pas en général aux foncteurs dualisants (en prenant dans la deuxième catégorie le foncteur RHom (— , (T ?) . Mais c'est un théorème profond de Mebkhout (que tout le monde utilise sans citer personne bien sur et comme si c'était un simple sorite) que pour des arguments *holonomes*, donc pour le foncteur induit

Cris*(X),. . @ @ Cons*(X, C)

,. . noi il y a commutation aux foncteurs dualisants. Je ne "rappelle" pas ici la condition 993
d'*holonomie*, et me borne à signaler qu'un complexe de @D-Modules est holonome sss ses faisceaux de cohomologie sont des @-Modules holonomes, et que c'est là une condition de nature *locale* sur X, et de plus, *"algébrique"*. D'autre part, le théorème de constructibilité de Kashiwara (que celui-ci avait énoncé pour un *Module* holonome, à un moment où lui ni personne — sauf Mebkhout — ne travaillait avec des catégories dérivées. . .) implique que la restriction du foncteur de De Rham aux complexes holonomes aboutit bien dans Cons*(X,@C). En introduisant la notion de *régularité* de Mebkhout, elle aussi de nature locale et "algébrique"[362](*), on trouve le "foncteur du bon Dieu" (alias Mebkhout)

(12) m : Cris*(X), @ , @ Cons*(X, d)

hol reg qui, cette fois, est une *équivalence* (comme on a vu dans la note "L'œuvre. . .", n° 171 (ii)), laquelle est donc compatible avec les foncteurs dualisant naturels. C'est le foncteur quasi-inverse

(13) M : Cons*(x,@E) — @-@ Cris*(X), . , *c* @ Cris* .(x)

hol reg con

qui permet de considérer la catégorie des "coefficients discrets constructibles" (de @D-

[362](*) Je rappelle que la définition originale de Mebkhout de la régularité était de nature transcendante, pour une traduction "purement algébrique", je renvoie à l'exposé prévu sur les coefficients de De Rham (style "Mebkhout" ou style "Deligne"), dans le volume 3 des Réflexions.

vectoriels) sur X, comme une sous-catégorie pleine de D*(X, 2@) et plus précisément de D* (X,@) @ Cris* , (X), qu'on va interpréter tantôt comme

cons coh une catégorie de coefficients "cristallins".

(19 mai) Pour l'instant, on peut dire que nous avons décrit en trois "langages" ou "points de vue" différents, comme par autant de "photos" différentes, une même réalité, ou (essentiellement) un "même" type de "coefficients", dits "coefficients de De Rham" : il y a le point de vue faisceaux de d-vectoriels et complexes de tels (prise de vue "topologique"), avec une condition de "constructibilité analytique"[363](**), jouant le rôle d'une condition de finitude (essentielle, notamment, pour pouvoir écrire des théorèmes du type RiemannRoch, impliquant des "caractéristiques d'Euler-Poincaré**et des "groupes de Grothendieck" convenables). Il y a le point de vue "complexe d'opérateurs différentiels", avec des conditions d'holonomie et de régularité prenant la place des conditions de constructibilite. Et il y a le point de vue "complexe de 2)-modules", avec conditions de cohérence, d'holonomie et de régularité à la clef. La deuxième "photol' (prise sous l'angle "analyse") est séduisante, du fait qu'elle nous est intelligible en termes "classiques", et que les objets qu'elle nous montre, savoir des complexes d'opérateurs différentiels, nous paraissent de "dimensions" raisonnables, alors que les S@-Modules, même cohérents (à commencer par 3) lui-même I), paraissent démesurés quand on les regarde avec les lunettes "0 — Modules". Techniquement parlant pourtant, ceuxci fournissent une photo plus complète. En effet, alors qu'il est "clair" que localement, chaque complexe de *S-Modules à cohomologie cohérente et à degrés bornés (disons) peut se représenter par un complexe d'opérateurs différentiels via ($^{@_1@}$)/ il est peu probable que ce soit aussi le cas globalement, si on ne fait sur X des hypothèses draconiennes (genre "variété de Stein" ou, dans le cadre algébrique, une hypothèse de quasi-projectivite)[364](*).

994

→ ($^{@_1@}$)

La "photo" 1 a l'avantage de garder un sens quand X n'est plus supposé lisse, mais est un espace analytique complexe quelconque. Par contre, telles quelles, les photos 2 et 3 sont raisonnables seulement sous l'hypothèse de lissité. On peut certes définir encore un faisceau d'anneaux @D sans hypothèse de lissité sur x, et on trouve encore un dictionnaire tautologique entre complexe d'opérateurs différentiels (à composantes des 0 — Modules localement libres) et complexes de 3)-Modules (à composantes localement libres), mais 3). (paraît-il) cesse d'être cohérent, too bad ! Il y a peu de chances sans doute qu'un "théorème du bon Dieu" puisse se dégager dans le cas singulier, sur le modèle de celui connu dans le cas lisse. Il est évident d'autre part qu'on a besoin de photos du genre 2 ou 3 dans

[363](**) Je rappelle qu'un faisceau de (C-vectoriels sur un espace analytique X est dit "analytiquement constructible", si au voisinage de chaque point, il admet une suite de composition dont les facteurs successifs sont de la forme ii (F), où i : Y@*X est l'inclusion d'un sous-espace analytique Y @ Z "@r de X (avec TC z deux sous-espaces analytiquement fermés de X), et F un C-faisceau localement libre de type fini (ou "système local de @-vectoriels") sur y.

[364](*) Bien sûr, rien n'empêche de construire un "catégorie dérivée" à partir de la catégorie des complexes d'opérateurs différentiels sur x et des morphismes différentiels entre tels complexes, en "inversant" formellement les "quasiisomorphismes" (définis par passage aux complexes de Si-Modules correspondants). On trouvera (je présume) une sous-catégorie *pleine* de Cris* h (X), mais non pas toute cette catégorie sans doute, en l'absence d'hypothèses genre "Stein" ou "X projectif" (ou seulement, quasi-projectif, dans le cas algébriques).

le cas singulier également, vu que la photo n° 1 est de *nature transcendante* : en la calquant naïvement, en termes de topologie de Zariski ou étale pour une variété algébrique, on trouverait des "coefficients" beaucoup trop particuliers pour être utilisables (car ces topologies sont trop grossières, par rapport à la topologie transcendante). Les photos 2 et 995
3, par contre, restreintes pourcommencer au champ de vision "lisse", gardent un sens en géométrie algébrique "abstraite" (sur un corps de car. nulle, disons, pour commencer), ce qui fait (pour moi) leur principal charme. C'est dire qu'il s'impose d'en faire des agrandissements, de telle façon que les variétés singulières soient incluses dans le champ de vision.

Ça n'a pas semblé préoccuper Mebkhout, qui avait bien d'autres soucis. Quand je lui ai posé la question, son idée immédiate était la suivante, supposons que X se plonge dans une variété lisse X', comme sous-espace analytique fermé. Alors la catégorie çons*(X, c) peut s'interpréter comme la sous-catégorie pleine de çons*(X',(E) formée des objets dont la restriction à u * X'-X est nulle (i. e. les objets "à support dans X"). Mais celle-ci peut s'interpréter aussi, par le théorème du bon Dieu, en termes des photos 2 ou 3, comme la catégorie des "coefficients de De Rham — Mebkhout" sur X'dont la restriction à U est nulle. Il doit être facile de vérifier a priori (en restant dans le contexte des "coefficients de De Rham — Mebkhout", i. e. celui des photos 2, 3), que cette catégorie, à équivalence près définie elle-même à isomorphisme unique près, est indépendant de la "lissification" choisie X'de X. J'ai fait moi-même plein de choses comme ça, et je veux bien croire que ça marche, si d'autre part X n'est pas "lissifiable", qu'à cela ne tienne (dit Mebkhout), on va "faire de la descente cohomologique" pour reconstituer une catégorie globale à partir de ces morceaux locaux, ou bien introduire le "site des lissifications" d'ouverts de X, et travailler là-dessus. Il y a des chances qu'on peut se débrouiller en effet, mais au lieu d'un "site lissifiant" (improvisé par Mebkhout pour les besoins de la réplique, dans une conversation qui restait platonique), site qui m'apparaît comme fortement redondant, pourquoi ne pas travailler avec le site cristallin, qui a fait ses preuve@(même s'il a été oublié, sembleraitil, avec un ensemble touchant, par ceux qui furent mes élèves. . .) ? Et ceci d'autant plus qu'il était bien clair pour moi, dès l'année 1966 où j'ai dégagé les idées de démarrage du yoga cristallin, que les futurs "coefficients de De Rham" devaient s'exprimer justement en termes cristallins !

Cela m'amène donc à sortir de mes fonds de tiroir une photo qui a eu le temps d'amasser de la poussière, la pauvre — et pourtant, une fois soufflé dessus, elle m'apparaît comme neuve, et d'une netteté parfaite, c'est d'ailleurs une des premières choses à quoi j'aie songé, en écrivant l'an dernier (avant même d'avoir fait la rencontre de l'Enterrement. . .) la note "Mes orphelins" (n° 46), sentant obscurément qu'il était temps que quelqu'un s'exprime avec respect sur des choses qui méritent le respect. . . D'ailleurs, depuis que Mebkhout m'a 996
parlé de 3)-Modules (en 1980 — Dieu sait pourtant que je n'étais pas "branché" alors 1), je n'ai pu m'empêcher d'y penser comme à des "cristaux" plutôt, et d'utiliser les mots "Jï-Modules" et "cristaux" (de 0 — Modules) comme synonymes, avec (bien sûr) une préférence marquée pour le deuxième.

J'en viens donc à la quatrième photo promise, la photo "cristalline". Supposons dfabord X lisse. Se donner un J@-Module F sur X, c'est la même chose que de se donner un 0 — Module, avec une structure supplémentaire, qu'on peut exprimer de diverses façons équivalentes. L'une, la tautologique, consiste a dire qu'on "prolonge" les opérations de 0 sur le faisceau abélien F, en une opération de l'Anneau3) (qui contient 0). Comme 2D est engendré par 0,@ et

A A X A le sous-faisceau additif des dérivations, on voit qu'il revient au même de se donner sur F ce qu'on appelle. une *"connexion intégrable"*, c'est a dire une loi qui, à chaque dérivation Ç sur un ouvert U de X, associé une "Ç-dérivâtion" 9@ de F, de façon linéaire en Ç, et de façon compatible avec l'opération "crochet" de dérivations[365](*). On peut dire que c'est là une structure de nature "différentielle" sur F, d'ordre 1.

Du fait qu'on est en caractéristique nulle[366](**), cette structure peut s'interpréter aussi comme une structure plus riche, une structure différentielle d'ordre infini, que j'ai appelée une *"stratification"* sur F (lequel F prend alors le nom de *"Module stratifié"*). Une façon d'exprimer une stratification, est comme une *"donnée de descente infinitésimale d'ordre infini"* sur F (par rapport au morphisme X@* un point), ou plus précisément, comme la donnée d'un isomorphisme, au dessus du complété formel de XxX le long de la diagonale, 997
entre les deux ipoages inverses de F (par les deux projections canoniques pr et pr), isomorphisme qui prolonge l'identité sur la diagonale, et satisfait de plus à une "condition de transitivité" convenable.

Le passage dfune connexion intégrable a une "donnée de descente infinitésimale" (ou structure stratifiée) représente une idée nouvelle — et "triviale", comme toutes les idées nouvelles que j'ai'eu l'honneur de découvrir ! Celle-ci ne prend cependant toute sa force qu'une fois ré-interprétée en termes de la notion de *cristal de modules.* On montre en effet que la structure en question sur F revient aussi à la donnée, pour tout "voisinage infinitésimal" U'd'un ouvert U de X, d'un *prolongement F*, de F@U a U' (en somme, F "croît" au dessus des voisinages infinitésimaux, tel un "cristal" — cristal de modules, en l'occurence, mais il existe des cristaux en tous genres. . .) — ce prolongement se comportant de la façon qu'on devine, pour la notion de restriction à un ouvert V de U, et pour les morphismes entre voisinages infinitésimaux (ou "epaississements") U', U "d'un même U (morphismes induisant l'identité sur u, bien sûr).

L'intérêt du point de vue cristallin, c'est que les objets à étudier (les 3)-Modules) peuvent s'interpréter comme des faisceaux de Modules "ordinaires" sur un site convenable[367](*), annelé en *anneaux locaux commutatifs*, savoir le "site cristallin" formé par les

[365](*) II faut aussi, bien sur, une condition de compatibilité pour la restriction à un ouvert.

@**) On peut, dans ce qui suit, s'affranchir de toute hypothèse de caractéristique (dans le cadre d'un schéma relatif lisse, disons), en remplaçant le complété formel de Xx X le long de la diagonale, par le complété formel "à puissances divisées". Cela conduit également, pour un faisceau de o — modules F sur X, à remplacer le pro-faisceau P°°(F) de ses "parties principales d'ordre infini", par des "parties principales à puissances divisées (d'ordre infini)". Du coté dual, cela revient à remplacer le faisceau d'anneau@ /@ des opérateurs

x/s rentiels relatifs (lequel n'a rien de cohérent même si S est noethérien), par le faisceau d'anneaux "enveloppant" des dérivations relatives de 0 sur @ (qui, d'après ce que m'assure Mebkhout, serait bien cohérent !).-C'est là, en fait, le contexte conceptuel pour les coefficients de De Rham, qui va étendre celui de Mebkhout des 3@-Modules, pour le développement notamment d'une, théorie des. coefficients de De Rham pour les schémas de type fini surlZ.

[367](*) On fera attention qu'on ne trouve pas *tous* les faisceaux de modules sur le site cristallin, mais seule-

epaississements U'des divers ouverts U de X (le faisceau structural cristallin étant simplement U'*-@ I1 (U' , o ï). Des lors, on dispose de toute l'arsenal d'intuitions géométriques associées à une telle situation. Une relation remarquable que j'ai découverte en 1966 et qui m'a alors sidérée, c'est que la cohomologie du site cristallin (ou du topos cristallin@qui lui correspond), à coefficients dans le faisceaux structural (ou plus généralement, à coefficients dans F, du moins quand F est cohérent sur 0), s'identifie à la *cohomologie de* De *Rham* deX (à coefficients dans F, en l'occurence, i. e. l'hypercohomologie ordinaire de X à coefficients dans DR (F)@. Ça a été le démarrage de la cohomologie cristalline[368](**).

Ainsi on a un dictionnaire parfait, expliqué en long et en large dans mes exposés de 1966 déjà cités[370](*), entre quatre types d'objets sur X, ou quatre types de structure sur un 0 — Module : 998

S-Modules

0 — Modules à connexion intégrable (C "lT) "

Modules stratifiés (données de descente infinitésimales d'ordre infini) cristaux de 0 — Modules.

Ce dictionnaire est valable sans aucune restriction du type cohérence ou quasicohérence sur F. On notera cependant que si on compare les termes extrêmes 3)-Modules @ ?@@@ cristaux de @-Modules, les notions naturelles de "cohérence" dans l'un et l'autre contexte *ne se correspondent pas*. Le faisceau structural cristallin est cohérent, mais les Modules cohérents sur le topos annelé cristallin correspondent exactement aux 3)-Modules qui sont cohérents *en tant que* 0-*modules*, auquel cas ils sont même libres de type fini. La catégorie qu'ils forment est canoniquement équivalente, par le foncteur "extension des scalaires" relatif à @ @*0, à la catégorie des faisceaux de @ — modules

X @@X X lement libres, i. e. à celle des *"systèmes locaux de* (*C-vectoriels*" sur X. Cela fait donc, pour ce genre d'objets, *cinq* descriptions possibles (ou cinq "photos" en comptant les quatre du tableau (Cr) précédent) ! Mais ce sont là des "coefficients" de nature excessivement spéciale[371](**), parmi ceux (de De Rham — Mebkhout) qui nous intéressent.

Revenons plutôt aux quatre photos du tableau (Cr) ci-dessus, et voyons ce qui se passe quand on ne suppose plus X lisse. Les quatre types d'objets envisagés gardent un sens. Il semblerait d'autre part, que les deux premiers ne forment pas des catégories importantes — plutôt, que tous les 2) — Modules, et tous les 0 — Modules à connexion intégrable, qu'on rencontre de façon naturelie, comme "ayant un sens géométrique", "proviennent" (dans un sens évident) de Modules stratifiés, lesquels d'ailleurs peuvent encore s'interpréter comme des cristaux de 0 — Modules, tout comme dans le cas lisse[372](***). (condition 999

ment ceux qui satisfont une condition supplémentaire simple (faisceaux appelés "spéciaux" dans @crystals@).

[368](**) Là encore, les idées de démarrage sont si "triviales" que ce n'est vraiment pas la peine de s'embarrasser du peu, quand on a passé quinze ans de sa vie, après, à en développer un petit bout (et à oublier le reste...').

[368](*) Voir l'exposé @crystals@ , cité dans la première note de bas de page à la présente sous-note (note[369](*) page 988).

[371](**) En fait, c'est la 3*-cohérence, bien sur (qui m'avait échappé dans les années soixante) qui est ici la notion de finitude importante.

[372](***) Cette assertion a été faits hâtivement, et est fausse telle quelle. Pour qu'elle devienne vraie, il

automatiquement satisfaite quand X est lisse). Quand on se donne un module stratifié F sur x, son image inverse par une telle rétraction n e *dépend pas*, à isomorphisme unique près, de la rétraction choisie, d'où un "prolongement canonique" de F au dessus de l'épaississement envisagé.

On voit donc que lorsque X n'est pas lisse, une structure cristalline sur F est "plus riche" qu'une simple stratification, puisqu'elle permet de prolonger F (i. e. de le "faire croître") au dessus de voisinages infinitésimaux *quelconques* d'ouverts de X, et notamment (et c'est là une chose d'importance particulière), au dessus des voisinages infinitésimaux de tous ordres de X, plongé dans un espace ambiant. *lisse*. Il se trouve, en fait, que la notion nouvelle la plus crucial@et féconde, entre celle de Module stratifié et celle de cristal de Modules, est cette dernière. C'est elle qui est appelée à dominer la théorie des coefficients de De Rham. Je "rappelle" à ce propos que pour un schéma relatif propre et lisse Z sur X, la cohomologie de De Rham relative de Z sur X (tant dans le contexte transcendant, qu'algébrique...) est "non seulement" muni d'une stratification, mais bel et bien d'une structure cristalline, la faisant "croître" sur tout voisinage infinitésimal.

C'est là une f; a i t mathématique crucial, que Deligne avait d'ailleurs oublié dès avant mon départ, en 1969, quand il décrivait des coefficients du type de De Rham en termes de Modules procohérents *stratifiés*, au lieu de la version cristalline plus forte, i. e. en termes de *cristaux* de Modules procohérents. Il faut dire que mon nom était attaché de façon moins notoire à la notion de Module stratifié (tellement naturelle qu'on jurerait qu'elle doit remonter au siècle dernier), qu'à celle de notion de cristal de Modules, d'allure beaucoup moins "traditionnelle". Voir à ce sujet les réflexions dans "... et entrave" (sous-note n° 171 (viii)).

J'avoue que, faute d'y avoir réfléchi, je ne visualise pas trf. ès bien encore la relation exacte, pour X plongé dans X'lisse (disons), entre cristaux sur X et cristaux sur X' (et ceci même quand X lui-même est lisse)[373](*). Ce qui est sûr, c'est que le site cristallin, ou mieux, le topos cristallin X. ,

cris avec sa structure annelée, dépend de l'espace analytique X de façon covariante, i. e. si *fiX* @@X'est un morphisme entre espaces analytiques, on en déduit

f. : X. @@ X' . cris cris cris d'où notamment un foncteur "image directe" pour les faisceaux de Modules sur ces topos annelés. On aimerait comprendre cette opération (dans le cas d'une immersion fermée Xe- ? X', notamment), et comprendre à quelle condition un cristal est transformé en cristal. On voudrait aussi, dans le cas d'une immersion fermée, que ce foncteur soit exact. L'idée ici est celle-ci : si F est un objet de la catégorie dérivée D*(X. , 0,) et Ff son image par le foncteur dérivé

cris @X @ @@

cris

total de f. w, et supposant de plus X'lisse, la condition que F'soit holonome régulier *ne*

---

faut remplacer le "site cristallin", formé par tous les épaississements infinitésimaux d'ouverts de X, par le sous-site (appelé "site stratif iant ?9 formé par ceux qui admettent localement une rétraction sur X

[373](*) (26 mai) La situation s'est considérablement clarifiée pour moi avec l'introduction de la notion de co-cristal, à laquelle il est fait allusion dans D) cidessous.

devrait pas dépendre de l'immersion choisie de X *dans un espace lisse* X'. S'il en est bien 1000
ainsi, alors on définira la catégorie des coefficients cristallins de De Rham — Mebkhout sur x comme la sous-catégorie pleine (de la catégorie dérivée) définie par la condition précédente (visiblement locale sur X).

Ainsi, module un travail de fondements qui devrait être fait depuis vingt ans et qui apparemment reste toujours a faire (concernant les opérations fondamentales sur les modules cristallins), on peut dire que dans le cas où X est un espace analytique quelconque (pas forcément lisse), il reste *deux* photos (au lieu de quatre) pour nous décrire les "coefficients de De Rham" auxquels nous en avons : il y a Cons*(X, C) ne varietur, et il y a la catégorie (qui pour l'instant reste hypothétique, et que telle quelle je vois mal encore[374](*)) des coefficients "de De Rham — Mebkhout" DRM*(X), pour laquelle je viens de hasarder un principe de définition. La catégorie Cons*(X, g), dont la description n'offre aucun problème du point de vue transcendant, *disparaît* cependant dès qu'on passe au contexte algébrique. Cela rend évident le besoin de dégager une bonne définition de DRM*(x), qui garde un sens dans ce contexte. Et il est clair pour moi, également, que le bon "cadre" pour cette photo, qui du coup semble bien (à première vue du moins) la seule qui reste, est celui formé par les modules cristallins[375](**).

Je reconnais d'ailleurs que même dans le cas où X est lisse, je ne m'y retrouve pas tellement, dans la description de Mebkhout des coefficients "de De Rham", en termes du foncteur du bon-Dieu. Celui-ci ne respecte pas les structures multiplicatives naturelles : c'est le contra-foncteur de Mebkhout, dont il sera question dans (b), qui (parait-il) y est compatible[376](***). A fortiori, ce foncteur ne commute pas "aux six opérations". L'intuition
qui que certains beaux messieurs vont d'ailleurs empocher un des ces matins, je parie, 1001
comme "s'ils l'avaient toujours sue" — en attendant de l'adjuguer au plus beau d'entre eux...

s'attache aux coefficients de Mebkhout semble donc de nature très différente, a première vue, de celle qui s'attache aux coefficients discrets. C'est, d'un certain point de vue, un avantage — on dispose de deux photos prises sous des angles radicalement différents ! Cela rend simplement plus difficile, à celui habitué a regarder sous. un de ces angles, de bien s'y reconnaître dans la photo prise sous l'autre.

En fait, en plus des quatre photos déjà passées en revue (pour les "coefficients de De

[374](*) je fais allusion plus bas à une "cinquième photo", qui elle est beaucoup plus nette pour moi dès à présent, pour capter les "bons" coefficients de De Rham par un langage purement algébrique en termes cristallins, gardant un sens sans hypothèses de lissité. Cette photo est prise sous un angle en quelque sorte "dual" de celui de la photo de De Rham-Mebkhout.

[375](**) J'appelle *"Module cristallin"* sur X un faisceau de Modules sur le topos annelé cristallin X. . On peut donc considérer les

cris

taux de modules comme des cas particuliers de modules cristallins.

[376](***) ce "paraît-il" est une façon un peu désinvolte (quasiment genre "nouveau style"...) d'escamoter un beau théorème, dû toujours au même inconnu de service (mais de cuvée plus récente, ai-je crû comprendre, que celle du bon Dieu). Il implique par exemple, pour deux sous-espaces analytiquement fermés Y et z de K, la formule suivante sur la cohomologie locale, visiblement trop belle même pour être vraie (et pourtant...) :

Rham", j'entends), il y en a une *cinquième* @*) que je maintenais en réserve : c'est celle de Deligne, à coups de pro-modules stratifiés[377](**). Elle a l'avantage de "coller" de très près à 1"intuition des faisceaux discrets constructibles : un objet "de degré zéro" correspond à un objet du même type, les notions de produit tensoriel et d'image inverse se correspondent par l'équivalence de Deligne ; donc il en — sera de même pour l'ensemble des six opérations (qui peuvent en effet se décrire en termes de ces deux-là). D'autre part, l'opération de passage des "coefficients de De Rham — Deligne" DRD*(X@, à ceux de De Rham — Mebkhout DRM*(x), me semble en principe particulièrement bien comprise, en termes d'opérations ("0-dualité") sur des

@ "A. 0 — Modules (tout au moins, d'abord, pour X lisse) — j'y ai fait déjà allusion dans une précédente note de bas de page[379](***). J'ai donc l'impression, là, d'être sur un terrain à la fois solide et familier, qui doit me permettre de m'y reconnaître, dès que j'en prendrai le loisir. Je pensais même esquisser dans cette note le point de vue de Deligne, 1002
et faire le lien avec celui de Mebkhout et avec le formalisme esquisse dans mes exposés déjà cités de 1966. Mais cette sous-note commence à se faire longue, et devient de plus en plus une digression ! Aussi je préfère renvoyer la chose au volume 3 des Réflexions, où je pense donner aussi la description des "bons" coefficients de De Rham (style Deligne, ou Mebkhout, au choix) sur les schémas de type fini sur 2".

(b) (5 mai et 2 1 mai) Je voudrais revenir ici sur la description du foncteur de Mebkhout (dit aussi "du bon Dieu")

(1) M : Cons*(X,@E) — @ Cris* . (X) (@ D* ,@(X, 2)) ,

— — con con x où X est un espace analytique complexe lisse. Comme on a dit dans la note "L'œuvre..." (n° 171 (ii)), c'est là un foncteur de nature profonde, qui se définit comme quasi-inverse du foncteur restriction du foncteur de De Rham DR à la sous-catégorie pleine DRM*(X) (des "coefficients de De Rham-Mebkhout" sur X) de Cris* (X) ,

dfn

(2) m @ DR I DRM*(X) : DRM*(X) @ Çris*(X), , , — @ Cons*(X,@C) ,

hol rég lequel se trouve être une équivalence ("théorème du bon Dieu"). En fait, Mebkhout obtient une description directe remarquable du fonction M@ déduit du foncteur M par le foncteur i "extension des scalaires" par lfhomomorphisme d'Anneaux

^{3}@x-@ST, où Jj (oujT) désigne l'Anneau des "opérateurs différentiels d'ordre infini sur X", i. e. (par définition) celui des @-endomorphismes du faisceau (3, vu comme faisceau

[377](*) Ainsi, j'ai fait mieux que tenir la promesse du titre de la présente note "Les cinq photos" : j'ai en fait mis en évidence *deux séries* de cinq photos, la première décrivant les seuls "coefficients de De Rham", et la seconde les coefficients cristallins en général.

[377](**) Comme il a été signalé dans une précédente note de b. de p. (note[378](***) page 998), cette photo de De Rham — Deligne a été prise avec un "objectif" un peu faussé (pour des raisons d'ailleurs qui échappent à la compétence de l'ouvrier fabricant). Il s'impose de la retoucher, et également de l'agrandir, en la faisant sortir du cadre de la caractéristique nulle. Ce sera fait dans le volume 3 des Réflexions, où mes chers ex-élèves pourront venir pomper à l'aise tous les "détails inutiles" et autres "digressions techniques" qu'ils n'ont pas eu le loisir de trouver par eux-mêmes, depuis bientôt vingt ans que je les ai laissés se débrouiller par eux-mêmes avec un splendide sujet en mains...

[379](***) Cette "précédente note de b. de p." s'est transformée entretemps en la partie (c) de la présente note "Les cinq photos".

d'espaces vectoriels topologiques complexes. Il est connu que w est fidèlement plat à gauche et à droite sur 3) , de sorte que le foncteur dérivé total du foncteur extension d'Anneaux

(4) i : Cris*(x) @ D (X@) — @ D (X, 3 ?°) @ Cris (X)

s'explicite par un produit tensoriel ordinaire. Signalons qu'on ne sait pas si l'AnneauSï** est cohérent, mais apparemment on s'en passe. On définit la souscatégorie pleine

Cris*(x). . *@@@ Cris*(X) se hol @X@ des complexes de*@T-Modules qui sont "holonomes", par la condition de se déduire localement (par le foncteur i) d'un complexe de 2)-Modules C qui est holonome. (Il résultera du double théorème du bon Dieu, rappelé ci-dessous, qu'on peut alors prendre même C à la fois holonome et régulier, i. e. un "coefficient de De Rham — Mebkhout", et cela détermine C sur tout X à isomorphisme unique 1003
près...) On considère le foncteur M@ @ i M, s'insérant dans le diagramme commutât if

Cons*(X, C)

"/ V

DRM*(X) i @ Cris*(X)

@ Cris*(X), @ , hol rég II se trouve (ou plutôt, l'ouvrier inconnu prouve...) que le foncteur t@, est lui aussi une équivalence de catégories (donc i également). On peut l'obtenir aussi comme quasi-inverse du foncteur m@ du type "De Rham" analogue à m, défini sur Cri s * (X),@ , . Pour décrire le foncteur H. — , il est plus commode de décrire oo hol *** le contrafoncteur

A dfn (6) Ac @ M D — DfcM @ i (MD) @ i (DM) , où D désigne le foncteur dualisant déjà mentionné, dans Cons* ou DRM*, et D@ le foncteur dualisant similaire qui existe dans Cris*(X), , (et même dans Cris* , (X)). (NB Les trois foncteurs qui interviennent dans (5) commutent @ con aux foncteurs dualisants.) Le quasi-inverse @ de @, est donc donné par la formule analogue à (6) dfn

On trouve alors l'expression de Mebkhout de A, o@ par les deux formules suivantes, d'une symétrie remarquable : f@Ws@F@ @ RHom,(F, 0..) , (8) Y** * — *

@SgoCC) @ RHoro@(C, 0) On notera que dans la première de ces formules, le deuxième membre hérite d'une -structure, grâce aux opérations de 3/ sur le deuxième argument 0, tandis que dans la deuxième formule, le deuxième membre est interprété simplement comme un complexe de faisceaux de (E-vectoriels. La deuxième de ces formulest mise là "pour mémoire", est d'ailleurs essentiellement tautologique, et dit simplement que le foncteur @ associe au complexe de *3T-Modules c le complexe d'opérateurs différentiels (d'ordre infini) "adjoint" de celui associé à c (par le foncteur DRpo de De Rham) — ce complexe étant interprété comme complexe de faisceaux de C-vectoriels. (Que l'on trouve bien ainsi un complexe à faisceaux de cohomologie constructibles équivaut au théorème de constructibilité de Kashiwara.)

C'est un théorème profond, par contre, que le premier foncteur /S@ transforme fais- 1004
ceaux constructibles en (complexes de) 3@ °@-Modules qui sont holonomes. Le seul théorème de finitude impliqué par ce résultat[380](*) (sans même parler d'holonomie) est déjà en lui-même un résultat nouveau remarquable. La chose encore plus extraordinaire cependant,

[380](*) Ce résultat de finitude implique par exemple que localement sur X, le complexe RHom (F, 0) est isomorphe (dans la catégorie dérivée) à un

complexe deS@-Modules qui est localement libre de type fini en chaque degré, et que ses Modules de c'est que *les deux foncteurs sont quasi-inverses l'un de* 1 '*autre.* Formellement, ce fait ressemble aux relations de bidualité, qu'on peut exprimer soit dans la catégorie C ons * , soit dans la catégorie Çris*(x), , — à cela près que les contra foncteur s "dualisants" (exprimés dans — (30 hOl les deux cas comme un RHom (-, 0)) relient entre elles deux catégories *différentes.* C'est cette analogie formelle qui a conduit Mebkhout a appeler le théorème qui affirme l'isomorphie (9) AO@ @oo Oi id (dans Cris* (X))

@@@ G on

le *"théorème de bidualité"* pour les complexes de Sr-Modules holonomes (terminologie qui risque d'ailleurs de prêter à confusion). Cette relation, plus le fait que le foncteur @ est pleinement fidèle (ou plus précisément, que A@, en est un adjoint, chose — qu'il inclut dans l'énoncé de son théorème de bidualité) avait été obtenu par Mebkhout dès 1977, avant le théorème du bon Dieu complet. Le théorème dit "de bidualité" signifie donc essentiellement (tout comme "mon" théorème de bidualité, dont il est inspiré) qu'un complexe de 3) — Modules *holonome* peut se *réconstituer*, en tant qu'objet d'une catégorie dérivée, par la connaissance du complexe d'opérateurs différentiels (d'ordre infini) associé, vu comme étant simplement un complexe de faisceaux (E-vectoriels (dans la catégorie dérivée idoine) ; et plus précisément, qu'il peut se reconstituer par la formule dfinversion explicite (8-@ (première formule). A fortiori, un morphisme entre complexes de 3r-Modules holonomes est un quasi-isomorphisme si et seulement si le morphisme correspondant pour les complexes d'opérateurs différentiels (d'ordre infini) l'est au sens naïf (i. e. induit un isomorphisme sur les faisceaux de cohomologieï[381](**) .

Le théorème de bidualité de Mebkhout constitue en quelque sorte "la moitié" du 1005
théorème du bon Dieu (pour les 3r-Modules), quand celui-ci est pris sous sa forme la plus forte, celle affirmant que les foncteurs (8) sont quasi-inverses l'un de l'autre. C'est là le résultat central de la thèse de Mebkhout, soumise en janvier 1980. Mais cette "moitié", à elle seule, est déjà un résultat nouveau et (pour autant que je sache) entièrement inattendu. Il constitue un résultat typique, faisant le pont entre les idées de Sato et les miennes, mais dans l'optique de mon programme de longue date : formuler par voie "continue" ou "différentielle" (et dans l'optique des catégories dérivées), les "coefficients discrets". A ce titre, il me semble que ce résultat échappe totalement, par son esprit et par son inspiration, à la problématique de l'école japonaise d'analyse. Le théorème de constructibilité de Kashiwara semble y avoir représenté un "à coté", et nullement le point de départ d'une nouvelle théorie des coefficients. Comme les publications pour la période entre 1976 et 1980 en font foi sans possiblité de doute, Mebkhout a été le seul alors a développer une telle philosophie.

Mebkhout avait parlé de ses résultats à Kashiwara, de passage à Paris, en janvier 1978, alors qu'il venait de terminer la rédaction de sa thèse. A la demande de Kashiwara,

cohomologie proviennent (localement), par extension des scalaires, de3ï-Modules cohérents. En fait, on peut même supposer ces derniers holonomes et réguliers.

[381](**) (26 mai) En fait (comme je le signale plus bas, début de (c)) Mebkhout prouve ce dernier résultat, même en dehors de toute condition d'holonomie, sous, la forme équivalente : si le complexe d'opérateurs différentiels associé à un complexe de ft@-Modules est quasi-nul, il en est de même de ce dernier (et itou pour les Si-Modules).

le candide Mebkhout, tout content d'avoir enfin trouvé quelqu'un qui ait l'air intéressé "par ce qu'il a à dire, lui envoyé à Princeton le chapitre III tout chaud — celui où se trouve entre autres le théorème dit "de bidualité". C'était en février 1978. Trois ans plus tard, ce même résultat figure (avec un faire semblant de démonstration) dans un célèbre article de Kashiwara-Kawai[382](*). Il est rebaptisé "reconstruction theorem" pour la circonstance, et sans la moindre allusion à un certain Zoghman Mebkhout. C'était d'ailleurs aussi la mémorable année du Colloque Pervers — l!année glorieuse où un certain "nouveau style"[383](**) a conquis de haute main (et sans rencontrer la moindre résistance. . .), cette partie de la mathématique, entre toutes, où j'avais coutume naguère de me sentir chez moi. . . (c) (21 mai) Le "théorème de bidualité" (9) est de 1977. Pour prouver l'autre 1006
moitié du "théorème du bon Dieu" pour les SJ@Modules, qui revenait dès lors à prouver que le foncteur A@ est essentiellement surjectif, une première difficulté était de prouver que pour F dans Cgns*, et en définissant le complexe de jf°-Modules C @ @(F) par la première formule (8), que celuici pouvait s'obtenir via le foncteur i, au moins localement sur X, à l'aide d'un complexe de@-Modules (holonome, régulier). A priori, selon les idées de Mebkhout (i. e. suivant le double théorème du bon Dieu, impliquant que le foncteur i dans (5) est une équivalence), ce dernier devait être unique à quasi-isomorphisme unique près.

Je n'ai pas essayé de comprendre comment Mebkhout s'est finalement débrouillé dans sa thèse pour construire ce*)-Module. Il me semble que la situation doit se clarifier, ici, en utilisant l'idée de Deligne du faisceau procohérent associé à un faisceau de Ç-vectoriels constructible F[384](*)@ Cette idée avait été développée par lui dans le contexte des variétés *algébriques* sur X, mais doit pouvoir s'adapter mutatis mutandis au cas analytique, à condition peut-être de travailler "localement" sur X, ou sur chaque compact de X. Le faisceau procohérent associé à F, qui est donc (tout au moins sur chaque compact K. de X) un système projectif (F.) de faisceaux cohérents (définis au voisinage de K), peut se définir très simplement comme le faisceau qui pro-représente le foncteur

G' @ Horn (F, G) sur la catégorie des 0 — Modules cohérents G sur X @au voisinage de K. . .), lequel foncteur, étant exact à gauche, est bien pro-représentable. Par exemple, si F est le faisceau constant Cysur un sous-espace analytique fermé Y de X, "prolongé par zéro" sur tout X, on trouve le profaisceau formé par les 0, où les X sont les voisinages infinitésimaux de Y dans X. (NB La limite projective de ce système projectif est le complété formel de 0 le long de Y.) On constate (revenant au cas général) que le pro-faisceau (F.)

[382](*) M. Kashiwara, T. Kawai, On holonomic Systems of micro-differential équations, III Systems with regular singularities, Publ. RIMS 17, 813–979 (1981). Le "reconstruction theorem" pillé chez Mebkhout se trouve au par. 4 de ce long travail (reçu en novembre 1980). Le résultat principal du travail est une variante affaiblie du fait que le foncteur i dans (5) est une équivalence de catégories. C'est donc là un corollaire immédiat de la théorie (géométrique) de Mebkhout, conséquence que ces auteurs obtiennent par des voies analytiques (indépendamment de Mebkhout). Voir pour des précision*la sous-note "La maffia" n° 171 (ii), partie (b) : "Premiers ennuis — ou les caïds d'outre-Pacifique".

@**) Voir, au sujet de ce "nouveau style" (dont Kashiwara et Hotta sont d'éminents émules d'outre-Pacifique) la note "Les félicitations — ouile nouveau style" (n° 169).

[384](*) II s'agit de l'idée qu'il avait développée dans son séminaire à l'iHES de 1969–70, puis laissée pour compte. Voir à ce sujet la sous-note ". . . et entrave " (n° 171 (viii)).

est muni d'une stratification canonique[385](**). L'idée de Deligne, c'est que le *"foncteur de*
l "compatible" de stratification des F. — les objets envisagés sont de nature I beaucoup 1007
plus générale que les pro-oèjets de la catégorie des Modules stratiF fiés.

Deligne" allant de la catégorie des faisceaux de C@vectoriels constructibles sur X, vers la catégorie des faisceaux pro-cohérents stratifiés, est *pleinement fidèle*, et permet donc d'interpréter la première catégorie (qui est de nature transcendante) en termes d'une sous-catégorie pleine de la catégorie des faisceaux pro-cohérents stratifiés. Cette dernière a un sens purement algébrique, et la sous-catégorie pleine en question peut se définir également (de façon plus ou moins tautologique[386](*)), en termes purement algébriques également. C'est la catégorie que je noterai (10) DRD*(X) ou Del*(X) ,

qui constitue la *"cinquième photo"*, que je n'ai pas voulu expliciter hier[387](**). Je crois me rappeler d'ailleurs que Deligne avait pris la peine de développer son interprétation (et l'énoncé de pleine fidélité précédent) de telle façon qu'elle passe aux catégories dérivées (à un moment où il n'avait pas encore été décidé par mes élèves cohomologistes unanimes, Deligne en tête, de bazarder ces dernières), et c'est bien la version "catégorie dérivée" que je désigne par la notation (10), bien sûr.

Ceci dit, la "partie algébrique" dans RHgm (F, 0) doit pouvoir se définir

VH@ *J*@

de façon très naturelle comme une limite inductive (dans un sens convenable) des RHom (F., 0) — et en particulier (passant aux faisceaux de cohomologie)

, @ X 1 — v

on décrit des flèches canoniques

p (F-'@,@ — @ ixtf

(11) lim Extp (F-'@,@ — @ ixtf (F, 0) (V d

En utilisant la stratification sur le pro-objet (F.) et la stratification tautologique du deuxième argument 0, on doit pouvoir définir sur le premier

membre de (11) une stratification i. e. une structure de**-Module, de telle façon que
(11) soit compatible avec l'homomorphisme des Anneaux d'opérateurs correspondants 3)"* 1008
35T. Ceci dit, le théorème du bon Dieu de Mebkhout doit

@iCO pouvoir se préciser, en disant que (11) identifie le deuxième membre au5* — Module déduit du premier par extension des scalaires[388](*)

[385](**) La notion de stratification pour un pro-Module se définit de la même façon que pour un Module — la description donnée dans les notes de la veille (partie (a) ï s'applique en principe chaque fois qu'on a une notion "relative" (telle que Modules, pro-Module, schéma relatif etc) admettant une notion d'"image" inverse, i. e. donnant lieu à une "catégorie fibrée" sur la catégorie de "variétés" sur laquelle on travaille... On fera attention que si (F.) est un pro-Module, une stratification de celui-ci ne peut en général se décrire en termes d'un système

[386](*) "Tautologique" tout au moins en termes du dictionnaire déjà connu (dégagé d'abord par Deligne) entre faisceau de C-vectoriels localement constants (ou "systèmes locaux") sur le complémentaire Y-Z d'un diviseur z dans un espace analytique Y, et Modules cohérents stratifiés sur Y-Z qui sont "réguliers" (au sens de Deligne) le long de Z

[387](**) Finalement, cette explicitation (qualifiée de "tautologique" !) nfest pas donnée non plus ici, du moins pas sur le champ. Elle sera donnée cependant plus loin (page1OT1). On fera attention que la notation (10) se réfère à la variante "catégories dérivées"-

— ce qui implique notamment que la flèche est une *inclusion*. Ainsi, le membre de gauche doit se visualiser comme étant une sorte de *partie "algébrique"* (ou *"méromorphe"*) dans le membre de droite (qui, lui, est de nature "transcendante").

La situation générale s'éclaire considérablement sur l'exemple particulier précédent, F @ iie (@C) f où i : Y@@X est l'inclusion d'un sous-espace analytique fermé de X. Alors le deuxième membre de (11) est un faisceau de cohomologie locale à supports dans Y — un invariant *transcendant*, tandis que le premier membre

est l'expression bien connue que j'avais introduite pour la cohomologie locale, dans le cadre schématique. La fibre de ce faisceau en un point x G. Y n'est autre chose que la cohomologie locale, sur le spectre X de 0, du faisceau

X @@X, X structural à supports dans la "trace" Y de Y sur X.

On voit sur cet exemple à quel point lfidée de Deligne est proche de celles que j'avais développées sur le thème de la cohomologie locale, aux débuts des années soixante[389](**)@ Toujours est-il que le thème principal des travaux de Mebkhout, entre 1972 et 1976, était justement d'étudier la flèche (11) dans ce cas crucial

d dfn H (3

(12) lim Ext. (0, X) @ Hv (0@ . @ HjO i.

— @@y jj @@A x x ai g @Y @@x

II prouve dans ce cas la relation annoncée plus haut, et de plus (chose que j'avais omis tantôt d'inclure dans l'énoncé) que le premier membre de (12) 0-Module *cohérent/* et même, holonome et régulier. A partir de là, l'énoncé analogue pour (11) doit être une conséquence immédiate par dévissage (**J, vrai que la démonstration du théorème général 1009
utilise la même technique que le cas particulier de 1976.)

y compris dans le cas où F, au lieu d'être un faisceau de C-vectoriels constructible, est un complexe dans Cons*(X,@C). Le seul grain de sel, à part la construction en forme du foncteur de Deligne, est dans la définition du RHonu d'un complexe de promodules stratifiés, à valeurs dans un complexe de Modules stratifiés i. e. dans un complexe de 2)-Modules (en l'occurence, 0), en tant que complexe de @-Modules (et comme objet d'une catégorie dérivée).

Module ce grain de sel, on trouve donc une description tout ce qu'il y a de simple et conceptuelle, du foncteur du bon Dieu M "algébrique" (par opposition au foncteur du bon Dieu M@ "transcendant"), ou plutôt du contrafoncteur associé A et de son quasi-inverse a (13) @ — MD — DM, 0 @ mD @ Dm, par une double-formule qui paraphrase (8). Mais pour l'écrire,-utilisant l'équivalence de Deligne (14) Del : Cons*(X, Ç) @@ DRD*(X) , on va plutôt regarder les foncteurs correspondants AA, Q * entre DRD*(x) et DRM*(X),

---

[388](*) De plus, bien sûr, le premier membre de (11) (en accord avec la philosophie de Mebkhout) doit être un 3) — Module *cohcrent*, *holonome* et *ré gui ier*.

[389](**) II va apparaître plus bas que l'idée de Deligne est aussi intimement liée à celle que j'avais introduite en 1966 (dans fcrystalsjï : pour tout complexe.. ; d'opérateurs différentiels, je considère son "formalisé" p (L*) comme un complexe de pro-module stratifiés ou, mieux encore, comme définissant un complexe *cristallin*, dont la cohomologie cristalline (globale) s'identifie a la cohomologie (globale) de L*.

[389](***) (22 mai) Je suis un peu vif ici ! Les "types élémentaires" de faisceaux C-constructibles sont de nature plus générale que les seuls C.(Mais il est

où les signes * sont censés rappeler qu'on va travailler (du côté "constructible") avec des *pro-objets*. On trouve alors les formules remarquables (moralement contenues dans (8), mais reliant cette fois des coefficients "de nature algébrique" l'un et l'autre, et ceci par des formules "de nature algébrique" également) :

i@@(C@) @ RHom (C', o) @f @(Cî @ RHom (C, C@)

On a donc ici deux fois la "même" formule, avec la seule différence que C " est ici un complexe de faisceaux pro-cohérents stratifiés (ou ce qui revient au même[390](*), un complexe de cristaux de Module pro-cohérents), alors que C est un complexe de S — Modules (qu'on peut voir, moralement, comme un complexe de 0 — Modules ind-cohérents stratifiés, ou encore, comme un cristal de Modules ind-cohérents). C'est le "même" foncteur essentiellement qui fait passer des uns aux autres, à savoir, le "foncteur dualisant ordinaire" (cohérent), mon vieil ami des années cinquante.. Il est "évident", certes, que celui-ci doit échanger pro-objets et ind-objets (quitte a passer à la limite inductive dans ces derniers. . .).

Bien sur@ il y a un travail de fondements à faire, pour donner un sens précis à ces 1010
formules — un travail du type de celui fait par Deligne dans son fameux séminaire sabordé, ou par Jouanolou dans sa fameuse thèse également sabordée (que tout le monde cite, depuis le Colloque Pervers, et que personne n'a tenue dans ses mains. . .). C'est là un travail, j'en suis sûr, qui sera peut-être un peu long, mais essentiellement "sorital". La partie "dure" est contenue dans le théorème du bon Dieu de Mebkhout, complété par les formules de Mebkhout (8) dites (improprement peut-être) formules de "bidualité". Leur traduction algébrique par contre, affirmant que les deux foncteurs (15) sont quasi-inverses l'un de l'autre, est bel et bien (moralement)"le" théorème de bidualité ordinaire pour coefficients Q — cohérents, mis à la sauce ind-pro et avec des stratifications à la clef (qui doivent "passer" sans problèmes dans le foncteur dualisant).

La correspondance entre les deux types d'objets duaux se visualise de façon parfaite (sans aucun travail de fondements à la clef!) en termes de complexes d'opérateurs différentiels. (Dans cette dualité, d'ailleurs, la condition d'holonomie (et à fortiori, celle de régularité) ne joue aucun rôle.) A un tel complexe L*, le foncteur F*@@ Hom (F, 3@) (contravariant) envisagé

hier (dans (a),($^{@_1}$)), associe un complexe de J) — Modules à composantes localement → ($^{@_1}$)
libres de type fini, soit C. D'autre part, la "formalisation" de ce complexe L', en passant aux parties principales d'ordre infini P (L) (regardées comme des promodules stratifiés) fournit un complexe C' @ P@fL ") de pro-modules stratifiés. Ceci dit, on voit que ces deux complexes se correspondent par les formules (15), dans lesquelles ici, visiblement, le RHom se réduit à Hom. (Il suffit de vérifier cette dualité terme à terme pour les composantes L, et elle se réduit alors au fait plus ou moins tautologique que les homomorphismes linéaires "continus" P (L) @ ? 0 correspondent exactement, tout comme les homomorphismes linéaires L @* 2@ , aux opérateurs différentiels L @@ 0, en utilisant respectivement l'opérateur différentiel "universel" (d'ordre infini) L @* ? P**(L), et "l'augmentation"*) @@.0., donnée par 9 *@@ 6(1).). Comme au moins localement sur X, tout objet de Cris* , (X) (i. e. tout complexe de

[390](*) Voir la note de b. de p. [391](**) page 1006, au sujet de cette traduction.

con

d)-Modules à cohomologie cohérente) se décrit à l'aide d'un complexe d'opérateurs différentiels L", on peut considérer qu'à toutes fins pratiques, ce cas particulier donne une prise parfaite sur la dualité (15) entre les deux types de coefficients, à condition de faire des hypothèses de *) — cohérence et de "2)-pro-cohérence" convenables sur C et sur C', "duales" l'une de l'autre@ II suffirait dès lors de développer le "sorite" auquel j'ai fait allusion, en se limitant, du côté C'ou "pro", à des complexes de faisceaux procohérents stratifiés qui, localement, peuvent se décrire (à quasi-isomorphisme près) 1011

@c… comme un P (L;.

Par rapport à l'approche originelle de Deligne, le fait que les Modules pro-cohérents et complexes de tels qu'il introduit, puissent se réaliser localement par un complexe d'opérateurs différentiels, est d'ailleurs un *phénomène entièrement inattendu*, apporté par la théorie de Mebkhout. Il me paraît essentiellement équivalent[392](*) au théorème de Mebkhout mentionné plus haut (datant de 1976, dès avant la démonstration du théorème du bon Dieu), concernant la @ — cohérence des faisceaux Hyt@ï — , (qui figurent dans (12) ci-dessus). C'est là un théorème profond, aboutissement de quatre années de travail, et utilisant toute la force de la résolution des singularités de Hironaka (sans compter le courage de l'ouvrier qui l'a dégagé et prouvé, a 1"encontre de l'indifférence générale). La conséquence[394](*) que je viens de signaler est une relation profonde entre coefficients de De Rham (tels que je les entrevoyais à partir des années 1966) et complexes d'opérateurs différentiels, relation que je n'avais aucunement prévue (ni Deligne non plus, quand il a développé sa première approche vers les coefficients de De Rham). Quant à la condition d'holonomie et de régularité sur le complexe d'opérateurs différentiels envisagé, elle doit être équivalente (a posteriori, grâce au providentiel théorème du bon Dieu) à la condition de "finitude" (plus "régularité") de Deligne (que j'ai omis tantôt d'expliciter, en introduisant la catégorie DRD*(X) @ Del*(X)). C'est la suivante : les pro-faisceaux de cohomologie de P (L*) se "dévissent" localement par des suites de composition, de telle façon que les facteurs successifs puissent se décrirent (via le foncteur de Deligne) par des système locaux de d-vectoriels sur des sous-espaces Y-Z de X (où Z c *YC* X sont des sous-espaces analytiques fermés de x). Pour achever de donner à ce critère un aspect "algébrique", il suffit de remplacer le système local de C-vectoriels par un faisceau *cohérent* stratifié sur Y-Zr soumis à la condition que la connexion qui exprime la stratification (NB on peut supposer Y-Z lisse) soit "régulière" au voisinage de 2, au sens de Deligne[395](**) . (NB. Le pro-faisceau associé s'obtient en faisant croître le tantôt. 1012

Sauf erreur, quand on laisse tomber la condition de régularité dans la condition précédente

[392](*) (26 mai) Ici encore, je suis "un peu vif", le résultat de 1976 ne suffit pas. Comparer avec commentaire de la note de b. de p.[393](***) page 1008.

[395](**) Cette condition de régularité s'introduit ici de façon naturelle, compte tenu de l'équivalence de catégories dégagées par Deligne, entre les systèmes locaux de t-vectoriels sur Y-Z, et les fibres à connexion intégrable sur Y-z, munis d'une "structure méromorphe" le long de Z, et à connexion régulière le long de Z. Cette structure méromorphe (impliquant la possiblité de prolonger le Module cohérent sur Y-Z en un Module cohérent sur Y, du moins localement au voisinage de chaque point de Z) était sous-entendue dans la description donnée

(en supposant simplement donnée une structure néromorphe de E au voisinage de Z, pour pouvoir lui associer un Module pro-cohérent sur X tout entier, par le procédé de Deligne), on trouve une description "cohomologique" de la condition d'holonomie. La définition de Sato se fait par voie "microlocale'[1] — je n'en ai jamais vraiment pris connaissance encore, j'avoue.

cristal qu'on a sur Y-Z @ T au-dessus des voisinages infinitésimaux de T, et en "écrasant" le long de Z, pour avoir des faisceaux cohérents partout, pas seulement dans le complémentaire de Z. . .)

(d) Quand on ne suppose plus X lisse, il reste donc, pour décrire des "coefficients de De Rham" sur X, en plus de la "photo" de nature transcendante Cons*(X, C), les deux "photos" (de nature cristalline l'une et l'autre) DRM*(X) ou Del*(X), lesquelles elles, ont un sens purement algébrique. J*ai esquissé hier (dans (a@ un principe de définition pour 0RM*(x)@ et aujourd'hui pair la catégorie DRD*(X). C'est cette dernière qui dès à présent est pour moi parfaitement intelligible. Comme je l'ai signalé hier (voir (a), note de b. de p. [396](***) page 998), il y a lieu ici d'affiner le point de vue des pro-Modules stratifiés, par celui des cristaux en pro-Modules (pro-cohérents)[397](*). Le seul ennui qui reste encore avec ce point de vue, c'est le sorite "pro" qu'il obligera à développer, sorite qui (selon ma modeste expérience en de telles matières) risque de prendre des dimensions prohibitives ! Ces cristaux de promodules, qui associent, à chaque épaississement infinitésimal Uf d'un ouvert U de X, un Module pro-cohérent sur U', "de façon compatible avec les images inverses" pour des morphismes U " @@ U'd'épaississements, ne peuvent même pas s'interpréter comme des pro-faisceaux sur le site cristallin (ou ce qui revient au même, sur le topos cristallin X.) ! Donc on ne peut a priori leur appliquer le formalisme cohomologique connu des faisceaux de Modules sur des topos (commutativement) annelés, tels X. .

cris

La tentation est grande, ici, de passer à la limite projective du profaisceau qu'on a sur chaque épaississement. On trouve ainsi des Modules cristallins (sinon des cristaux en Modules), dont la "valeur" sur chaque U'n'a rien de cohérent ni de quasi-cohérent. L'espoir, c'est que tout au moins pour le type de cristaux de pro-Modules qui nous intéressent (ceux, 1013
notamment, obtenus par le foncteur de Deligne) un tel cristal de pro-modules puisse se *reconstituer* à partir du Module cristallin C déduit par passage à la limite, en prenant sur chaque épaississement U' "l'enveloppepro-cohérente" du faisceau zariskien C (restriction de C aux ouverts zariskiens de U ")[398](*)@ Ça me paraît bien être le cas tout au moins pour les cristaux de pro-modules associés à un Module cohérent stratifié sur un Y-Z comme ci-dessus, par exemple dans le cas-type où on prend le complété formel de 0. le long de Y-Z et qu'on prolonge par zéro ailleurs (et itou sur les épaississements). Si mon "espoir" est

[397](*) (27 mai) Réflexion faite, j'ai même du mal à croire que le théorème de Deligne Cons*(X, C) S Del*(X) soit vrai pour X non lisse, quand Del*(X) est défini comme le fait Deligne sans recours au site cristallin. C'est peut-être même pour s'en être aperçu qu'il a finalement préféré saborder toutela théorie, plutôt que de consentir à réintroduire le site tabou. . . (Comparer avec la note ". . . et entrave", n° 171 (viii).)

[398](*) En parlant ici de faisceau "zariskien" (par opposition à "cristallin", j'ai reglissé subrepticement dans le contexte schématique. Le lecteur qui ; rait le contexte analytique aura rectifié de lui-même.

justifié, alors la catégorie DRD*(X) des coefficients de De Rham — Deligne sur X pourrait s'interpréter comme une sous-catégorie pleine de la catégorie dérivée ordinaire D*(X. , 0@), définie par des conditions du type

CiiS A,

cris

"finitude" et "régularité" (elles-mêmes décrites en termes de dévissage, comme ci-dessus) sur les faisceaux de cohomologie. Ce serait-là une description d'une simplicité déconcertante, que j'aurais aussi bien pu donner dès 1966, si j'avais pris le loisir alors de continuer ma réflexion cristalline. . .

Cette question "de fondements" (s'il est licite de passer à la limite) ne dépend visiblement pas de la question si X est lisse ou non — s'il ne l'est pas, on le plonge dans un X'lisse et on se réduit au cas lisse. Si ce point de vue (quasiment trop beau pour être vrai J) marchait bel et bien, alors (dans le cas lisse maintenant) il y aurait lieu du coup (je pense) d'interpréter les formules "de bidualité" (version algébrique) (15) comme étant des RHom

ordinaires, sans s'embarasser de pro-questions (mais en faisant simplement attention à transporter les stratifications. . .). Un premier test dans ce sens serait le suivant : si u : C @i ? C est un morphisme de complexes de JD-Modules à cohomologie cohérente, tel que son image par le foncteur dualisant naïf RHom (-, 0,) est un quasi-isomorphisme, en est-il de même pour u ? Mais

Sx "* cela revient (par un argument de mapping-cylinder) à demander si un complexe de v — Modules à cohomologie cohérente, tel que son "dual naïf" soit nul (au sens des cat. dérivées, i. e. à faisceaux de cohomologie nuls), est lui même nul (au même sens). Ou encore, si on a complexe d'opérateurs différentiels L*, revient-il au même de dire que le complexe de@ù-Modules associé est à faisceaux de cohomologie nulle, ou qu'il en soit ainsi pour le complexe "formalisé" P (L'), vu cette fois non comme un complexe de pro-faisceaux, mais comme un complexe de faisceaux ordinaires (en passant aux lim). Mebkhout va sûrement pouvoir me dire. . . (23 mai) J'ai encore téléphoné a Mebkhout hier soir — ça 1014
fait d'ailleurs bien une semaine ou deux que je lui téléphone presque chaque soir, pour des questions mathématiques, ou historiques — et au total, ça va faire une note de téléphone astronomique I Mais l'Apothéose, sur laquelle je m'échine et que j'astique depuis trois semaines bien tassées, vaut bien ça. . .

Toujours est-il que zoghman m'a garanti un résultat qui a l'air voisin de la "question test" sur laquelle j'ai terminé la nuit dernière : si C dans Cris* , est tel que le complexe d'opérateurs L*sDR (C) associé soit quasi-nul, alors C est lui-même quasi-nul (cas analytique). On a un homomorphisme de complexes de faisceaux (de Ç-vectoriels), donné par les "parties principales d'ordre infini"

L' @@ P@I/) , d'où des homomorphismes (16) H@L') @ H^1(P'°(L*)) (i @ E) sur les faisceaux de cohomologie. On a envie de dire que cet homomorphisme (16) est toujours injectif, et identifie le premier membre au sous-faisceau des sections "horizontales" du second (ce qui serait une sorte de propriété d'exactitude du foncteur "faisceau des sections horizontales" sur une catégorie de pro-Modules stratifiés convenable. . .). L'injectivité impliquerait déjà que si le deuxième membre est nul, il en est de même du premier, donc si c'est vrai pour tout i (et selon ce que m'assure Mebkhout) le complexe de 3)-Modules associé à L* est quasi-nul — ce que je voulais.

L'injectivité dans (16) signifie aussi que pour un opérateur différentiel E @ F, et une section f de F qui en chaque point x @ X est "formellement" dans l'image (en passant à l'anneau local complété du point), et tel de plus que la "solution formelle" (de l'équation d (g) — f en g) puisse être prise, pour x variable, dépendante de façon analytique de x — l'équation admet alors localement une solution. Mebkhout me dit qu'il n'a pas connaissance d'un tel résultat ; pourtant la question est si naturelle que la réponse devrait bien être connue 1

Pour en terminer avec les "cinq photos", je voudrais encore ici revenir sur les deux "photos cristallines", l'unecorrespondant au point de vue de Mebkhout des Jb — Modules, l'autre au point de vue dual. Il est bien entendu qu'on doit travailler dans l'esprit des catégories dérivées — donc une interprétation "cristalline" digne de ce nom doit en tenir compte. Donc les deux photos cristallines ne sont "pleinement fidèles" que si le foncteur correspondant. allant de la catégorie D (X, J@) (disons), vers une catégorie idoine cristalfa 1015
° line, telle que D (X. , 0), est lui-même pleinement fidèle. J'ai l'espoir

cris @X

cris que tel est bien le cas@ *sans même s'encombrer de conditions d'holonomie et de régularité* sur les complexes de @) — Modules envisagés.

Le cas le plus simple sans doute est celui de la photo n° 4, qui consiste à interpréter la catégorie des **-Modules comme celle des cristaux de Modules, d'où un foncteur dérivé total (dit "de Grothendieck" — pour prendre les devants sur les amateurs de "détails inutiles" et de "digressions techniques"...) : (17) G : D* @(X,"*) @ D*(X. , 0) .

coh cris @X

cris

La question cruciale ici@ est si ce foncteur est pleinement fidèle. C'est dans ce cas seulement que la notation Cris* h (X) pour le premier membre est totalement justifiée — et du même coup@ aussi, le point de vue cristallin en cohomologie de De Rham (du moins, en l'espèce, dans le cadre analytique complexe, ou le cadre des schémas algébriques sur un corps de car. nulle). Pour prouver la pleine fidélité, en géométrie algébrique disons, on est ramené par des arguments standard au cas où X est affine (ou, dans le cas analytique, au cas d'un polydisque), et au cas où les deux objets C, C'envisagés dans le premier membre (dont il s'agit de comparer les Hom dans l'un et l'autre sens) sont tous deux égaux à î@ lui-même, avec simplement un shift de degrés. (Cette réduction se fait Sans problème, tout au moins en supposant C, C'à degrés bornés, donc en se bornant à D (X@ï@), ce qui semble largement suffisant pour les applications,) On est donc conduit à vérifier finalement les formules (18) r@X, J@) @@ Hom (G (3)@, G (3@), Ext@ (X. ; G (3@, G (3@) @ 0 pour i @O.

@ *-Jm, Ci J.5

cris

(pour X affine, resp. Stein). Je n'ai pas pris le loisir de le vérifier[399](*), mais ne doute

[399](*) J'ai des excuses, le plus clair de mon temps, depuis plus d'une année, ayant été absorbé a suivre à

guère que ce soit vrai. J'ai démontré quelque chose de très voisin, il me semble, dans @crystals@ (en 1966)[400](**).

Quant à la photo cinq, il y en a plusieurs tirages différents. Le tirage originel de Deligne 1016
se fait en termes de modules pro-c obèrent s stratifiés. La première retouche importante, en vue de la généralisation au cas X non lisse, consiste à interpréter les animaux en question comme des *cristaux* en pro-Modules. Mais on s'engage là dans l'engrenage (peu engageant 1) d'interminables pro — fondement s d'algèbre pro-cohomologique — et on perd le bénéfice de l'intuition topossique directe, attachés à X. . Aussi @ r — i cris je préfère (si faire se peut) carrément reprendre une autre photo, sous le même angle de vue à peu de choses près, via un foncteur contravariant (dit également "de Grothendieck" , à bon entendeur. . .) (19) G° : D* (X,) — @ D*(X. , 0 .

coh cris @X

cris On peut dire que c'est celui qui est déduit de la photo de Deligne en passant brutalement au faisceaux limites projectives sur chaque épaississement infinitésimal. d'un ouvert U de X. Si C dans le premier membre est associé (de façon contrevariante, comme dans la formule (1) de (a)) à un complexe d'opérateurs différentiels L", son image par (19) s'obtient en regardant P (L*ï (la "formalisation" du complexe L ") comme. un complexe de promodules stratifiés (idée introduite dans @crystal)) , ou encore comme un complexe de cristaux de pro-Modules, et en passant à la limite projective sur tout épaississement. Une autre façon de dire ceci, c'est qu'à tout 0 — Module localement libre (par exemple) L sur X, est associé un module cristallin (qui n'est *pas* un cristal de modules, sauf erreur), que je note e (L) , , d'une façon "évidente"

cris y certes (et que mes élèves ont depuis longtemps oubliée), lequel module dépend fonctoriellement de L par rapport aux opérateurs différentiels, et passe donc aux complexes d'opérateurs différentiels.

L'une ou l'autre description précédente du foncteur (19) reste d'ailleurs incomplète, du fait notamment qu'un objet du premier membre ne provient pas nécessairement, sur tout X, d'un complexe d'opérateurs différentiels. Je présume qu'on peut donner une interprétation intrinsèque de cette description heuristique, par la formule (20) G°(C) @ @ RHom (G (C@, 0) (où G défini dans (17)) ,

@X. cris cris mais n'ai pas vérifié qu'elle est correcte. Par les arguments standard, on se ramène encore ici (pour prouver que la flèche naturelle (20), lorsque C est associé comme dessus à L", est bien un iso) au cas où C "@*, et alors (20) se réduit aux formules (21@ 1017
Ext* (G (I@, 0) @ 0 pour i @ 0,

@X. cris cris qui ressemblent pas mal à (18).

---

la trace les prouesses de certains parmi ceux qui furent mes élèves. . .

[400](**) II s'agit du résultat auquel j'ai déjà fait allusion alleurs, que pour un complexe d'opérateurs différentiels L" sur un schéma relatif lisse (ou dans le cadre analytique itou, sûrement), l'hypercohomologie "zariskienne" de L* s'identifie à l'hypercohomologie cristalline de son formalisé P*(L'). A vrai dire, cet énoncé concerne plus directement la flèche (19) "duale" de (17), et peut s'exprimer aussi en disant que pour C@ C'des complexes deJ)-Modules à cohomologie cohérente, la flèche

Hom (C, C') @@ Hom (G°(C), G°(C') ï

est bijective, dans le cas où C — 0@ (ce qui n'est déjà pas mal et permet tous les espoirs. . . ï.

Le sens de la pleine fidélité de (19) est en tous cas assez clair, et se ramène a nouveau, par dévissage (et comme pour (17)) au cas où C @ *@ f C' — j3@i@ (shift des degrés par i), et se réduit alors aux formules

(22) r (X, 3@ — Si HomrôVP) , Ext* (X. ;* ?/ ?) @ 0 pour i @@ 0

cris

o on a pos

@ p "@a@ .

@X cris

qui est une Algèbre cristalline tout ce qu'il y a de remarquable sur X — On suppose ici (pour la nullité des Ext cristallins) que X est affine (resp — Stein) .

Finalement, ce qui m'avait semblé hier encore "quasiment trop beau pour être vrai", alors que je voyais encore les choses à travers la photo de Deligne, prend soudain des a !^1ures tout ce qu'il y a de raisonnables — une fois que les choses sont écrites sans s'encombrer de conditions d'holonomie (et encore moins, de régularité). Si Dieu me prête vie, et si personne d'autre ne fait le travail à ma place avant, j'espère bien tirer la chose au clair (ainsi que la validité de (21) et (18)) avant la fin de l'année, avec la partie du tome 3 des Réflexions qui sera consacrée aux coefficients de De Rham.

Comme je l'ai dit, c'est la photo cinq, celle qui "colle" au plus près à l'intuition topologique s'associant aux coefficients discrets, qui a ma préférence. C'est la mort dans l'âme que j'apprendrais que les formules (22) sont fausses (alors que je serais moins ennuyé s'il en était ainsi des formules (18), lesquelles, pourtant, ont l'air techniquement moins vissées). Cela montrerait qu'il faudrait revenir au pro-point de vue (de la photo de Deligne retouchée) — une perspective pas tellement gaie ! De toutes façons, il n'y a aucun doute pour moi qu'à des ajustements techniques près, on tient bel et bien là une excellente photo, valable notamment en géométrie algébrique (et même sur autre chose que des corps de caractéristique nulle), et sans aucune hypothèse de lis site.

Quant à la photo quatre, dont la fidélité est subordonnée à la validité de (18), je confesse à nouveau que je "ne la vois pas bien" encore en dehors du cas lisse (et même dans le cas lisse), et ne suis pas sûr que pour X pas lisse, l'interprétation cirstalline que j'ai proposée marche bel et bien telle quelle. Il me semble pourtant que mes perplexités endémiques de variance, concernant le point de vue de Mebkhout des "D — Modules (et surtout, mon interprétation cristalline de ce point de vue), sont sur le point de se résoudre, par 1018
l'introduction d'une notion duale à cel. le de cristal, que j'appelle *co-cristal*. C'est pas plus tard que hier que ce sentiment diffus de malaise qu'il y avait (pour la "variance" des @ — Modules par immersions fermées) a fini enfin par accoucher d'une "bonne notion" (à ce qui me semble, sans avoir encore vraiment rien écrit). Ça a l'air de coller du coté "ind", aussi bien que la notion de cristal (qui m'est familière) du coté "pro". Sur une variété lisse, les deux catégories (cristaux et co-cristaux) sont canoniquement équivalentes (et c'est pourquoi j'avais forcément tendance a les confondre — c'est excusable...), mais il n'en est plus de même pour X quelconque. La situation est toute analogue à ce qui se passe avec l'anneau de cohomologie H "(X) et le groupe de cohomologie H.(x), ou l'anneau de Chow Ch"(X) et le groupe de Chow Ch.(X@, ou l'anneau de Grothendieck (je m'excuse de l'impair...) K*(X) et le groupe de Grothendieck K.(x) (re-excuses)@ La aussi pendant longtemps on a

confondu les deux types d'objets quand X est une variété (topologique, ou algébrique etc — suivant les cas) lisse. Ça "s'explique" après coup, du fait que le deuxième terme est muni en tous cas d'une structure de module sur le premier (le "cap"-produit — dans les deux derniers cas celui-ci a été introduit par un ancêtre que je n'oserais nommer ici...), et que dans le cas lisse, on trouve que ce Module est libre de rang 1 et muni d'une base canonique, ce qui l'a fait confondre malencontreusement avec l'anneau (bien plus beau, c'est entendu). Eh bien c'est pareil pour les catégories Cris'(X) des cristaux de Modules sur X, munie d'une structure "d'anneau" par le produit tensoriel, et celle Cris.(x) des co-cristaux de modules, sur laquelle la précédente "opère" par un capproduit, parfaitement !

Mais il est temps d'arrêter cette longue digression mathématique, entièrement déplacée (je le reconnais) dans l'ordonnancement d'une belle Cérémonie Funèbre. Le lecteur intéressé à connaître la suite (touffue, il va de soi) en sera réduit à acheter le volume 3 des Réflexions (s'il ne plaint ses deniers), où un défunt impénitent compte poursuivre ses confuses "digres** sions techniques"[401](*)@

(e) (27 mai) Une "dernière" note de bas de page, rajoutée aux "Cinq photos" in extremis hier (avant de donner à la frappe les douze premières notes de l'Apothéose), a pris encore "des dimensions prohibitives", et je vais finalement continuer "cette longue 1019
digression mathématique" par une dernière (et courte) section. Ainsi, "Les Cinq Photos" consisteront en les *cinq* sections @a) à (e) — comme quoi tout s'arrondit et se parfait...

Il s'agit d'un commentaire sur le véritable domaine de validité (présumé) du "théorème du bon Dieu" de Mebkhout, lequel dépasse de très loin (selon moi) le cadre initial des espaces analytiques complexes — non seulement par la *philosophie* nouvelle qu'il apporte (et qui a dès à présent renouvelé le thème cohomologiqueï, mais également dans un sens technique.

Une fois qu'on interprète les faisceaux de (C-vectoriels constructibles sur X (lisse), soit en termes de Modules procohérents stratifiés (à la Deligne), soit (par passage à la limite projective sur des épaississements infinitésimaux d'ouverts de xï en termes de faisceaux cristallins (à la Grothendieck), le "théorème du bon Dieu" alias Mebkhout affirme lféquivalence de deux catégories gui, cette fois, sont l'*une et l'autre* de nature "purement algébrique". En d'autres termes, ce théorème prend à présent un sens précis, dans d'autres contextes que le contexte analytique complexe : aussi bien le contexte des schémas lisses sur un corps (qu'il n'y a pas même lieu de supposer de caractéristique nulle — voir, à ce sujet la note de b. de p. [402](**) page 996 plus haut ; en car. p "@ 0 le point de vue "cristallin à puissances divisées" est ici essentiel), soit les variétés rigide-analytiques de toute caractéristique, soit les schémas lisses de type fini sur "B (et j'en passe...)*

La partie "formelle" du théorème du bon Dieu concerne *tous* les complexes de@-Modules cohérents, pas seulement ceux qui sont holonomes, et dit que le foncteur du bon Dieu, revu et corrigé par les soins de l'ancêtre (i. e. la dualité par rapport au faisceau structural 0, essentiellement) est *pleinement fidèle* de la catégorie D, (X, 3@) @ Cris* , (X),

coh X coh vers la catégorie de coefficients envisagée Çoeff* prise au choix du goût de

[401](*) Cette fois, est-il besoin de le dire, en tant que "collaborateur" d'un autre de mes élèves, promu depuis belle lurette "père" des cristaux...

l'intéressé). Quand on prend bien les choses, ça devrait être plus ou moins "sorital".

Mais dans la catégorie d'arrivée, on définit, "par dévissage", deux souscatégories pleines remarquables, celle des "coefficients. holonomes" resp. celle des "coefficients holonomes réguliers" (comme à la fin de (cl, et dans la note de b. de p. [403](**) page 1011). Ceci dit, le "théorème de Mebkhout généralisé" (au contexte envisagé), qui lui n'aura rien de sorital certes mais est sûrement profond, dira deux choses s

1020

1. La catégorie Coeff* , des "coefficients" holonomes est dans l'image *1*

hol de la catégorie Cris* h (X) par le foncteur (pleinement fidèle) "de Mebkhout-Grothendieck". (NB. Moralement, ce foncteur est le foncteur de Mebkhout, mais regardé sur Cris* ,(X) tout entier, et de plus "revu et corrigé par les soins de l'ancêtre", pour que le but soit dans Coeff* qui a tin sens purement algébrique. . .).

2. Caractériser l'image inverse de Coeff* , et de Coeff* . par des *2*

hol hol reg conditions d'"holonomie" et de "régularité" "microlocales", en termes de complexes d'opérateurs différentiels.

Pour ce dernier point (qui pour mon programme des années soixante est peut-être relativement accessoire), on a en caractéristique nulle une condition d'holonomie déjà toute trouvée. Quant à la condition de régularité, c'est le moment de voir si les japonais n'auraient pas justement la bonne notion dans leurs manches — mais ce n'est pas Mebkhout qui me l'apprendra, vu qu'il en a trop vu pour vouloir en entendre parler.

Quant a moi qui n'en ai pas vu comme lui, il me semble qu'il y a *trois aspects* différents de la régularité, qui se complètent mutuellement :

1°) Aspect "géométrique" dégagé par Deligne par dévissage dans Coeff* , en se ramenant à la condition de régularité pour un "système local" (p. ex. fibre à connexion intégrable) au voisinage d'un diviseur singulier.

2°) Aspect "microlocal" ou "japonais", se formulant directement en termes de complexes d'opérateurs différentiels (?)

3°) Aspect "cohomologique" introduit par Mebkhout, aspect qui pour le moment n'est bien compris (il me semble) que dans le cas analytique complexeJe n'ai pas la moindre idée s'il a une chance de se généraliser au rigideanalytique.

L'aspect 3°) sera bien entendu crucial, chaque fois qu'il s'agira d'établir un *théorème de comparaison* entre cohomologie "zariskienne" et cohomologie "rigide", pour une variété algébrique définie sur un corps value complet, et des coefficients holonomes.

Pour mon grand "programme des variances" des années soixante, c'est bien sur l'aspect "géométrique" qui est l'aspect le plus important de tous. Ce qui importe, c'est de définir un formalisme des six opérations pour les Coeff,,

hol reg Si on en trouve même un pour les Coeff, , , comme Mebkhout semble croire,

hol

tant mieux. Mais (si je ne me trompe) les motifs (auxquels j'en ai avant toute autre chose) ne donneront naissance qu'à des coefficients à la fois holonomes et réguliers. 1021

J'en reviens à la question 1, qui admet comme variante évidente une "question l' " (plus modeste), avec Coeff* @ remplacé par Coeff* . Une * hol hol reg fois prouvé la pleine fidélité du foncteur de Mebkhout-Grothendieck, on est visiblement ramené à la chose suivante : on se donne, sur une sous-variété lisse (pas nécessairement fermée) Y de X, un fibre à connexion intégrable (ou un F-cristal C-cohérent, suivant le contexte choisi…), avec au besoin une condition supplémentaire de régularité à la Deligne pour celle-ci (aux points de Y-Y). Le procédé de Deligne (éventuellement revu par l'ancêtre pour passer au contexte cristallin) nous permet d'y associer un objet de Coeff* (qui par définition sera même "holonome", voire "holonome régulier"). Cet objet est-il dans l'image du foncteur de Mebkhout-Grothendieck ? Ou, ce qui revient au même, est-ce que localement sur X, l'objet en question de Coeff* peut se décrire par un complexe d'opérateurs différentiels sur X, par le procédé breveté de l'ancêtre, consistant à passer à la "formalisation" dudit complexe, interprété soit comme complexe à la Deligne, soit comme un complexe cristallin ?

La réponse à cette question est en tous cas affirmative (sauf erreur) dans le cas analytique complexe, ainsi que dans le cas des schémas relatifs lisses sur un corps de caractéristique nulle, sans même avoir à introduire la condition de régularité. C'est là le "phénomène entièrement inattendu, apporté par la théorie de Mebkhout" que j'ai pris soin déjà de souligner précédemment (dans (ç), page 1011)[404](*). Dans le cas régulier (y compris "à l'infini"), c'est essentiellement le théorème du bon Dieu. Dans le cas général, si je ne me trompe, cela doit résulter sans larmes de ce que j'ai appelé le "critère cohomologique d'holonomie" (ou "réciproque : au théorème de constructibilité de Kashiwara"), dû à Mebkhout, dont il est question dans la note suivante "Trois jalons — ou l'innocence" (n° 171 @x), voir page 1028). (') (5 mai et 23 mai)[405](*) La philosophie que Mebkhout 1022
a développée entre 1972 et 1980 peut se résumer en *trois grands théorème* s, tous les trois intimement liés aux idées que j'avais développées dans les années cinquante et soixante, mais dont moi (ni personne) n'avait su prévoir aucun[406](**).

---

[404](*) Souligner de tels faits est devenu de nos jours, au moins dans la partie de la mathématique dont il est question ici, une véritable *œuvre de salubrité publique, à* une époque où la quasi-totalité des publications sur le thème cohomologique, et la totalité (je lei crains) de celles qui paraissent sous des signatures aujourd'hui prestigieuses, sont écrites de telle façon à *escamoter* justement les grandes idées-force qui font vivre tous ces textes, et à *brouiller* ou à *éradiquer* le rôle et l'origine de tel outil crucial (ancien, ou nouveau apparu), de telle notion névralgique, de telle idée féconde. Il y a une *corruption* intellectuelle (signe d'une corruption plus profonde…) qui s'étale de nos jours dans notre science au vu et su de tous, dont je n'ai pas eu connaissance pour aucune autre science à aucun autre moment de l'histoire.

[405](*) La présente sous-note "Les trois jalons" est issue d'une note de bas de page à la note @L'œuvre…" (n° 171 (ii) ï. Voir le signe de renvoi placé vers la fin de cette note.

[406](**) Comme je le signale dans la note "Les questions saugrenues" (n° 171(vi))/ je connaissais pourtant depuis longtemps une variante du théorème du dualité globale de Mebkhout, pour un schéma relatif propre et lisse X/S, en termes de complexes d'opérateurs différentiels relatifs. De façon précise, si L'et L'" sont de tels complexes, "adjoints" l'un de l'autre, alors Rf@(L*) et Rf@(L'*), en tant qu'objets de la catégorie dérivées D (S,@@, sont des complexes "parfaits"

(localement représentables par des complexes de Modules libres de type fini à degrés bornés), et duals l'un de l'autre au sens habituel pour les complexes parfaits. Dans le cas où s @ Spec (C), ce théorème est plus ou moins équivalent à celui de Mebkhout (restreint au cas d'une variété analytique qui est algébrique et propre), avec cette différence importante cependant qu'il me manquait un point de vue "catégories

Le premier grand théorème est le fruit principal des travaux de Mebkhout entre 1972 et 1976. Il concerne les faisceaux de *cohomologie locale* Hy.(@.) (notion introduite indépendamment par Sato et par moi) du faisceau structural d'une variété analytique complexe lisse X, à supports dans un sous-espace analytique fermé Y. L'observation essentielle ici. que personne n'avait songé a faire avant Mebkhout, c'est que les opérations de l'anneau J@ des opérateurs différentiels d'ordre infini sur X[407](***), du fait qu'ils opèrent sur l'argument 1023
0, opèrent aussi sur ces faisceaux de cohomologie. D'autre part, dans le cadre "zariskien" de la géométrie algébrique, j'avais décrit ces faisceaux (vers la fin des années cinquante ?) comme des limites inductives de faisceaux Ext. Cela a conduit Mebkhout, en analogie, à introduire une "partie algébrique" de la ctihomologie locale, et une flèche canonique

i @3fn i i dfn i

@ iBxt' @ * @

alg o

r n @ X n X où X désigne le n. ème voisinagle infinitésimal de Y dans X, et CE, @E le faisceau constant @E sur X resp. Y (ce dernier prolongé par zéro sur x-Y) . La deuxième observation essentielle, c'est que cette fois l'anneau 3D des opérât teurs différentiels ordinaires sur X opère sur le premier membre. Il était bien connu que le genre de faisceaux qu'on obtenait, aussi bien le membre de droite de nature transcendante, que le membre de gauche de nature "algébrique", étaient de dimensions assez prohibitives, en tant que 0 — Modules — rien de cohérent, c'est sûr. Il est vrai aussi qu'on avait le sentiment (du moins du côté algébrique) qu'il y avait quand même un certain type de "finitude" ou de "cof initude" , en un sens que personne avant Mebkhout n'a songé à préciser. Le théorème remarquable de Mebkhout, c'est que le premier membre est un S) — Module *cohérent*, et que de plus, le deuxième membre (qui avait l'air encore plus intraitable) est simplement déduit du premier par le changement d'Anneaux

Comme le deuxième Anneau est connu pour être plat sur le premier, cela implique d'ailleurs que (1) est injectif. En même temps, vu le résultat de cohérence, cela peut être considéré comme un théorème de finitude très fort concernant le deuxième membre (auquel personne avant Mebkhout ne comprenait rien) — celui-ci est notamment de présentation

dérivées", pour traiter des complexes d'opérateurs différentiels. D'autre part et surtout, je n'avais aucun ; saupçon que ces complexes (soumis à des conditions convenables dégagées par Mebkhout) forment un substitut parfait des "coefficients discrets" (ou coefficients de De Rham). Il était clair pour moi, d'autre part, dès l'année 1966 au moins, qu'il devait exister un tel substitut des coefficients ç-vectoriels algébriquement contructibles, ayant un sens pour des schémas relatifs en caractéristique quelconque, et mes idées cristallines étaient justement une première approche dans ce sens. Comme on le verra dans @Crystals@ (ce sont les exposés cités dans la note précédente "Les cinq photos ('cristaux et S) — Modules)", n° 171(ix)), la logique interne de mes réflexions cristallines m'avaient pourtant amené a nouveau au contact des complexes d'opérateurs différentiels. J'étais alors tout près déjà de la philosophie de Mebkhout. Il fallait que mes élèves cohomologistes (et surtout Deligne, Berthelot, Illusie) soient bloqués par le syndrome d'Enterrement, pour ne pas avoir dégagé cette philosophie dès les années suivantes. (Moi-même étais alors pleinement occupé par d'autres tâches de fondements, et avais laissé le thème cristallin aux soins de mes élèves.)

[407](***) pour une définition de ces opérateurs, dont le nom fait peur au premier abord, mais qui donnent lieu à un formalisme en tous points parallèle à celui des opérateurs différentiels ordinaires, voir la partie (b) de la note précédente "Les cinq photos (cristaux et ïï — Modules)" (n° 171 (ixïï.

finie en tant que @ — Module (mais peut-être pas cohérent, vu qu'on ignore siî)*0 est lui-même cohérent).

Le premier cas traité par Mebkhout, celui d'un diviseur à croisements normaux, fait l'objet de sa thèse de troisième cycle/ passée en 1974. Déjà ce cas n'est pas trivial, et bien entendu, entièrement nouveau — la question même résolue par Mebkhout n'avait jamais été vue. Ce cas d'ailleurs s'avère être le cas crucial, auquel Mebkhout arrive (par approximation successives, de généralité croissante) à se ramener[408](*), à coups de résolution des singularités.

Le résultat que je viens d'énoncer, à lui tout seul, m'apparaît d'une portée telle, que 1024
sous des conditions tant soit peu normales, elles auraient valu à leur auteur une notoriété internationale. Egalement, le premier cas crucial traité par lui dénotait déjà une originalité de vision qui, "normalement", lui aurait valu les encouragements chaleureux de ceux parmi ses aînés (tels chacun de mes ex-élèves, sans exception) qui étaient en mesure d'en apprécier la saveur. Passons...

En fait, dans ces quatre années, Mebkhout arrive à un résultat plus circonstancié encore que celui que je viens d'énoncer. Il prouve que le 3j — Module qu'il étudie est non seulement cohérent, mais de plus *holonome* (notion qu'il a trouvéedans l'école japonaise), et de plus *régulier*[410](*) (dans un sens qu'il définit ad hoc, en s'inspirant de mon théorème de comparaison pour la cohomologie de De Rham algébrique-analytique). Mieux encore, il prouve que le faisceau de C-vectoriels constructible de départ C (qui entre dans la définition du second membre de (1)) se *reconstitue* à partir du complexe de 3) — Modules RHprtu (@C,@@.) @ C, par l'extraordinaire formule d'invers ion : (2) C — w RHomi*@(C, 0)

y @ *M* @x personne n'avait jamais rêvé d'une telle formule — et personne n'y rêvera jusqu'au jour J cinq ans plus tard, quand la puissance de la philosophie se révèle et donne en même temps le signal pour l'Enterrement, aux côtés de l'ancêtre, de celui qui l'avait apportée... Pour y rêver, il aurait fallu ne pas avoir enterré la philosophie de l'ancêtre (à coups de catégories dérivéss, de RHom avec ou sans soulignés et autres "détails inutiles"...) ; et de plus, savoir apprécier une situation géométrique tout* anodine et pourtant chargée de mystère (la cohomologie locale à supports. dajis un diviseur à croisements normaux), et aller *jusqu'au bout* du mystère. Ce "bout", il n'est pas encore dans le splendide théorème de 1976 que je viens de décrire — mais dès ce moment, Mebkhout en a une claire vision : c'est le double "théorème du bon Dieu", l'un pour les @-Modules holohomes réguliers, l'autre pour les 3)** — Modules holonomes, et la double formule d'inversion (ou de "bidualité") dont il a été question précédemment[411](**). C'est aussi la solution, d'une simplicité merveilleuse, au problème de la relation entre coefficients discrets (analytiquement constructibles) et coefficients "continus".

---

[408](*) Pour le théorème de Mebkhout sur la cohomologie locale, voir notamment : La cohomologie locale d'une hypersurface, in Fonctions de plusieurs variables complexes III, Lecture Notes in Mathematics n* 670, p. 89–119, springer-Verlag (1977), et Local Cohomology of analytic spaces, Publ. R. I. M. S. Kyoto Univers. 12, p. 247–256 (1977).

[408](*) La définition originelle (transcendante) de Mebkhout de la régularité est rappelée dans la note "L'œuvre..." (n° 171 (ii)), note de b. de p.[409](*) page 950.

[411](**) Dans la note précédente "Les cinq photos (cristaux et*-Modules)" (ne 171 (ixï), partie (b).

Mais j'anticipe. Quand il a démontré le théorème qui constitue le premier grand jalon de son œuvre et de sa philosophie, le "bout", clairement perçu, lui paraît encore vertigineusement lointain. S'il avait trouvé auprès de lui un aîné compétent et bienveillant, et avec un minimum d'expérience et de flair mathématique, celui-ci l'aurait détrompé : visiblement, il en était tout près déjà, et la difficulté a surmonter, comme si souvent dans le travail de découverte (pour ne pas dire, toujours...), était plus psychologique, que technique. Mais avant de se lancer à la poursuite de l'infiniment lointain, il s'attaque au théorème de dualité globale — celui qui devait "coiffer" le théorème de dualité connu, aussi bien pour des coefficients cohérents, que pour des coefficients discrets. La motivation profonde, omniprésente dans l'œuvre de Mebkhout, qui relie les deux problèmes, celui de la cohomologie locale et celui de la dualité globale, c'est le pressentiment d', une *unité essentiel le* entre coefficients discrets, et coefficients continus. C'était là aussi mon fil conducteur dans mon approche cristalline de 1966, qui s'efforçait d'appréhender les "coefficients de De Rham" (de nature essentiellement discrète) en termes "continus"... 1025

Ce n'est pas le lieu de revenir ici sur l'énoncé du théorème de dualité de Mebkhout[412](*). Sa démonstration se heurtait a des difficultés techniques sérieuses, dues au contexte transcendant, qu'il surmonte a coups de techniques de descente cohomologique et d'EVT nucléaire (techniques auxquelles ma personne n'a pas non plus été étrangère, même si Mebkhout est le seul qui s'obstine encore à citer l'ancêtre...). Du point de vue de sa philosophie de dualité, ce théorème est un jalon essentiel. Si on garde présent à l'esprit, avec Mebkhout, qu'appliqué aux complexes de 3) — Modules holonomes il contient la dualité globale pour les coefficients discrets analytiquement constructibles[413](**), en plus de la dualité cohérente, on peut dire qu'il contient déjà en germe, lui aussi, toute la philosophie des@-Modules à la Mebkhout. Sa portée, dès qu'il m'en a parlé la première fois, en 1980 (l'année après la soutenance de sa thèse (***$_9$, m'est apparue comme une chose évidente. Je ne pense pas avoir eu l'honneur d'inspirer un travail d'une portée comparable, à aucun élève travaillant 1026
à mon contact[414](*).

Mebkhout a d'ailleurs eu beaucoup de peine a faire publier ce théorème, qui sentait "les grothendieckeries" à plein nez. (Les Annals of Mathematics le lui ont renvoyé, en lui faisant comprendre que ce genre de choses n'avait pas le niveau requis. Ça a fini par paraître quand

[412](*) Cet énoncé est rappelé dans la note "L'œuvre..." (n° 171 (ii)).

[413](**) Au moment où Mebkhout établit son théorème de dualité globale (1976), il n'a d'ailleurs pas prouvé encore que *tout* faisceau de @-vectoriels analytiquement constructible provient d'un complexe de5)-Modules. Mais il n'avait pas de doutes à ce sujet.

[413](***) Voir la note "Rencontres d'outre-tombe" (n° 78).

[414](*) je pense ici surtout à des élèves qui ont préparé une thèse avec moi. Le cas de Deligne est à part, puisqu'il passe sa thèse après mon départ, et sans d'ailleurs prononcer mon nom, alors que l'inspiration de départ de son travail (sur la cohomologie de Hodge-Deligne) lui venait de ma problématique des "coefficients" en tous genres, laquelle prévoyait aussi un formalisme des "coefficients de Hodge". Le travail de Deligne est un premier pas dans cette direction, beaucoup plus parcellaire que celui accompli par Mebkhout, dans la direction (intimement liée à celle de Hodge) des "coefficients de De Rham". Il est vrai que Mebkhout@ confronté à des lourds handicaps du fait de l'indifférence et du dédain de ses aînés, n'était par contre pas affligé par le syndrome d'enterrement qui a paralysé mes élèves. (Voir à ce sujet la note "... et entrave",@n° 171 (viiiï. î

même, dans Mathematica Scandinavica, en 1982 [415](**).) Je crois que ça a été là son thème de prédilection, quand il donnait des conférences sur la philosophie des Jù-Modules, mais dans un esprit très différent de celui des japonais. Il m'a dit que ce théorème avait bien le don d'émerveiller les auditeurs, ou les interlocuteurs occasionnels, à l'exception justement, à tous les coyips, de ceux qui font partie de l'establishment[416](***). C'est la une chose qui me réconforte. Elle montre que cet esprit de suffisance gavée, qui ternit la beauté de toute chose, si belle soit elle, n'est pas devenu général dans la communauté mathématique. Elle sévit surtout (sinon exclusivement) dans les hautes sphères, où j'ai eu ample occasion en effet d'en faire connaissance depuis une dizaine d'années..- poussière en nous, recouvrant 1027
la fraîcheur originelle des choses. J'ai été touché par cette poussière, comme les autres. Et aujourd'hui, quand je me trouve à nouveau confronté à un de ceux qui furent des élèves, ou des amis, bien souvent j'ai l'impression que cette poussière-la s'est accumulée en des couches épaisses et denses, et qu'elle a formé comme une armure étanche, impénétrable, qui m'interpelle à travers eux…

Il convient de compléter ce théorème de dualité globale par le résultat déjà mentionné de nature locale, iu-i aussi profond, disant que le foncteur dualisant naturel pour les compLexes de 3j — Modules, à faisceaux de cohomologie cohérente, lequel transforme complexes holonomes en complexes holonomes (et itou pour les complexes holonomes réguliers), est de plus compatible sur ceux-ci avec le foncteur de De Rham DR ("complexe d'opérateurs différentiels associé", regardé comme complexe de faisceaux de C-vectoriels à cohomologie constructible), pour le foncteur dualisant naturel que j'avais introduit sur ceux-ci[417](*). Cette compatibilité est visiblement un ingrédient essentiel du formalisme de dualité de Mebkhout, pour une compréhension du sens de son théorème de dualité globale. Pour une raison qui m'échappe, il l'appelle "théorème de dualité locale"[418](**). Ce théorème profond, tout comme la fameuse "correspondance" (dite "de Riemann-Hilbert", quand on daigne

[415](**) Théorèmes de dualité globale pour lesX-Modules cohérents, Mathematica Scandinavica 50 (1982) p. 25–53. Voir également "Dualité de Poincaré" in séminaire sur les Singularités de Paris VII (Pub. n° 7), 1977–1979, et surtout "The Poincaré-Serre-Verdier duality" in Proceedingv of thé Conf. of Algébraic Geometry, Copenhague (1978), Lecture Notes in Mathematics n° 732, p. 398–418, Springer Verlag (1979). L'introduction à l'un et l'autre de ces exposés, et tout particulièrement du deuxième, représentent une esquisse de la philosophie apportée par Mebkhout, à un moment où il était le seul à en être le dépositaire et l'avocat.

[416](***) (24 mai) Ceci se recoupe bien avec mes propres observations. Il semblerait que la situation d'homme en — vue prédispose à une telle suffisance, pour qui "rien n'est assez beau pour qu'elle daigne s'en réjouir". Je ne sais si ces dispositions sont la règle dans l'ensemble du monde scientifique, de nos jours, voire, depuis toujours. Cela a été ma grande chance, d'avoir été accueilli à mes débuts par un milieu où un tel esprit de suffisance n'existait pas — pas encore.

Il a du venir à pas de loup, au cours des ans, s'installant à demeure en les uns et en les autres, peu à peu, sans que personne parmi nous (mis à part Chevalley seulement…) ne s'en aperçoive. Tout semblait pareil qu'avant — et pourtant, tout était différent déjà. C'était déjà comme une fine couche de

[417](*) C'est la dualité devenue entretemps, par le consensus général de mes élèves et anciens amis, la "dualité de Verdier" (tant dans le cas analytique complexe, qu'étalé)… (Voir à ce sujet, par exemple, la note "La bonne référence", n°82.)

[418](**) C'est sous ce nom que le résultat figure dans le chapitre III de la thèse de Mebkhout. Celui-ci me dit qu'il s'était inspiré, pour ce nom-là (comme pour celui de "théorème de bidualité") de la terminologie

la nommer), est traité par "tout le monde" (Verdier et Deligne en tête) comme une chose "bien connue" qui irait de soi, et surtout sans jamais nommer un certain inconnu (dont "tout le monde" sait bien qu'il ne faut surtout pas le citer)... son gros article avec Kawai 1028
déjà cité (voir note de b. de p.[419](*) page 1005) (prop. 1.4.6 du par. 4 de loc. cit.). C'est le travail où est également approprié sans autre forme de procès (sous le nom de "reconstruction theorem") le "théorème de bidualité" (loc. cit. 1.4.9 du par. 4). C'est dire à quel point les émules outre-Pacifique des grands maîtres du "nouveau-style" né à Paris (en lieu et place d'une "école de Grothendieck" qui s'était volatilisée sans laisser de traces...), ne sont pas en reste par rapport à leurs collègues français.

Mon théorème de bidualité (pour les coefficients discrets) figure également dans le même inépuisable par. 4 du même travail de Kashiwara-Kawai (prop. 1.4.2) Mais alors qu'on pille sans vergogne et sans y penser à deux fois l'élève posthume et inconnu, notoirement laissé pour compte par les patrons, on fait le coup de chapeau de rigueur à l'illustre collègue d'en face, en citant comme il se doit "la bonne référence" fournie par Verdier (lui-même pillant un défunt jamais nommé...).

Ces supercheries sont d'ailleurs notoires parmi les gens bien informés, et Mebkhout a eu plusieurs échos dans ce sens. Mais visiblement, elles sont considérées comme séantes et bienvenues pour la circonstance, dès lors qu'il s'agit d'éliminer l'ancêtre incitable et son malencontreux continuateur.

J'en viens enfin au troisième grand jalon dans l'œuvre de Mebkhout. Techniquement parlant, on peut dire qu'il est constitué par trois (ou au moins deux) théorèmes distincts, mais si intimement liés que dans l'esprit de Mebkhout, ils apparaissent comme indissociables. Dès janvier 1978, il a prouvé l'aspect "Ji — Modules" : le fait que la restriction m@otoù "foncteur de Mebkhout") du foncteur "complexe de De Rham associé" aux complexes de S* — Modules *holonomes* est une équivalence de catégories (avec les complexes de faisceaux de C-vectoriels à cohomologie constructible). Sachant déjà que ce foncteur commute aux foncteurs dualisants, il est naturel de reformuler ce théorème en passant au foncteur @contravariant — associé è@t donné par (3) C *@@ RHom (C, 0..) , et il revient au même d'affirmer que ce foncteur est une (anti) équivalence. Ce théorème peut se préciser, alors, par la magnifique *formule d'inversion* (ou de "reconstitution", ou de "bidualité") de Mebkhout, donnant l'expresion du foncteur quasi-inverse comme (4) F I @@ RHom (F'@.,)

que j'avais introduite — pourtant, pour moi le "théorème de dualité locale" était juste un autre nom pour le "théorème de bidualité" que j'avais dégagé, dont il représente un aspect important, l'aspect "géométrique".

Ce résultat de compatibilité (m'explique Mebkhout) était un pas important dans sa démonstration de ce qu'il appelle, dans ce même chapitre, le "théorème de bidualité". (Voir, au sujet de ce dernier, la note précédente "Les cinq photos", partie (b).)

Question de démonstration mise à part et du point de vue d'une "philosophie" ou d'un "yoga", c'était une chose "évidente" certes que le foncteur du bon Dieu *devait* commuter aux foncteurs dualisants (puisqu'il y a un bon Dieu !). Détail cocasse, Kashiwara (à qui Mebkhout avait eu l'occasion de parler de vive voix en janvier 1978) ne *croyait pas* que ce théorème soit vrai 1 C'est dire à quel point il était à côté de ses pompes, alors que la vision géométrique (style "six opérations") lui faisait défaut. Cela ne l'a pas empêché, par la suite, après que Mebkhout lui communique son chapitre III (en février 1978), de s'approprier ce résultat (sans mention bien sûr de son auteur) dans

Dans la foulée, Mebkhout prouve également une *réciproque* du théorème de constructibilite de Kashiwara, savoir ceci : si un complexe de* — Modules (ou dejù — Modules) à cohomologie cohérente est tel que le complexe de De Rham associé (en tant que complexe de faisceau de C-vectoriels) est à cohomologie constructible, alors il est holonome (*critère cohomologique d'holonomie*). Dans le cas des complexes de@@ — Modules, où il ne se pose pas de question de régularité, cela implique donc que dans la catégorie dérivée (dans 1029
laquelle personne depuis longtemps ne travaillait plus@ en 1978 et jusqu'en 1981...), le complexe (ou plutôt son dualï se "reconstitue", à isomorphisme unique près, par la formule d'inversion.

Comme je l'ai expliqué ailleurs[420](*), dès ce moment, Mebkhout a en mains tout ce ou'il faut pour prouver le théorème du bon Dieu également pour les 31-Modules : le fait que le foncteur m, restriction du foncteur de De Rham aux complexes de3@-Modules holonomes réguliers, est une équivalence de catégories. Le résultat l'inspire moins, car il n'y a pas, selon toute apparence, de formule d'inversion à la clef[422](**). De toutas façons, même sa magnifique formule d'inversion ne fait ni chaud ni froid à personne — à commencer par son quasidirecteur de thèse Verdier (qui lui fera pourtant l'honneur de faire fonction de président du jury). Ce n'est pas précisément une ambiance très encourageante pour refaire l'effort technique pour prouver une chose dont il se sent sûr de toutes façons, et dont il sent qu'il a tout ce qu'il faut pour la démontrer. Il ne s* ; en préoccupera qu'une fois démarré le "rush" déclenché par la démonstration de la conjecture réputée inabordable (pas celle de Weil cette fois, mais celle de Kazhdan-Lusztig).

C'était, comme par un fait exprès, juste l'autre versant dont les gens soudain avaient un besoin urgent. De toutes façons, "tout le monde" est si pressé alors d'utiliser le nouveau "fer à fracturer" flambant neuf, qui venait d'apparaître sur le marché, et il est à tel point entendu entre tous qu'il ne faut surtout pas soulever la question d'une démonstration — des fois qu'il apparaîtrait que le travail serait déjà fait par un incitable — que personne paraît-il n'a eu l'idée, à part l'intéressé lui-même, de recopier et recoller les morceaux de laO — théorie déjà écrite, pour démontrer le théorème qu'il faut enJ) — théorie. Il semble bien que la seule et unique démonstration publiée à ce jour[423](***) soit bien celle de Mebkhout, parue l'an dernier (et reçue en juin 1981, le mois même du mémorable Colloque Pervers-..).

J'ai expliqué dans la note précédente (partie (b)) un principe simple, inspiré par l'approche de Deligne vers les coefficients de De Rham, pour récupérer une "formule d'inversion" (ou de "bidualité", pour reprendre l'expression de Mebkhout) dans le cadre desA — 1030
Modules (holonomes réguliers). Je ne sais, depuis qu'on fait des séminaires un peu partout dans le monde sur la nouvelle "tarte à la crème" desJ@ — Modules, si cette approche très naturelle a été dégagée — Mebkhout n'en a pas eu connaissance en tous cas. Ce qui est sûr, c'est que si Deligne avait eu des réflexes que "de mon temps" on considérait comme allant de soi, c'est lui-même et dès avoir pris connaissance des belles idées d'un inconnu, en juin 1979, qui l'aurait encouragé a écrire également la démonstration du versant* ?) — Modules

[420](*) , Voir la note de b. de p. [421](*) p. 952 à la note "L'œuvre..." (n° 171 (ii)).

[422](**) On a vu précédemment qu'il y en a quand même une — et je reviens sur ce point un peu plus bas.

[423](***) Référence : Une autre équivalence de catégories, Compositi@Mathematicae 51 (1984), 63–88.

(plus proche de l'algébrique) de son résultat crucial, et lui aurait suggéré cette :.-variante "pro", somme toute assez évidente, de sa belle formule d'inversion. Egalement, dès ce moment, pour Deligne qui avait payé pour le savoir, il était évident que les idées de Mebkhout allaient donner les coefficients de De Rham qui manquaient@ tout au moins en géométrie algébrique sur un corps de caractéristique nulle * la chose évidente était de l'encourager à faire 3es ajustements qui s'imposaient, pour énoncer un théorème du bon Dieu (ou plutôt, de Mebkhout en l'occurence) pour les variétés algébriques complexes[424](*).

Mais autres temps, autres mœurs. Il ne sera pas dit qu'un nouveau départ dans la cohomologie des variétés algébriques s'est accompli par les efforts solitaires et obstinés d'un vague inconnu, se réclamant d'un défunt dont personne dans le beau monde, depuis belle lurette, ne s'avise de prononcer le nom[425](**). Il ne sera pas dit que le renouveau viendra par le genre de mathématique, précisément, que depuis dix ans les héritiers du défunt ont enterré, tout en se partageant les oripaux. Mebkhout l'innocent, s'il voulait "survivre" et "percer", n'avait qu'à suivre le chemin tout tracé du "nouveau style"[426](*), 1031
comme d'autres jeunes gens brillants (et même de moins jeunes) se sont empressés de le faire. Quelle manie aussi de citer la source (innommable) de ses idées, quand il est si simple de noyer un poisson et de ne citer que ceux qui *doivent* être cités. Mebkhout, je crois que ton compte est bon 1

Tu as atterri dans un monde pour lequel tu n'es pas fait — et j'en suis pourtant heureux pour toi, que tu ne sois pas fait pour *ce monde — là*. Tu as fait le travail que tu sentais que tu avais à faire, sans te préoccuper de mode, sjans faire des calculs de retours, faisant simplement confiance à ton propre instinct — quitte à faire ton chemin dans la solitude. Tu as fait *ton* travail, plutôt que guetter les signes discrets (et moins discrets) de ceux qui décident de ce qui est bon et décent et de ce qui ne l'est pas. Tu n'as pas louvoyé pour plaire, tu n'as pas dit "blanc" quand tu voyais, noir, ou inversement — et c'est avec *tes* yeux que tu regardes. Je n'ai pas à t'en féliciter — tu n'as pas recherché les félicitations, ni les miennes ni celles de personne. Et de tout cela, je suis heureux, pour toi et pour tous.

171 (xi ï ( ) (5 mai) (*@*) La question naturelle ici, bien sur, est s'il existe en géométrie algébrique un formalisme des "six opérations" pour lesji — Modules (ou "cristaux") pas

[424](*) Comme j'ai déjà eu occasion de le signaler, dans le cadre algébrique, lorsqu'on tient à paraphraser les coefficients discrets *algébriquement* constructibles, il y a lieu d'imposer aux complexes deD-Modules envisagés, en plus de la condition d'holonomie et de régularité locales, une condition de régularité "à la Deligne — Mebkhout" à l'infini.

[425](**) On n'a pas encore trouvé moyen, il est vrai, de trouver des références de substitution pour les EGA et les SGA — Mais ces sigles providentiels ne contiennent aucune allusion à un nom qui doit rester tu. Comme chacun sait, le sigle SGA désigne un séminaire de géométrie algébrique animé par les soins du Bois Marie, et sous l'impulsion d'un nombre de mathématiciens tout ce qu'il y a de bien et parfaitement nommables, tels M. Artin, J. L. Verdier, P. Deligne, L. Illusie, P. Berthelot, N. Katz, P. Jouanolou, voire d'autres moins connus mais tout aussi citables. Visiblement il y a eu là une florissante école de géométrie algébrique, dite "du Bois Marie", dont le cœur et l'âme a été le plus brillant parmi les noms cités. Pour d'autres précisions au sujet de cette *"école du Bois-Marie"* et sur le sigle SGA qui en est l'expression, voir notamment les notes "L'éviction (2)" et "Les pompes Funèbres — "Im Dienstsder Wissenschaft"" (n°s 169 et 175). (Voir aussi p. 899, alinéa 3, dans la note "Les double-sens — ou l'art de l'arnaque", n° 169 .)

[426](*) Voir, au sujet de ce style (qui a pris la place d'une "école de Grothendieck" disparue sans laisser de traces. . .), la fin de la note "Les félicitations — ou le. nouveau style"/ n° 169 .

nécessairement du type DRM, lequel "coifferait" ceux que j'avais introduits dans les cas cohérent et discret — en supposant d'abord, pour fixer les idées, qu'on se trouve sur le corps C. Une première difficulté provient du fait que la notion de@-cohérence n'est pas stable par la notion naturelle de produit tensoriel de cristaux, ni par l'opération image inverse analogue[427](***). Pour espérer avoir un formalisme des six opérations, il faut connues de 1032
produit tensoriel et d'image inverse. Notamment, la catégorie DRMb (X) n'admet pas d'opération "Hom interne" (jouant le rôle du RHom), et pour f : X-@Y, le foncteur f* n'admet pas en général d'adjoint à droite RfwLe foncteur Rfj introduit des à présent par Mebkhout @pour X, Y lisses et pour f propre) est un adjoint à *gauche* de f*. (NB L'opération Rfj sur les coefficients de De Rham — Mebkhout a été définie de telle façon que le foncteur du bon Dieu *covariant* y commute, et de même pour Rf@ — à tort ou à raison...)

On voit donc qu'en termes des opérations "naturelles" dont on dispose dans le contexte De Rham — Mebkhout, celles-ci ne forment *pas* tels quels une "théorie des six opérations", mais une sorte de théorie duale. La question qui se pose, dès lors, est de voir dans quelle mesure celle-ci s'étend à des 3@-Modules (quasi-cohérents disons) qui ne sont plus supposés holonomes et réguliers (par exemple, holonomes sans plus — condition qui est conservée par produit tensoriel et par image inverse). Il semblerait bierv notamment, que la formule de dualité globale puisse s'écrire pour des complexes deJ@-Modules a cohomologie cohérente (voire seulement quasi-cohérente), et un morphisme f : X-J@Y quelconque de schémas séparés de type fini sur un corps K de car. nulle (disons), de façon à coiffer à la fois le théorème de dualité cohérente, et celui de dualité discrète, du moins sous la forme suivante ï le foncteur dualisant "échange" les foncteurs Rf et Rf.

donc travailler avec une catégorie plus grosse encore que Cris* L (X), peut-être

uon celle des cristaux "quasi-cohérents" (en un sens évident) — mais du coup il n'y a guère d'espoir de récupérer un théorème de bidualité I De plus, le foncteur naturel d'extension des scalaires par o @@ ne commute visiblement pas au produit tensoriel — donc, alors même qu'il y aurait une théorie des six opérations pour les cristaux, qui prolongerait celle (moralement connue des à présent, grâce à Mebkhout) des cristaux de De Rham — Mebkhout (obtenue par "transport de structure" à partir de la théorie "discrète", via les foncteurs du. bon Dieu), elle ne prolongerait pas celle des @O — Modules cohérents[428](*). cela n'exclut peut-être pas, pour autant, qu'il puisse exister un "théorème de dualité globale", version cristaux quasi-cohérents, pour un morphisme propre (disons) de schémas de type fini sur un corps de caractéristique nulle, qui "coiffe" (dans un sens évident) le théorème de dualité "connu" (moralement, par transport de structure encore) pour les

[427](**) La présente sous-note est issue d'une note de bas de page à la note "L'œuvre..." (n° 171 (ii)). Voir le renvoi à cette sous-note, placée vers la fin de la note citée (p. 956).

[427](***) (22 mai) Mebkhout m'a signalé qu'il a prouvé que la condition d'holonomie et de régularité est stable par les opérations de produit tensoriel total (sur 0) et par la notion d'image inverse, et que le foncteur du bon Dieu *contrevariant* ô y commute. (Par contre, le foncteur du bon Dieu covariant m n'y commute pas, et il transforme image inverse ordinaire en image inverse extraordinaire.) On peut montrer, en utilisant ce résultat, qu'il n'existe *pas* de formalisme des six opérations pour les coefficients de De Rham — Mebkhout, qui "prolonge" les deux opérations fondamentales déjà

[428](*) II y a lieu de reformuler plutôt cette assertion en termes d'une "théorie duale aux six opérations", voir la note de b. de p. précédente.

cristaux de De Rham — Mebkhout, et le théorème du dualité analogue connu (sans guillemets) dans le cas cohérent[429](**).

J'ai été assez sidéré que Mebkhout lui-même ne se soit pas posé au moins cette dernière 1033
question, dès l'instant même où il était arrivé à la formulation de son théorème de dualité "absolue" (correspondant au cas où la variété but serait réduite à un point) — dernièrement encore il n'avait pas l'air de tellement la "sentir"[430](***). Cela rend saisissant pour moi à quel point une certaine "philosophie", qui dès la première moitié des années soixante était devenue pour moi une seconde nature, et (il m'avait semblé...) pour mes élèves aussi — à quel point cette philosophie a été oubliée de tous, à commencer par ceux qui se sont chargés de s'en faire les fossoyeurs/plutôt que de la transmettre. Et je vois que c'est bien là aussi la cause principale de cette stupéfiante stagnation qu'a connue après mon départ une théorie (celle de la cohomologie des schémas) que j'avais laissée en plein essor.

Il faut dire que Mebkhout se plaçait dans le contexte transcendant analytique complexe, au lieu du contexte schématique. Cela introduisait des difficultés techniques considérables, en quelque sorte "parasites", quand il s'agit de parvenir à une compréhension des phénomènes de variance essentiels. La encore, ses aînés ont failli à leur tâche, qui aurait été de mettre leur expérience, acquise à mon contact, à la disposition du nouveau venu (tout comme je m'étais mis à la leur...), et ainsi le guider (ou du moins, l'éclairer) dans le choix de ses investissements, notamment.

Mais éclairer et guider, c'est aussi, *servir*, alors qu'ils avaient depuis longtemps et sans partage opté pour le rôle du maître.

( ) (5 mai)[431](*) Mebkhout m'a dit qu'avant que je lui en parle lors de notre rencontre il y a deux ans[432](**), il n'avait jamais entendu encore prononcer le mots "six opérations" — il se demandait bien de quelles "opérations" je voulais parler. ! Visiblement, il n'avait jamais eu idée (pas plus que qui que ce soit d'autre, semble-t-il, hors moi) de passer en revue les ingrédients principaux d'un certain formalisme cohomologique fort simple, constater qu'il y avait six foncteurs ou bifoncteurs fondamentaux, groupés en trois paires de foncteurs adjoints, avec telles flèches et compatibilités etc. C'étaient des choses qui me paraissaient si évidentes, que je m'imaginais que tout lecteur. soit de "Residues and Duality" exposant 1034
les éléments de dualité cohérente, soit de SGA 4 ou SGA 5 exposant les éléments de dualité discrète, avec essentiellement le même formulaire d'ailleurs, se sera amusé (comme je l'avais fait dès les années cinquante, sans aller jusqu'au bout je reconnais...) à mettre sur pied pour son propre usage un formulaire plus ou moins systématique et plus ou moins complet,

---

[429](**) On peut envisager un tel théorème de dualité sous trois formes différentes, Soit en disant que les foncteurs dualisants en haut et en bas "échangent" les foncteurs Rfl et Rf@ , soit en disant que deux foncteurs convenablement définis Rfj et Rf sont adjoints l'un de l'autre, soit en écrivant une "formulé de projection" (qui coiffe l'un et l'autre énoncé) :

RfJr (RHom (F, Rf (G) ï@ RHom (Rf (F), G@ .

[430](*) (22 mai) La présente sous-note, comme la précédente, est issue d'une note de b. de p. à la page "L'œuvre..." (n° 171 (ii)). Voir le signe de renvoi vers la fin de cette note, p. 957.

@**) II est question de cette rencontre dans la note "Rencontres d'outre-tombe" (n° 78).

[430](***) (8 juin) Mebkhout m'assure pourtant qu'il s'était bel et bien posé la question depuis longtemps. Si j'ai eu l'impression du contraire, c'est sûrement que cette question était restée pour lui entièrement platonique.

des isomorphismes principaux et compatibilités principales — car c'est ainsi seulement, et de nulle autre façon, qu'on arrive à se pénétrer de l'esprit dfun langage nouveau, à l'assimiler intimement, a le faire "sien", c'est ainsi et pas autrement, sûrement, qu'avaient fait les pionniers du calcul infinitésimal, pour parvenir à une intuition délicate et sûre des infiniments petits à un moment pourtant où les outils conceptuels leur manquaient pour les appréhender selon les canons de rigueur apparus (ou réapparus) ultérieurement...

Avec un recul de vingt ans, je me rends compte que dans les "textes de référence" cités, faits avec le plus grand soin, voire avec brio — alors que tout le "vrai travail" (suivant les desiderata courants) est fait, culminant en "la" formule de dualité principale, la formule d'adjonction entre Rfj et Rf (la seule quasiment jugée digne d'attention et d'efforts, quitte à l'oublier le lendemain, comme on oublie les arbres quand on n'a pas vu la forêt...) — que pourtant dans tous ces textes le *principal* n'est *pas* dit et n'a *pas* passé de l'auteur au lecteur (à supposer qu'il soit bien vu et senti par l'auteur lui-même). "Le principal" est un "yoga", une "philosophie", un fil conducteur à toute épreuve à travers (en l'occurence) la jungle cohomologique en géométrie algébrique (et ailleurs). On peut le développer en long et en large sur cinquante pages ou sur cent, une fois que "tout est fait" (soi disant) ; comme on peut aussi se contenter de l'évoquer en quelques pages, et laisser au lecteur le soin de le développer pour sa propre gouverne aussi loin qu'il l'estime utile pour ses propres besoins, ou pour sa propre satisfaction.

Ce sont ces quelques pages-là, que ce soit sur les "six opérations", ou sur les motifs, ou sur bien d'autres choses[433](*), des pages que je sentais fortement mais pour lesquelles je n'ai pas su sentir a quel point il était important que je les écrive — ce sont elles qui ont manqué, surtput, dans mon œuvre écrite. Absorbé que j'étais par les tâches méticuleuses et interminables, au

(*î Après que ces lignes ont été écrites, j'ai pu constater qu'en ce qui concerne les six opérations, je fais ici erreur — en fait, je me suis laissé abuser par l'édition-massacre de SGA 5, dont Illusie a pris soin d'éradiquer toute trace d'un "yoga des six opérations", que j'avais développé en long et en large dans le séminaire oral, avec un formulaire complet copieusement commenté. service de tous, du gros "travail sur pièces", le seul qui était censé 1035
se publier — je n'ai pas su sentir qu'il y avait des pages plus essentielles, que j'étais *le seul* à pouvoir écrire. L f *essentiel* que j'avais à dire n'a pas passé dans les pages écrites, mais de bouche à oreille seulement — quand ça voulait bien passer ! Ou, a la rigueur, c'était dans l'entre les lignes, peut-être, d'interminables volumes de fondements — mais y a-t-il quelqu'un de nos jours qui sache lire entre les lignes ?

L'essentiel donc, c'est ce qui était confié au jour le jour à ceux qui, dans ma vie de mathématicien, faisaient figure de "proches", et en tout premier lieu, à mes élèves. C'était là une chose qui allait de soi, rien de délibéré. L'idée ne me serait pas venue que d'une certaine façon, je les investissais ainsi d'un *pouvoir* considérable. Ce n'est pas que je ne sentais la force de ce que je concevais et transmettais, mais cette force-là, elle aussi, allait de soi. Pour moi, sûrement, en mathématique tout au moins, "force" et "beauté" étaient et restent une seule et même chose. L'idée ne me serait pas venue qu'on puisse en abuser, de ces choses emplies pour moi de vie paisible et intense, faites pour vivre et pour engendrer. Quand je suis parti, de façon ma foi on ne peut plus imprévue, je n'avais à leur sujet ombre d'inquiétude. Ces pages que je n'avais jamais songé à écrire — il n'y avait aucun doute en moi que leur message était depuis longtemps accueilli et inscrit, et que ces "proches" allaient être autant de pages vivantes, qui diraient le message et l'enrichiraient de ce qu'ils auraient de meilleur à y apporter.

Ceux à qui je m'étais adressé avec confiance et avec respect, comme à des frères plus jeunes et en qui je me reconnaissais, ont choisi d'enfouir et de se taire. Et quand est venu celui, fidèle à lui-même, en qui ils me reconnaissaient, eux comblés de tout ont choisi de le laisser devant leurs portes closes — un étranger et un intrus. Je ne te connais pas ï Et ces pages non écrites, ces pages dites en vain, devenues pages mortes dans ces maisons cossues aux portes hautaines et closes, il a fallu tant bien que mal que le frère récusé les retrouve en lui-même, en de longs et tâtonnantj labeurs. Seul, il a dû se frayer un chemin à travers la jungle inextricable aux mille et cent mille volumes. Celui qui a passé par là, même s'il a eu la chance, comme moi naguère, de disposer du secours fraternel de guides expérimentés et bienveillants, sait bien de quoi je parle. . .

Il s'est fait un chemin, péniblement, au fil des jours et des années — un chemin cahin-caha, sans boussole m'a-t-il parfois semblé après-coup, ou sans autre boussole, du moins, qu'un flair qui se cherchait encore, à travers une expérience péniblement et durement 1036
acquise. Il n'a pas réécrit à son usage ces pages toutes prêtes, ces pages-boussoles, devenues pages mortes dans des maisons hautaines — si ce n'est par bribes éparses. Il a écrit d" *autres* pages, *ses* pages, douloureusement siennes. Il les a écrites cahin-caha, obstinément, dans l'indifférence de tous. Et pourtant, ces pages pataudes souvent et dignes d'un goujat, que mes brillants et cossus élèves de naguère (s'ils s'étaient dérangés à les lire) auraient certes regardées avec commisération et sans rien y voir — ce sont des pages qui *devaient* être écrites, comme une *suite* naturelle, "évidente", de ces pages que je n'avais jamais songé même a écrire, tant elles me paraissaient aller de soi. . .

($^{@@@_1}$) (15 avril)[434](*) Mettant à profit ?. e récent passage chez moi de mon coenterré ($^{@@@_1}$)
Zoghamn Mebkhout en personne, je voudrais donner quelques détails tout chauds sur ses étranges mésaventures, tels qu'il m'en a fait part lui-même, par bribes parcimonieuses ici et là, au cours de nos conversations.

Zoghman a eu l'honneur d'une "entrevue" avec son "patron"[435](**) J. L. Verdier en

[434](*) (30 mai) Les trois notes qui suivent (n°s 171 à 171) ont été écrites entre le 15 et le 18 avril (1985), à un moment où "L'Apothéose" se réduisait encore à une note d'une dizaine de pages. Celles-ci se sont considérablement étoffées au cours du mois de mai, suite à la relance de la réflexion sur les Quatre Opérations, suscitée par le passage chez moi de Zoghman Mebkhout. Les dix pages sont devenues plus de cent, dont la quasi-totalité est donc d'une cuvée ultérieure à celle des trois notes qui suivent. Il s'ensuit quelques répétitions partielles, certains faits ou épisodes se trouvant mentionnées ou décrits, sous des éclairages différents, dans les notes antérieures et dans celles qui suivent. Par un souci de préserver la spontanéité de l'écriture, je n'ai pas voulu procéder à des ajustements pour éliminer ces répétitions.

[435](**) (24 mai) Mebkhout insiste que le terme "patron" (même avec guillemets) est ici déplacé. Depuis ses débuts en 1972 jusqu'à aujourd'hui, il a fait son travail sans patron, en se débrouillant par ses propres moyens. Verdier était simplement président de son jury de thèse. A part ça son rôle s'est borné à communiquer à Mebkhout "la bonne référence", laquelle a été très utile, à un moment où SGA 5 continuait encore à être séquestré par les soins conjugués de mes élèves cohomologistes (et pour les besoins justement d'opérations telles que celle de la "bonne référence". . .).

trois occasions. La première se place en 1975 — il avait besoin d'un résultat technique, lequel était contenu (comme il est apparu par la suite) dans le théorème de bidualité pour les coefficients discrets analytiquement constructibles — à un moment où Zoghman ignorait même la notion de constructibilité. (C'est là une notion que j'avais introduite dès les années cinquante, et qui avait été reprise, dans le cadre de la topologie étale, dans SGA
4.) A ce moment cette notion n'était nullement "bien connue" en analyse, comme elle l'est 1037
aujourd'hui. Il se trouve que c'est la notion exactement dont il avait besoin pour son travail. Houzel (qui avait suivi SGA 5 en même temps que Verdier, mais qui devait avoir un peu oublié ce qu*j'y avais raconté), lui a conseillé d'aller voir Verdier. C'était là la première "entrevue" avec le grand homme. Verdier lui a appris alors que ce qu'il demandait (que deux complexes discrets qui avaient des "duals" isomorphes étaient isomorphes) était vrai sous certaines conditions techniques (la "; constructibilité", justement), qu'il trouverait exposés dans le manuscrit qu'il allait lui remettre, c'était celui de la "bonne référence"[436](*), où (entre autres prouesses du même acabit) il fait mine d'inventer les faisceaux constructibles et de découvrir le théorème de bidualité (et sa démonstration), choses qu'il avait apprises par ma bouche douze ans plus tôt (en 1963)[437](**). Il ne souffle mot de ma personne à ce sujet, pas plus dans cette entrevue que dans le manuscrit qui allait paraître l'année d'après. Zoghman de toutes façons est reparti comblé, et plein de reconnaissance pour le grand homme, qui lui fournissait exactement ce dont il avait besoin à ce moment là, et dans les années suivantes encore, où la notion de constructibilité allait jouer un rôle crucial dans tous ses travaux.

C'est au début 1976 qu'il commence à s'intéresser à la dualité, et à être intrigué par l'analogie des formalismes de dualité que j'avais développés dans le cas cohérent et le cas discret "étale", et qui avait été repris par Verdier dans le cas discret topologique. C'est à un moment où, depuis des années, ce formalisme était tombé en désuétude, et où mes élèves
avaient institué un boycott tacite et rigoureux sur les catégories dérivées, qui en constituent 1038
le langage naturel. La notion et le mot même de "formalisme des six opérations", qui avait été une de mes principales idées-force depuis les années cinquante et tout au cours des années soixante, était devenu (et est resté jusqu'à aujourd'hui encore) rigoureusement

[436](*) II s'agit de l'article J. L. Verdier, Classe d'homologie associée à un cycle. Astérisque n° 36 (SMF), p. 101–151 (1976). Il en est question de façon circonstanciée dans les deux notes consécutives "La bonne référence" et "La plaisanterie — ou "les complexes poids""(n°s 82, 83), et plus brièvement, dans la note "Episodes d'une escalade" (n° 169 (iii) ï, avec l'épisode 3.

[437](**) Des la deuxième moitié des années cinquante je m'étais intéressé aux notions de "constructibilité" en tous genres pour des faisceaux discrets (au sens algébrique, analytique complexe, analytique réel, linéaire par morceaux — en attendant le contexte de la topologie modérée...), en plus des notions de cohérence, comme étant les notions naturelles pour exprimer des conditions de finitude dans le cadre faisceautique, et j'avais soulevé la question de la stabilité de ces notions par les "six opérations". C'est le développement ultérieur (en 1963 et les années qui ont suivi) de la cohomologie étale, qui m'ont amené à revenir sur ces questions dans le cadre étale, et à développer les techniques (dévissages et résolution) qui permettent de les traiter par une méthode uniforme, s'appliquant également au contexte transcendant des variétés algébriques complexes et analytiques complexes. Le théorème de bidualité, valable (et avec la même démonstration) dans le cadre étale (moyennant la pureté et la résolution) et dans le contexte transcendant, avait été dégagé par moi dès 1963. Il figure d'ailleurs dans le tout premier exposé de SGA 5 (en 1965), où il a survécu au massacre de l'édition-Illusie de 1977.

tabou dès après mon départ. (Quand Zoghman est venu me voir il y a deux ans[438](*), il n'avait pas entendu encore prononcer le mot "six opérations", et ne savait d'abord quelles "opérations" j'entendais par là — alors que je pensais que c'était depuis vingt ans une notion familière à tous!) C'est dire que les conditions étaient adverses pour s'engager dans cette direction, où il était condamné à travailler dans une solitude complète. Cela ne l'a pas empêché dès l'année 1976 de dégager un théorème de dualité, sur les variétés complexes non singulières, qui "coiffe" à la fois le théorème de dualité de Serre, et la dualité discrète (qu'il appelle "dualité — de Poincare-Verdier"), en termes d'un énoncé de dualité pour les complexes de Sb-modules (qui contient aussi un énoncé de dualité globale pour les complexes d'opérateurs différentiels). Les "coefficients" qu'il prend sont d'ailleurs d'une généralité qui dépassait de loin les cas de Serre (se limitant à des faisceaux localement libres) et de Poincaré (se limitant à des faisceaux discrets localement constants), fidèle en cela à l'esprit que j'avais introduit dans ces thèmes avec le formalisme alors généralement répudié des "six opérations" —

Quand Zoghman m'a expliqué ce théorème il y a deux ans, je sentais à la fois son intérêt, qui était évident pour moi, et sa limitation, car dans l'esprit des "six opérations" il était également évident pour moi que "le bon" énoncé devait être un énoncé sur une morphisme d'espaces analytiques f : X-@Y, sous la forme (par exemple) d'un énoncé d'adjonction entre deux fonctions Rfj et Rf*. Il est vrai que le fait de se placer dans un contexte transcendant introduit des difficultés supplémentaires considérables, qui ont agi fortement (il me semble) pour obscurcir pour Mebkhout la simplicité des mécanismes algébriques essentiels dans la dualité — alors que personne autour de lui, et surtout pas parmi ceux qui furent mes élèves, n'aurait su (ou daigné...) la lui faire sentir. Toujours est-il qu'il avait mis le doigt sur un "principe" important — celui que la théorie des 36-modules (que moi-même préfère appeler "modules cristallins"[439](**)) fournit un "dénominateur commun" pour "coiffer" les moi et qu'ils sont depuis longtemps oubliéeV voir les commentaires dans la note "Mes 1039
orphelins" (n° 46) (notamment p. 179) et dans la sous-note n° 46. (p. 188) (x). Au sujet du "blocage des saines facultés" à l'encontre des liens évidents de la philosophie de Mebkhout avec le yoga cristallin que j'avais dégagé vers la fin des années soixante@ voir la note "La mystification" (n° 85′, p. 350–351). (x) (24 mai) Voir aussi la note "Les cinq photos (cristaux et (n° 171 (ix)).

phénomènes (de dualité, notamment) en cohomologie discrète, et en cohomologie cohérente. Sur cette lancée-là, encouragé par quelqu'un qui aurait été "dans le coup" et muni d'un minimum d'instinct mathématique[440](*) et de bienveillance, nul doute qu'il aurait développé en l'espace des trois ou quatre années suivantes un formalisme complet des six opérations

[438](*) Il est question de cette visite dans la note "Rencontres d'outre-tombe", n° 78. Pour des commentaires sur le boycott institué sur les "six opérations", voir aussi la note "Les pages mortes", n° 171 (xii).

[439](**) Pour la raison (évidente) de cette terminologie "cristalline", reflétant une vision plus intrinsèque des 3@-modules (que mes élèves avaient apprise par

[439](*) Ce n'est pas que mes ex-élèves cohomologistes soient dénués d'un "minimum d'instinct mathématique" — autrement aucun d'eux n'aurait pu faire avec moi le bon travail qu'il a fait. Mais cet instinct se trouve dévoyé ou bloqué par le syndrome d'enterrement du maître.

dans le cadre de la géométrie algébrique de caractéristique nulle (tout au moins), fournissant un "paradigme" purement algébrique fidèle du même formalisme (répudié, il est vrai) dans le cadre transcendant, pour les faisceaux de lE-vectoriels algébriquement constructibles.

Sentant bien qu'il venait de découvrir quelque chose d'important, Zoghman tout content demande et obtient une entrevue de son bienfaiteur, pour lui exposer son résultat. C'était 1 a réponse, très exactement, à la question que j'avais posée à Verdier dix ou douze ans auparavant, sans qu'il ait l'air d'y accrocher[441](**) — il y a des chances qu'il l'avait même entièrement oubliée. Quoiqu'il en soit, sa bienveillance à l'égard de ce jeune homme qui venait de nulle part et qui faisait des choses sur lesquelles lui, Verdier, avait tracé un grand trait depuis belle lurette, était épuisée. Il n'a pas même envie d'écouter les explications de Zoghman sur les tenants et aboutissants et la démonstration du théorème. Il lui a fait comprendre en substance (et. poliment) que lui, Verdier, ne croyait plus au père Noël et que le jeune homme ferait mieux de remballer.

Chose extraordinaire, *personne* autour de Zoghman "n'accroche" à ce résultat[443](***) — sans doute ça faisait trop "grothendieckerie" des années souvent d'émerveiller un interlocuteur occasionnel. Mais il semblerait que ce soit jusqu'à présent resté platonique — le théorème n'est pas devenu un outil, quelque chose qu'on sait et dont on se sert sans même y penser. Ceci est sûrement lié au fait que jamais celui qui se réjouissait de la beauté évidente du résultat n'était un de ceux qui "donnent le ton" et qui décident de ce qui est "important", et de ce qui est du "bombinage". (Et il n'est pas rare, par les temps qui courent, que le "bombinage" de hier devienne la "tarte à la crème" d'aujourd'hui...). Dans ses commentaires du 22 avril, Zoghman m'écrit : "... il y avait une gêne en face de ae'théorème. Certains l'enviaient secrètement. Mais très rares sont ceux qui l'ont encouragé, bien au contraire." 1040

soixante, on a dépassé ça de nos jours, heureusement 1 Peut-être ai-je été, il y a deux ans, la première personne qu'il ait rencontrée, qui sente l'importance du résultat et de la "philosophie" nouvelle qu'il porte en germe — celle d'une vaste synthèse entre les aspects "discrets" et les aspects "différentiels" (ou "analytiques") dans la cohomologie des variétés en tous genres (algébriques et analytiques pour commencer). Ce théorème, qui constitue un des chapitres de sa thèse, a fini par être publié dans Mathématica Scandinavica en 1982 (t. 50, pp. 25–43). Le même article avait été soumis aux Annals of Mathematics, qui ont fait comprendre au jeune présomptueux qu'il n'était pas du niveau requis pour être publié dans ce périodique de standing.

Même aujourd'hui encore, ce théorème est généralement ignoré ou méprisé dans le beau monde, alors qu'il contient déjà en germe cette philosophie nouvelle qui, via le théorème du bon Dieu (alias Mebkhout), a donné les moyens d'un renouvellement spectaculaire dans la cohomologie des variétés algébriques. Mais "tout le monde", y compris mes ex-élèv, es cohomologistes (qu'un jour pourtant j'ai connus doués d'un sain instinct mathématique), s'est précipité en masse sur la nouvelle "tarte à la crème", savoir un certain outil puissant

[441](**) (5 juin) Voir à ce sujet la note "L'ancêtre" (n° 171 (i)), notamment la note de b. de p. [442](*) a la page'946.

[443](***) (3 juin) II y a eu là un malentendu. Comme il a été dit dans la note "Trois jalons — ou l'innocence" (n° 171 (x), page 1026), ce théorème avait le don

(que "tout le monde" affecte pourant de ne nommer que par allusion ou par périphrase, comme "la relation entre faisceaux constructibles et systèmes différentiels holonomes", ou comme "ce qui eût dû normalement trouver sa place dans ces notes"[444](*)...), et sur le "dernier cri" (la cohomologie d'intersection), alors que la *vision* novatrice qui a permis de 1041
dégager l'outil reste ignorée tout autant qu'avant, et que le père de l'une et de l'autre est traité en larbin.

La situation est ici la même que pour ma vaste vision unificatrice des topos, des catégories dérivées, des six opérations, des coefficients cohomologiques et, au delà encore, celle des motifs. C'est de cette vision que sont sortis des outils tels que la cohomologie étale et la cohomologie cristalline, que ce même "tout le monde" utilise aujourd'hui comme on tournerait une manivelle, alors que la vision elle-même, puissamment vivante au jour encore de mon départ, a été enterrée au lendemain même. Et je vois clairement que la stupéfiante stagnation que je constate dans un sujet splendide[445](*), quinze ans après l'avoir laissé en plein essor, n'est pas du à un manque de moyens intellectuels ou de dons (qui sont brillants chez plus d'un de ceux que j'ai si bien et si mal connus), mais a des dispositions de fossoyeur, ou de népotisme sans scrupule, ou les deux — des dispositions aux antipodes de l'innocence qui fait reconnaître, et qui. fait trouver, les choses simples et essentielles.

Pour développer sa philosophie nouvelle, Mebkhout s'est inspiré de l'esprit des catégories dérivées et des six opérations, a un moment où les catégories dérivées étaient traitées en fumisterie grothendieckienne, et où il n'avait pas eu l'occasion d'entendre même prononcer le nom "six opérations". Aujourd'hui, avec le rush sur l'outil nouveau apparu, inséparable des catégories dérivées, on a exhumé à grandes fanfares ces dernières, en taisant le nom aussi bien de celui qui les avait dégagées du néant pendant des années de travail solitaire, que de celui qui s'en était inspiré, lui aussi solitaire, pour faire éclore enfin une nouvelle théorie de coefficients reliant la topologie, l'analyse complexe et la géométrie algébrique.

Les Deligne, Verdier et consorts se ruent sur les nouveautés flambant neuf en criant 1042
(avec la discrétion de rigueur et de bon aloi, il va de soi) "c'est moi, c'est moi 1". Aucun

[444](*) C'est là une citation (de mémoire) du "mémorable article" de BeilinsonBernstein-Deligne (écrit par Deligne) dont il a été question dans la note "Le jour de gloire" (n° 171 (iv)). Pour des détails sur cette périphrase-là, digne de passer à la postérité (comme un rappel et comme un avertissement...), et pour les tenants et aboutissants du contexte, voir la note "Le prestidigitateur" (n° 75″). La citation qui précédait ("la relation entre faisceaux constructibles et systèmes différentiels holonomes") est extraite de l'article de BeilinsonBernstein (de la même année 1981) dont il sera question dans la sous-note suivante ("La maffia", n° 171_2), où on aura l'avantage également de faire connaissance de la contribution de Brylinski-Kashiwara à la floraison de ce genre de style, au service d'une même escroquerie.

[445](*) Je parle pour la première fois de cette impression de "stagnation morose" à la fin de la note "Refus d'un héritage — ou le prix d'une contradiction" (faisant suite à "Mes orphelins") n° 47 (p. 195). Cette impression n'a fait que se confirmer au cours de l'année qui s'est écoulée depuis l@écriture de cette note, avec la même restriction, essentiellement, que celle que j'exprime dans la sous-note n° 47 à la note citée : les travaux de Deligne sur les conjectures de Weil (Weil I et II), et le nouveau départ qui a suivi le "rush" sur le théorème du bon Dieu (en éliminant et le bon Dieu, et son serviteur zoghman), et sur la cohomologie d'intersection. Mais ces succès localisés m'apparaissent comme sans commune mesure avec les moyens brillants, voire exceptionnels de ceux que je connais pour s'être "installés" depuis dans ce "sujet splendide"- alors que quinze ans se sont écoulés depuis mon. départ; et sans commune mesure aussi avec la richesse et la vigueur des idées-force que j'avais léguées, et que je retrouve aujourd'hui exsangues...

d’eux n’a su encore trouver en lui-même le courage et la fidélité à lui-même, pour mûrir une vision dans la solitude, la porter lourdement pendant des mois et pendant des années, loin des applaudissements, alors qu’ils seraient seuls à voir et qu’ils ne pourraient partager ce qu’ils voient avec personne d’autre au monde.

Mais je digresse, il est temps que je revienne à mon récit de *l’éclosion d’une vision.* C’est dès la même année 1976 où Mebkhout démontre le théorème de dualité qui “coiffe” dualité de Poincaré et dualité de Serre, qu’il en arrive à l’idée de l’équivalence de trois catégories, lesquelles incarnent respectivement l’aspect “topologique’[1], l’aspect “algébrique” et l’aspect “analytique” (transcendant) d’une même réalité, d’un même type d’objets. Dans l’optique d’une théorie générale des “coefficients cohomologiques”[446](*), j’appellerai ces objets “coefficients de De Rham — rature qui a tendance à étouffer par sa technicalité. A 1043
ce sujet, Zoghman m’a dit d’ailleurs que les quelques passages de ce genre qu’il a trouvés dans les textes de ma plume lui ont été d’un grand secours. Parmi ceux-ci, il m’a encore dernièrement mis en avant les quelques mots d’introduction que j’avais joints au volume de Hartshorne “Residues and duality (volume exposant essentiellement le formalisme des six opérations que j’avais développé dans la deuxième moitié des années cinquante, dans le cadre cohérent). Je mesure maintenant à quel point cette introduction lui aurait été plus utile encore, si j’avais pris la peine d’y inclure, ne serait-ce qu’une page ou deux non formelles, expliquant le “yoga des six opérations” et soulignant son importance comme un fil conducteur omniprésent dans l’édification des théories cohomologiques qui attendaient encore de naître... (x) (24 mai et 1 juin) Après que ces lignes ont été écrites, il est apparu que dès le tout début du séminaire oral SGA 5 (dans mon deuxième exposé), j’avais pris

[446](*) Cette idée des *“types de coefficients”* divers, dont chacun se présentait à moi comme une incarnation particulière du formalisme des six opérations (et de bidualité), cernant de plus ou moins près le “type de coefficients” le plus fin de tous, le type “absolu”, ou “universel”, ou *“motif”* — cette idée a été peut-être la principale idée force qui m’a guidée tout au long des années soixante, et surtout à partir de 1963, dans le développement de ma vision cohomologique des variétés algébriques et autres. La force de cette idée en moi est clairement visible dès la toute première note que je consacre à une rétrospective sur mon œuvre, et sur ces vicissitudes aux mains de la mode : “Les orphelins” (n° 46). J’y reviens avec insistance en divess endroits de la réflexion sur l’Enterrement, et plus particulièrement dans “La mélodie au tombeau — ou la suffisance” et “Le tour des chantiers — ou outils et vision (n°s 167, 178). C’est aussi le tout premier thème mathématique, parmi ceux enterrés par les soins de mes ex-élèves cohomologistes et par ceux d’une mode, que je pense développer à la suite de Récoltes et Semailles, pour lui donner la place qu’il mérite dans ma pensée mathématique.

Chose étrange, cette idée-force centrale de mon œuvre cohomologique, et la structure algebrico-catégorique (très simple au fond) qui l’exprime, n’a jamais été explicitée dans la littérature, pas même par mes soins au cours des années soixante (x). Elle apparaît entre les lignes dans mon œuvre écrite, et a été véhiculée surtout au niveau de la communication orale. Dans mon esprit, il allait de soi qu’un de mes élèves ne manquerait pas de consacrer les quelques jours ou semaines qu’il fallait pour présenter sous forme systématique cet ensemble d’idées, alors que moi-même étais pleinement occupé avec les tâches de fondements des EGA. et des

Avec le recul, — je me rends mieux compte à quel point des textes non formels (ne serait-ce que de quelques pages en 1 *occurence, et sans aucun effort pour des formulations exactes et systématiques), faisant sentir justement ces “idéesforce” rarement nommées qui se trouvent cachées derrière des textes d’apparence souvent technique — combien de tels textes sont importants pour orienter les chercheurs, et pour apporter de temps en temps un souffle d’air dans une litté grand soin de développer en long et en large le formulaire "abstrait" des six opérations, qui allait dominer l'ensemble du séminaire à venir. (Voir à ce sujet la note de b. de p. [447](*) du 8 mai a la note "L'ancêtre" n° 171 (i), page 942.) Par ailleurs, tout au cours du séminaire oral, je n'ai pas manqué de référer constamment à l'ubiquité du formalisme cohomologique que je développais, valable en principe pour toutes sortes d'autres types de "coefficients" que les "coefficients A-adiques". Illusie a pris soin d'extirper de l'édition massacre aussi bien l'exposé circonstancié consacré au formalisme des six opérations, que toute allusion a une vision des "coefficients cohomologiques" dépassant le contexte particulier faisant l'objet principal du séminaire.

Voir aussi à ce propos la note "Les pages mortes" (n° 171 (xii) î, et également "Les détails inutiles" (n° 171 (v)), partie b) ("Des machines à rien faire...").

Mebkhout " [448](*). Si X est un espace analytique lisse[449](**), il y a d'une part la catégorie ("dérivée ") des complexes de C-vectoriels "constructibles" sur X, Cons@*(x,@T) ou simplement Cons*(xl (*aspect "topologique"*), celle des complexes de @b — Modules à faisceaux de cohomologie cohérents[450](***), "Les cinq photos (cristaux et 5)-Modules@' 1044
(n° 171 (ixï), et plus particulièrement les parties (a) et (b)("L'album "coefficients de De Rham"", et "La formule du bon Dieu").

généralisant les complexes d'opérateurs différentiels d'ordre infini, que je note DRMj@(x) (*aspect "analytique"* transcendant), et enfin la catégorie des complexes de Si-Modules à faisceaux de cohomologie cohérent* , généralisant les complexes d'opérateurs différentiels ordinaires (d'ordre fini), que je note DRM*(X) (*aspect "algébrique"*). Ilyaun foncteur tautologique d'extension des scalaires de l'Anneau cohérent eu vers

o.[00] X l'Anneau ?)

i : DRM*(X) @@ DRM*,(X) , s'insérant dans un diagramme de foncteurs (essentiellement commutatif) :

DRM*(X)

Cons*(X) ,

où les flèches obliques sont les flèches "complexe de De Rham associé"[451](*), qui n'est autre que RHom (Sprt, .), où D — D ou D, et où Sp est la "

[447](*) (30 mai) Dans la note (écrite ultérieurement) "Les cinq photos (cristaux et 2@-Modules)" (n° 171 (ixï), je suis une terminologie un peu différente, en désignant par "coefficients de De Rham" (tout court) ce "même type d'objets", dont on va donner ici trois *descriptions* (ou trois "photos") différentes. Deux parmi celles-ci auront le nom de "coefficients de De Rham — Mebkhout" (ou simplement, "de Mebkhout"), "d'ordre infini" et "d'ordre fini" respectivement.

[449](**) (30 mai) Dans la version initiale de ces notes, me laissant emporter par ma prédilection pour le point de vue "géométrie algébrique", j'avais supposé que X est une variété *algébrique* sur @C. Cela ne correspondait pas au cadre dans lequel s'était placé Mebkhout initialement, sans compter que cela m'a fait énoncer une variante du "théorème de bon Dieu", pour les complexes de 5)-Modules, qui n'est vraie telle quelle que quand on suppose X propre. Il y a donc eu des malentendus en mon esprit, et Mebkhout a dû gentiment me rappeler à l'ordre. En retapant au net ces quelques pages, j'ai fait les rectifications qui s'imposent.

[450](***) Au sujet des définition et des premiers faits soritaux concernant la théorie des Modules et des 2@ — Modules, le lecteur pourra se reporter à la note

[451](*) (24 mai) Voir la note déjà cité "Les cinq photos..." (n° 171 (ixï), partie (ai.

i-* A X

tion de Spencer" de 0 par des D-modules localement libres[452](*).

L'existence des flèches verticales provient du "théorème de constructibilité de Kashiwara", qui implique que le complexe de De Rham associé à un complexe de D-modules holonome est à faisceaux de cohomologie analytiquement constructibles. Kashiwara avait démontré ce théorème important en 1975 [453](**), dans une optique complètement différente cependant. Il travaillait avec un seul D-module holonome, dont il prenait le complexe de De Rham et prouvait que sa cohomologie est constructible. Jusqu'en septembre 1979 et au "rush" ultérieur déclenché par le théorème du bon Dieu, lui pas plus que personne d'autre dans le beau monde ne travaillait dans l'esprit des catégories dérivées, et l'idée même d'écrire les flèches verticales dans (1) n'était venue à personne 1

Une fois les trois flèches (1) écrites, comme flèches entre catégories dérivées[454](***), se pose la question si ce sont bien des équivalences de catégories. Mebkhout en était persuadé dès 1976. La conviction lui était venue en de sous-catégories pleines (définies par 1045
des conditions de "constructibilité", ou de cohérence, d'holonomie et de régularité) de catégories dérivées au sens ordinaire.

dressant un tableau d'une dizaine d'exemples typiques (reproduits dans son article expositoire avec Le Dung Trang[455](*)) de faisceaux de @-vectoriels constructibles qu'on peut appeler "élémentaires", qui sont du type aussi de ceux qui interviennent constamment dans les "dévissages" de faisceaux, familiers par la théorie de la cohomologie étale. Des cette année cruciale 1976, pour chacun de ces faisceaux, il arrive à construire un complexe holonome remarquable, tant sur D (*"algèbre"*) que sur D (*"analyse"*), ayant (du point de vue des six opérations) une signification cohomologique algébrique ou analytique très simple, et dont le complexe de De Rham est le faisceau en question. Chose remarquable, alors qu'il partait d'un faisceau constructible et non d'un complexe de faisceaux, dans un certain nombre de cas le complexe holonome qui lui donne naissance n'est pourtant nullement réduit à un seul faisceau de cohomologie. Cela lui montrait bien que, conformément à l'esprit des "six opérations" (dont il ne connaissait pas le nom...), si équivalence il y avait, elle ne pouvait se déduire d'une équivalence entre les catégories de faisceauxde modules (sur l, ou sur D) eux-mêmes, mais elle ne prenait son sens qu'en passant à des catégories dérivées.

Pour moi, il est bien clair que *l'acte de création*, en l'occurence, a consisté à voir et à écrire les deux flèches m et m@ *évidentes*, et que personne pourtant n'avait daigné écrire — à se poser la question "toute bête" si ce ne serait pas, des fois, des équivalences de catégories, fournissant donc une interprétation algébrique différentielle, et une autre

[453](**) Masaki Kashiwara, On thé maximally overdetermined System of linear differential équations, I Publ. RIMS, Kyoto university 10 (1975), 563–579.

[454](***) En toute rigueur, il serait sans doute plus correct de dire qu'il s'agit

[455](*) Le Dung Trang et Zoghman Mebkhout, Introduction to linear differential systems, Proc. of Symposia in Pure Mathematics, Vol. 40 (1983), part 2, p.31–63. Zoghman m'a conseillé ce court article, comme la meilleure introduction qui existe dans la littérature à la philosophie qu'il a développée depuis 1976. On y trouvera aussi, dans la bibliographie, une liste (complète î) des publications de Mebkhout sur ce thème, du moins jusqu'en 1983.

analytique différentielle, de la notion topologique de faisceau (ou complexe de faisceaux) l-vectoriel constructible. Il y avait la *question*, et la *claire conscience du caractère crucial de cette question*, de sa portée — et par là-même, et comme chose allant de soi, une attitude intérieure qui *assumait* cette question, qui allait la faire porter jusqu'à son terme. L'“expérimentation” préliminaire avec les exemples “typiques” ou “élémentaires” était un premier pas dans cette direction.

Ça a été la le pas enfantin et essentiel, celui qui ne se fait que par celui qui sait être seul. Une fois ce pas-là accompli, le premier de mes élèves cohomologistes venu, utilisant les techniques de dévissage et de résolution apprises à mon contact dans SGA 4 et SGA 5, était capable de le prouver en quelgués jours, ou en quelques semaines — pour peu 1046
seulement qu'il accroche, bien sur, qu'il sente (comme Mebkhout l'avait senti et par ses tripes) le *sens*, la *substance* de la question. Mais il nfy en avait pas un seul parmi eux, pas même Deligne qui avait déclaré forfait pour dégager la vision unificatrice qui irait *au-delà* de l'idée-force des “six opérations”[456](*), et qui manquait encore pour relier coefficients continus et coefficients discrets — pas un seul qui ait su voir la portée, évidente pourtant, des idées de Mebkhout, de ce vague inconnu qui ressortait encore du Grothendieck tout craché...

Quant au “vague inconnu”, réduit à ses propres moyens et à ses lectures, se poser la question des équivalences de catégories devait lui sembler (avec raison en plus) comme la chose évidente et la plus enfantine du monde, ou d'en arriver à la conviction que c'étaient bel et bien là des équivalences. Par contre, faute d'expérience et d'encouragement par des aînés plus expérimentés que lui, il se faisait un monde de la démonstration, qui pendant longtemps lui paraissait entièrement hors d'atteinte.

Pourtant, il arrive à trouver une démonstration au bout d'un an et demi déjà, tout d'abord pour la flèche m@ , au mois de mars 1978. Il m'a dit que psychologiquement, mon théorème de comparaison pour la cohomologie de De Rham algébrique et transcendante, lui a été d'un grand secours, pour le mettre sur la voie de la démonstration. Pour une raison que je n'ai pas bien saisie, il considère d'ailleurs son théorème (savoir que le foncteur m dit “du bon Dieu”, pour surtout ne pas dire Mebkhout..., est une équivalence), comme étant une “généralisation” de mon théorème de'comparaison. Des ce moment, il sait aussi qu'il a les 1047
outils qu'il faut (avec la technique de résolution de Hironaka) pour traiter aussi le cas de m, de loin le plus intéressant pour un géomètre algébriste comme moi. Lui, en tant qu'analyste,

[456](*) (5 juin) En me relisant, cette formulation me paraît hâtive et un peu i ; à côté “de la réalité. En fait mon “idée-force des six opérations” était inséparable d'une “philosophie des coefficients”, laquelle prévoyait (et de façon très claire au moins depuis 1966) une “théorie des coefficients de De Rham” (intimement liée à mes idées cristallines), ayant les mêmes propriétés formelles essentielles que la théorie des coefficients @-adiques, et formant avec cellesci (pour A variable) autant de “réalisations” différentes du mime type d'objet ultime, le “motif”. L'œuvre de Mebkhout, accomplie entre 1972 et 1980, m'apparaît comme un premier grand pas vers la réalisation de cette intuition — pas pour lequel tout était mûr, pratiquement, au moins dès 1966 avec le démarrage du yoga cristallin, quand le problème d'une théorie des coefficients de De Rham s'est trouvé clairement posé, dans mon esprit du moins. Si ce pas n'a été accompli par aucun de mes élèves cohomologistes et ceci dès les années soixante, cela me semble dû surtout à des mécanismes de blocage d'une créativité spontanée, laquelle ne manquait en aucun d'eux. Voir à ce sujet la note “... et entrave” (n° 171 (viii)).

s'était attaché tout d'abord au cas du foncteur m@, , lequel avait sa préférence[457](*). Il ne revient sur la question, qui semble lui paraître un peu accessoire, qu'après la soutenance de sa thèse, et démontre le mois d'après (en mars 1979) que le foncteur m (celui que tout le monde aujourd'hui utilise à coups de périphrase sans jamais l'écrire, pour ne pas avoir à nommer un auteur innommable. . .) est bien une équivalence de catégories[458](**). Du coup, il en résulte que le foncteur "changement d'anneau" i, allant de "l'algébrique" (auquel il ne s'intéressait encore que de loin) vers "l'analytique" (transcendant), était également une équivalence. fort, même quand on l'applique à des *modules* (au lieu de complexes de 1048
modules), du fait qu'il affirme en même temps que les flèches canoniques

Ext" (M, N@

provenant du foncteur "extension des scalaires", sont eux aussi des isomorphismes (et pas seulement pour n * 0) .

(x) (25 mai) Dans une lettre du 24 avril, Mebkhout me précise d'ailleurs : "II faut te dire qu'après ma thèse j'ai soufflé un peu.. Cela faisait quatre ans que j'étais sous très grande tension."

C'est en mars 1978 que Mebkhout a sa troisième entrevue avec son "bienfaiteur" Verdier, qu'il n'avait pas vu depuis deux ans. Il lui explique alors les tenants et aboutissants du (futur) "théorème du bon Dieu", qu'il appelle modestement (mal lui en a pris

---

[458](@) (24 mai) Une autre raison, plus forte peut-être, c'est que dans le cas des 3ï-modules il disposait d'une magnifique formule d'inversion — voir à ce sujet la note "Les cinq photos" (n° 171 (ix)), partie (b) , "La formule du bon Dieu".

[458](**) Mebkhout n'a rédigé la démonstration en forme du fait que m est une équivalence (démonstration sur le même principe que celle pour le foncteur du bon Dieu "analytique" m@) que deux ans plus tard, fin 1980. Cette démonstration est exposée dans le deuxième de deux article@ consécutifs (dont le premier traite du foncteur du bon Dieu analytique m@ en reprenant sa thèse), "Une équivalence de catégories" et "Une autre équivalence de catégories", in Compositio Mathematica 51 (1984), pp. 51–62 et 63–88. (Manuscrits reçus le 10.6.1981.) Mais dès le mois de mars 1969 et au cours des années suivantes, il communique ce résultat (en même temps que celui concernant le foncteur m@) partout où l'occasion se présente, et notamment à Deligne dès le mois de juin de la même année.

Je crois que du fait de son extrême isolement, et par ses "lunettes" d'analyste, il ne se rendait pas compte que c'est surtout le foncteur du bon Dieu *algébrique* qui allait intéresser les gens comme Deligne et autres, car il forme un "pont" entre la topologie et la géométrie algébrique (en attendant l'arithmétique, que je semble être le premier et seul à entrevoir. . .), d'une portée comparable a celui fourni par l'outil cohomologique étale. Autrement il aurait pris soin d'en faire une rédaction en forme immédiate et de le publier illico-presto — surtout vu les mœurs (qu'il ignorait encore. . .) du drôle de milieu dans lequel il s'était fourvoyé. Pourtant sa première mésaventure (avec Kashiwara), en mars 1980, aurait du lui mettre la puce à l'oreille (x).

C'est d'ailleurs en ce même mois de mars que paraît une note aux GRAS de Mebkhout "sur le problème de Riemann-Hilbert" (t. 290, 3 mars 1980, série A — 415), où il énonce le théorème d'équivalence de sa thèse (pour m@), et affirme prudemment qu'"on espère montrer, en utilisant la méthode de la descente cohomologique comme pour, 1e théorème de dualité @ ?@ que les foncteurs S @que j'ai appelé mj et donc T ique j'ai appelé i@ sont aussi des équivalences de catégories". En fait, ses démonstrations montraient que ce sont des équivalences "localement sur X", ce qui impliquait déjà, notamment, le fameux théorème de Kawai-Kashiwara (dont il sera question dans Ja sous-note suivante), savoir que le foncteur i (extension des scalaires) induit une équivalence entre la catégorie des 3) — modules holonomes réguliers, et celle des @ — modules holonomes. Je signale en passant que le résultat final de Mebkhout est considérablement plus

1) l'"équivalence de Riemann-Hilbert". Avec le recul, Mebkhout se dit persuadé que ses explications ont du passer par desus la tête de Verdier. Ce qui est sur, c'est que Verdier ne se rend absolument pas compte que son "protégé" venait de lui soumettre des idées qui méritaient qu'on s'y arrête. Il n'en parle à personne autour de lui, pas même à Deligne, qui apprend le théorème du bon Dieu (en même temps que celui de dualité dit de "Poincaré-Serre-Verdier", auquel ce même Verdier ne voulait absolument pas croire trois ans avant...), de la bouche. de Mebkhout plus d'un an après seulemnt, au séminaire Bourbaki de juin 1979 (quatre mois après la soutenance). Toujours est-il que Verdier donne son feu vert pour que Mebkhout présente ses résultats comme thèse de doctorat d'état, dont il accepte de constituer et de présider le jury. Si la soutenance ne s'est faite qu'un an plus tard, c'est à cause des lenteurs administratives imposées par la fameuse. "Commission des thèses des Universités de la région parisienne" (institution à laquelle Verdier tient comme à la prunelle de ses yeux...).

Comme je l'ai dit dans une note précédente[459](*), la soutenance se passe dans une ambiance d'indifférence générale. Mebkhout a d'ailleurs beau envoyer sa thèse à profusion a droite et à gauche, celle-ci continue à passer inaperçue — personne ne daigne seulement accuser réception du pavé.

Mebkhout pourtant ne se laisse pas abattre. Malgré l'évidence du contraire, il se sent faire partie, lui, d'une "famille" — des gens, après tout, qui font le même genre de maths — celles qu'il a apprises, en grande partie, en fréquentant mes écrits, et plus encore, en se mettant en dispositions d'ouverture. d'écoute par rapport à un certain *esprit* dans ces 1049
écrits[460](*). Il ne se rend pas compte encore, apparemment, pas au niveau conscient tout au moins, que cet esprit-là est depuis longtemps répudié par ceux-là même qui forment cette "famille" dans laquelle il croit être entré, et que pour ces beaux messieurs qui sont entrés dans la mathématique sur des tapis de haute laine, il est un traîne-savates et un intrus.

(2) (15–17 avril) (a) Mais l'ami Zoghman, qui ne se doute encore de rien, et tout isolé qu'il soit, n'est pas malheureux. Depuis 1973 il a la chance d'avoir un poste d'assistant à Orléans, ça lui laisse le loisir de faire tranquille les maths qui l'intéressent, et tant pis

[459](*) Voir, la note "... et l'aubaine" (n° 171 (iii)).

[460](*) On peut se demander (ou me demander) quel est donc ce fameux "esprit" si particulier dans mes écrits, qui aurait inspiré mon "élève posthume" Zoghman Mebkhout, et qui aurait été "répudié" par tous mes autres élèves, Deligne en tête, et par une mode qui a emboîté le pas. Si j'essaye de trouver une filiation à cet esprit (dans la mesure ou me le permet ma connaissance plus que parcellaire de l'histoire de la mathématique), je dirais que c'est celui dans la lignée de *Galois*, *Riemann*, *Hilbert*. Si j'essaye de le cerner en termes d'une dynamique des forces à l'œuvre dans la psyché, je dirais que c'est un esprit qui se manifeste par un équilibre harmonieux de forces créatrices "yin" et "yang", avec une "note de base" ou "dominante" qui est y i n, "féminine". Une description plus circonstanciée de cette approche dans la mathématique, et dans la découverte du monde en général, se dégage au cours de la réflexion dans les notes "La mer qui monte", "Les neuf mois et les cinq minutes", "Les obsèques du yin (yang enterre yin (4))" (n° 122, 123, 124), réflexion reprise dans les notes "Frères et époux — ou la double signature", "Yin le Serviteur, et les nouveaux maîtres", "Yin le Serviteur (2) — ou la générosité" (n°s 134, 135, 136). Pour une réflexion sur certains mécanismes de rejet "viscéraux" dans le monde contemporain, vis-à-vis de cet "esprit", voir les deux notes "La circonstance providentielle — ou l'Apothéose" et "Le désaveu (1) — ou le rappel" (n°s 151, 152).

si pour le moment elles n'intéressent que lui. Il continue à habiter la région parisienne, à fréquenter des séminaires, à se mettre au courant de la littérature. . .

S'il s'était un peu arrêté sur la chose, il se serait aperçu pourtant que tout n'était pas pour le mieux, dans cette "famille" qui faisait mine de l'ignorer, alors qu'il se sentait en faire partie. Il avait bien fini par se rendre compte, en fréquentant mes écrits, qu'une bonne partie au moins de "la bonne référence" qui avait été pour lui comme une manne, n'était nullement du crû de son "bienfaiteur" Verdier. La notion de constructibilité était développée en long et en large dans SGA 4 dès 1963, douze ans avant que Verdier fasse mine de l'inventer dans cet article. Avec la publication de SGA 5 en 1977, même sous la forme de l'édition-massacre d'Illusie, il apparaissait que cette fameuse "bidualité de Verdier" pour complexes de faisceaux de @-vectoriels analytiquement ou algébriquement
constructibles, avait été copiée purement et simplement sur le premier exposé de SGA 5 1050
(celui-là même auquel il est référé dans un volume au nom étrange "SGA 4S" par : "divers compléments sont donnés dans SGA 5 I"[461](*) 1). Dans ce même étrange volume, dont l'auteur se plait à s'exprimer avec un superbe dédain au sujet des volumes-satellites SGA 4 et SGA 5 qui l'entourent, il a pu voir un exposé sur la classe de cohomologie associée à un cycle, dont on avait soulagé (on ne savait trop pourquoi) le volume de "digressions techniques" SGA 5 (soi-disant ultérieur. . .) ; il a pu se rendre compte du même coup que l'aspect cohomologique (dual de l'aspect homologique) du thème qui donnait son nom à l'article de son bienfaiteur, avait également été copié sur SGA 5. pour aucun de ces trois thèmes[463](**) dans "la bonne référence", il n'y avait pourtant allusion à ma personne ou à SGA 5. . .

Il ne pouvait savoir encore, certes, que ce qui restait de l'article de Verdier (à part trois pages sur les cinquante) avait été "pompé" sur mes exposés sur le formalimse de l'homologie étale et des classes d'homologie associées aux cycles algébriques, exposés disparus (comme par hasard), et sans la trace même d'une allusion à leur existence, de l'édition-Illusie de désolante mémoire. Mais les quelques faits à sa disposition étaient certes plus que suffisants, pour mettre la puce à l'oreille d'un homme averti et éveillé, c'était là, en somme, une situation toute similaire à celle où je m'étais trouvé dix ans plus tôt, en feuilletant l'article de Deligne sur la dégénérescence des suites spectrales, où il escamotait aussi bien la motivation initiale et tout le yoga des poids (ainsi que le rôle de ma modeste personne), que la contribution des idées de Blanchard, utilisant justement le théorème de Lefschetz "vache" pour les fibres[464](***). Comme moi jadis, Zoghman a dû alors faire taire la perception lucide d'une réalité déplaisante, en se disant (en l'occurence) que ce devait être là une "connivence" d'usage entre maître et élèves, que le maître ferme un œil quand ses élèves présentent comme leurs des idées, techniques, résultats qu'ils tiennent directement

[461](*) Pour cet impayable euphémisme, visant à l'appropriation (par lui, Deligne, cette fois) du même malheureux théorème de bidualité, voir la note de b. de p. [462](**) page 872 à la sous-note "Le cheval de Troie" (n° 169).

[463](**) II s'agit des "trois thèmes" : constructibilité, bidualité pour faisceaux constructibles, classe de cohomologie (et d'homologie) associée à un cycle.

[464](***) voir pour des détails les débuts de la note "L'éviction" (n° 63), et la note de b. de p. [465](**) à la page 233 de cette note.

de lui[466](****). comme il en va souvent dans de tels cas, cette interprétation (qui arrangeait 1051
bien Zoghman) ne manquait pas d'un élément de réalité, ce qui plus est. Plus d'une fois, j'avais bel et bien été partie prenante dans de telles situations d'ambiguïté. (Mais il est vrai aussi qu'avant mon départ, jamais encore les choses n'en étaient arrivées à ce point, où l'œuvre du maître devient la dépouille dont on se partage sans vergogne les morceaux...)

D'ailleurs, dans la famille plus élargie formée de tous ceux qui s'intéressent à la cohomologie des variétés, y compris les japonais de l'école de Sato, tout n'était pas tellement pour le mieux non plus. Ce même Kashiwara, dont le théorème de constructibilité de 1975 avait été providentiel pour pouvoir définir le "foncteur du bon Dieu", avait fait mine lui aussi de s'attribuer la paternité de ces malheureux faisceaux constructibles, que soudain tout le monde s'arrachait quasiment ! Il les avait rebaptisés "finitistic sheaves" pour les besoins de la cause, dans le par. 2 de son article cité, où il reprend plus ou moins texto les développements de SGA 4 à ce sujet. Selon ce que j'ai entendu de divers cotés, l'école de Sato est familière avec mon œuvre cohomologique, alors même qu'ils ne me citent qu'avec parcimonie[467](*), et il est difficile de croire que Kashiwara n'était pas au courant de la notion de constructibilité tout au moins dans le contexte étale, où c'est la notion, de finitude centrale dans toute la théorie.

Il va de soi que Verdier l'an d'après ne cite pas plus Kashiwara pour la notion "finitiste" (sic), qu'il ne souffle mot d'un certain défunt ni d'un certain séminaire[468](**). On a beau être du beau monde l'un et l'autre, et d'une même "famille" peut-être pourquoi pas — mais quand il s'agit du bifteck de la vanité d'auteur, chacun empoigne pour soi... [469](***)
pratiquement sans démonstration) dans l'article déjà cité de Kashiwara-Kawai — voir à 1052

[466](****) (30 mai) Et tout en le traitant gentiment de fumiste par dessus le marché...

[467](*) Mebkhout m'écrit à ce sujet (24 avril 85) : "Les seules références à toi que j'ai vues chez l'école japonaise de Sato concernent le chapitre 0 de EGA III, alors qu'ils se sont inspirés sans vergogne de ton œuvre."

[468](**) Comme par hasard, ce séminaire (SGA 5) était celui justement (avec SGA 4) qui, d'un commun accord entre mes élèves cohomologistes et suivant l'expression de leur chef de file Deligne, était destiné à être "oublié" (grâce à la publication du cïigest-coup-de-scie de sa plume...).

[469](***) (24 mai) Mebkhout me signale que je noircis un peu le tableau ici. Verdier ignorait entièrement l'article de Kashiwara tout comme la notion d'holonomie, que Mebkhout lui a appris lors de son "entrevue" avec Verdier en 1976. (C'était avant la publication de la bonne référence (parue fin 1976 semble-t-il), mais en bonne logique on ne peut pas s'attendre qu'il cite Kashiwara, alors qu'il sait qu'aussi bien son collègue que lui-même "pompent" sur la même source non nommée...) Inversement, Kashiwara ignorait la "bonne référence" et mon théorème de bidualité (qui y figure sous la paternité de Verdier), c'est Mebkhout qui les lui a fait connaître en janvier 1978, en même temps que les résultats du chapitre III de sa thèse. Ceux-ci ont été par la suite appropriés sans vergogne (et

ce sujet la note "Les cinq photos (cristaux et J@-Modules) " (n° 171 (ix)), notamment page 1005. Le fait que Kashiwara ignorait le théorème de bidualité pour les coefficients discrets montre, parmi bien d'autres signes relevés ici et là, à quel point il était éloigné de la philosophie de dualité de Mebkhout, directement inspirée de mon œuvre.

Je crois qu'il était plus facile pour Zoghman de se dire que tel japonais qu'il n'avait jamais vu[471](*) était décidément "escroc", que de devoir le constater pour des aînés prestigieux, dont l'un était pour lui comme un père puissant et lointain et un bienfaiteur, des aînés qu'il avait l'occasion de côtoyer dans des séminaires, et avec lesquels il avait même l'honneur d'être à tu et à toi (comme il est d'usage dans le milieu mathématique en France, depuis les temps de Bourbaki).

(b) Paradoxalement, les ennuis de Zoghman ont commencé le jour où un certain monde a commencé à se rendre compte de la puissance d'un des outils qu'il avait apportés dans le sillage de toute une philosophie (d'un genre pourtant qui passait comme décidément dépassé...). Il en avait fait part à Deligne en juin 1979, qui avait écouté avec attention ses explications sur le théorème de dualité, et encore plus (on s'en doute) sur le théorème du bon Dieu. Il lui a même dit très aimablement qu'il avaitJu l'introduction de la thèse, et qu'il trouvait qu'il devait y avoir dans ce travail de belles mathématiques[472](**). La vie était belle pour Zoghman, ce jour-la — mais pas pour longtemps.

La même année, au mois de septembre 1979, il participe au Colloque des Houches[473](*), 1053

[469](*) (24 mai) II les avait quand même entrevus une fois, ces fameux japonais 1 Mebkhout m'écrit à ce sujet (22 avril 85) :

"L'école de Sato était venue au grand complet en 1972 pour une conférence sur les hyperfonctions. Ils cachaient bien leurs méthodes. Pendant longtemps leurs résultats restaient inabordables. Il y avait une certaine mythologie autour de cette école, qui fait que maintenant Kashiwara peut se permettre ce qu'il fait." (4 juin) II faut dire que s'il est bien vrai (comme Mebkhout semble de suggérer ici) que l'école de Sato aurait initié la méthode de s'entourer d'obscurité aux fins de dominer, ce procédé a trouvé des émules de ce cote-ci du Pacifique, lesquels désormais ne sont pas en reste sur leurs maîtres î Et c'est bien eux, et nullement les Kashiwara et consorts, qui ont monté l'incroyable mystification du Colloque Pervers, dans laquelle Kashiwara a été utilisé comme un "pion" commode pour préparer le terrain — et être largué ensuite...

[469](**) (3 juin) Mebkhout avait déjà eu droit à un compliment tout aussi gratuit, l'année précédente et de la bouche d'Illusie, au Colloque d'Analyse p-adique à Rennes. Voir à ce sujet la note "Carte blanche pour le pillage" (n° 174), page 1091 (et notamment la note de b. de p. [470](**) même page).

[472](*) Les Actes du Colloque des Houches @1–13 septembre 1979) sont parus dans Lecture Notes in Physics n° 126 (1980), Springer Verlag. Dans ces Actes figurent aussi bien l'exposé de Mebkhout "Sur le problème de HilbedhRiemann", exposant l'ensemble de sa philosophie (que j'appellerais celle des "coefficients de De Rham") de façon parfaitement claire et avec références à l'appui pour les démonstrations, et l'exposé présenté par Kashiwara et Kawai. Tout lecteur de bonne foi pourra vérifier, en comparant les deux articles, qu'il n'y a aucune amorce d'une philosophie de ce genre, ni la moindre allusion à quelque chose comme le "théorème du bon Dieu", dans l'article de ces deux auteurs. (4 juin) Dans sa lettre de commentaire du 22 avril, Mebkhout s'exprime dans le même sens à propos du Congrès international de Mathématiciens d'Helsinki qui avait eu lieu l'année précédente (août 1978) : "Je dois dire que j'ai assisté à la conférence de Kashiwara qui était conférencier principal au congrès d'Helsinki (août 1978). Il n'y avait aucune philosophie ni de loin ni de près qui peut s'apparenter à la comparaison entre coefficients discrets et continus. J'ai pris le soin de rédiger illico ma conférence de Copenhague qui avait eu lieu une semaine avant et la mettre à la disposition de la communauté mathématique qui est censée être juge. La conférence de ce même Kashiwara est publiée dans les Actes du Congrès fd"Helsinki@ ."

où il fait un exposé “Sur le problème de Hilbert-Riemann”, présentant son théorème d’équivalence. Son exposé semble bien passer complètement inaperçu. Un des “clous” du Colloque, par contre, était une conférence de Kawai quelques jours avant, annonçant un résultat remarquable et inattendu, obtenu en collaboration avec M. Kashiwara. sous une forme un peu alambiquée et incompréhensible à plaisir (conformément au style particulier développé par l’école de Sato[474](**)), ce théorème affirmait que sur une variété analytique complexe (lisse), le foncteur “changement des scalaires” de 3@ vers 37* induit une *équivalence* entre la catégorie des 3@-Modules holonomes “à singularités régulières”, et celle des (@-Modules holonomes. Leur démonstration allait faire l’objet d’un très long article de plus de cent-cinquante pages, d’ailleurs publié depuis[476](***).

Mebkhout sur le coup, comme tous les autres auditeurs, il était un peu largué. Ce théorème, présenté comme sensationnel et où personne ne comprenait trop de quoi il retournait exactement, avait pourtant pour lui un “je ne sais quoi” de familier. Dans les 1054
jours qui ont suivi, il a ruminé ça, lentement mais sûrement, selon son habitude. Je peux m’imaginer que dans les remous du Colloque, il a bien dû lui falloir un jour ou deux, rien que pour mettre le théorème sous une forme compréhensible à un non-japonais. A partir de là, c’était gagné !

Je parie d’ailleurs que pas un des occidentaux présents n’avait la moindre idée de ce que c’est que ces “singularités régulières”. Mais Mebkhout, lui, il avait bien défini quelques années avant, pour les besoins d’une “philosophie des coefficients” qui se cherchait encore, une notion de @“Module holonome *régulier*[478](*). Celle-là, du moins, elle avait un sens bien précis pour lui — et, prenant la *catégorie dérivée* idoine et passant de plus “de l’autre côté du miroir”, il savait interpréter cette catégorie en termes de la catégorie dérivée correspondante des “coefficients discrets constructibles”. Du moins, il avait démontré en long et en large dans sa thèse l’interprétation analogue, en termes de cette même catégorie de coefficients discrets “de l’autre côté”, de la catégorie des Si — Modules holonomes — et il savait bien qu’il avait en mains tout ce qu’il fallait pour prouver l’analogue aussi dans le cas “jJ-Modules holonome régulier”. C’est ce qu’il avait fait dans sa thèse, pratiquement, sous forme d’un résultat *local* sur X, ce qui suffisait déjà pour impliquer le “sensationnel résultat” de Kashiwara-Kawai. Ainsi, le point de vue des catégories dérivées, et celui du jeu entre coefficients continus, coefficients discrets, donnait un résultat du type de Kashiwara-Kawai, mais en principe beaucoup plus fort encore, puisqu’il donnait en même temps un isomorphisme entre — des Ext supérieurs, et pas seulement au niveau des Hom (qui était tout ce qa’on obtenait, en travaillant avec les fl@-Modules sans plus, au lieu des catégories dérivées formées avec de tels Modules). Ceci vu, c’était bien du diable si cette

[474](**) (4 juin) Voir à ce sujet une précédente note de bas de page (note[475](*) page 1052K C’est surtout dans le sillage du Colloque Pervers, il me semble, que le style de l’obscurité délibérée a été perfectionné, de ce côté-ci du Pacifique, en une méthode de mystification systématique et d’appropriation à l’embrouille.

[476](***) M. Kashiwara, T. Kawai, On holonomic Systems of microdifferential équations III, System with regular singularities. Pub. RIMS 15, 813–979 (1981).

[476](*) Pour la définition de Mebkhout de la régularité d’un complexe holonome de 3@-Modules (le long d’un diviseur Y), voir la note “L’œuvre…” (n° 171 (ii)), note de b. de p. [477](*) page 950. “Régulier” tout court signifie : régulier le long de *tout* diviseur (sur tout ouvert).

notion japonaise des “singularités régulières” n’était pas équivalente à la sienne — de sorte que le prestigieux résultat serait en fait un corollaire pur et simple de sa philosophie des coefficients, à laquelle personne jusque là n’avait daigné s’intéresser.

Quand le Colloque au grand complet vient honorer de sa présence l’exposé d’un vague inconnu, prévue au programme on ne savait trop pourquoi, et qu’à la fin de la conférence[479](**) à coups de flèches et de diagrammes (le genre de trucs qui se faisaient dans les années 1055
soixante et qui depuis longtemps n’étaient plus de mise entre gens sérieux), ce quidam-là annonce sans rire que le fameux “clou” du Colloque (dont personne n’aurait trop su répéter l’énoncé, ce qui ne le rendait que plus impressionnant...) — que ce “clou”, donc, était un corollaire immédiat d’un théorème d’équivalence de catégories (on vous demande un peu 1) qu’il aurait obtenu entre les *caté gories dérivées* correspondantes (qu’est-ce que c’est que ces animaux-là ?), et une autre qui n’avait pas l’air d’avoir grand chose à voir avec elles, théorème qui figurerait dans une *thèse* (c’est le bouquet ça !) qu’il jure avoir depuis belle lurette envoyée à Monsieur Kashiwara et à bien d’autres parmi les éminents collègues dans la nombreuse assistance, ça a tout l’air d’une mauvaise plaisanterie. Il y a un silence gêné, des sourires entendus. C’est (sans doute) pour dissiper la gêne causée par le jeune malotru, que Monsieur Kashiwara en personne pose la question d’usage. Il a quand même l’air un peu abasourdi il faut dire, il doit se demander s’il rêve @*)... Le quidam, lui, ne se laisse pas démonter pour autant. C’est tout juste qu’il ne va pas recommencer une deuxième conférence par dessus la première — on aura tout vu !

La minute d’après, notre quidam zoghman se retrouve tout seul devant le tableau noir, avec ses beaux diagrammes devant une salle déserte... Personne ce jour-là ni les jours suivants, n’a daigné s’enquérir sur les tenants et aboutissants des soi-disants “résultats” du malotru, qu’on avait eu le tord d’inviter à un Colloque aussi distingué.

Ça a quand même dû travailler’dans la tête de Monsieur Kashiwara, une fois passés les flons-flons de la grande occasion. Toujours est-il que quelques mois plus tard à peine, au séminaire Goulaouic-Schwartz 1979–80, dans un exposé oral I du 22 avril[480](**), il annonce *comme étant de son crû* ce même théorème, qui avait eu le don de jeter un froid à un certain 1056
Colloque ! Il a pourtant la “gentillesse” d’ajouter, à la page 2 :

l’Notons que le Théorème est *démontré aussi* par Mebkhout *par une voie différente”*

[479](**) (4 juin) En fait, Mebkhout avait pris soin d’y faire allusion dès le début de sa conférence, pensant naïvement que cela aurait le don d’accrocher ses auditeurs.

[480](*) (4 juin) Mebkhout m’écrit dans ce sens (22 avril) :

“Après la conférence des Houches quelqu’un m’a dit que ce même Kashiwara trouvait que son article avec Kawai était vide. Mais il n’a pas ménagé sa peine pour malhonnêtement rattraper son retard. Ça faisait cinq ans @depuis son article de 1975 prouvant son théorème de constructibilité@ qu’il n’avait plus touché aux coefficients discrets. Sa célébrité soudaine fpar cet article@ due à tout un autre problème lui a permis de s’occuper de choses plus “sérieuses” — surtout pas de bombinage 1 Entre 1975 et 1980 j’étais *le seu* 1, au milieu de l’hostilité générale (chose que j’ai comprise après) à développer cette philosophie enfantine que j’ai apprise dans tes écrits.“

[480](**) (4 juin) séminaire Goulaouic-Schwartz 1979–80, exposé de M. Kashiwara du 22 avril 1980, “Faisceaux. constructibles et systèmes holonomes d’équations aux dérivées partielles linéaires à points singuliers réguliers”. Pour des détails sur cette mémorable séance de séminaire, où *Mebkhout était présent*, voir la note “Carte blanche pour le pillage”, n° 171 .

(c'est moi qui souligne)[481](*).

Ce "démontre aussi" vaut son pesant de Kashiwara, alors qu'il s'agit d'un théorème dont lui ni personne ne se doutait, et qu'il venait d'apprendre (quelques mois avant) de la bouche de l'intéressé lui-même/ n'ayant pas daigné lire la thèse que celui-ci lui avait envoyé depuis près d'une année 1 S'il avait connu ce théorème avant, c'est sûr qu'il n'aurait pas pris la peine de donner une démonstration de 167 pages serrées, pour démontrer un résultat d'analyse "vache" qui en était un corollaire immédiat, et même le corollaire d'un corollaire.

Le "par une voie différente" est également impayable. Dans l'exposé en question il n'y a pas la moindre trace d'une démonstration, pas plus d'ailleurs que dans aucun des travaux ultérieurs de Kashiwara ou d'un de ses collègues japonais, zoghman m'assure qu'il n'existe pas dans la littérature de démonstration de son théorème autre que la sienne, et je doute fort (vu le genre de démonstration, qui m'est bien familier et pour cause) qu'on en trouve jamais. C'est une démonstration qui correspond à une approche géométrique des choses, en utilisant la résolution des singularités à la Hironaka — un outil qui est devenu pour moi (et pour mes élèves) une seconde nature, et que les analystes (et notamment ceux de l'école de Sato) ignorent. A tel point même que Kashiwara visiblement ne s'est pas senti capable de seulement *recopier* la démonstration de Mebkhout...

Ce genre d'escroquerie cousue de (très gros) fil blanc peut marcher, *aussi longtemps qu'il* y a *un consensus général qui la couvre*, aux dépens (ici) d'un vague inconnu. Tout ce beau monde[482](**) aurait tort de se gêner, alors que visiblement ledit "Les mémoires 1057
défaillantes — ou la Nouvelle Histoire") — et de quatorze ! (Sans comper un référée resté anonyme — et de quinze...@

inconnu est laissé pour compte par ceux-là même les mieux placés pour connaître les faits de première main, et qui ont une responsabilité personnelle et directe vis-à-vis de l'intéressé : J. L. Verdier (président du jury de thèse) et P. Deligne (le premier qui ait senti la portée du résultat qu'il avait appris de la bouche de Mebkhout, l'année précédente).

Puisque j'en suis au caïd d'outre-pacifique Kashiwara, autant terminer sur ce chapitre, avec l'épilogue de l'élimination totale de l'inconnu de service, sur la lancée de l'exemple éclatant donné trois ans avant lors du Colloque Pervers en juin 1981. Il s'agit d'un article par R. Hotta et @ M. Kashiwara "The invariant holonomic System on a semi-simple Lie algebra" (Inventiones Mathematicae 75, 327–358), paru en 1984 (reçu le 2.3.1983). Cet article, comme il apparaît dès la ligne 6 de l'introduction, est une des nombreuses applications de la sempiternelle "correspondance de Riemann-Hilbert" dite du bon Dieu (ou de l'inconnu de service). Dans cet article, *le nom dudit inconnu n'est plus prononcé*, et il ne figure pas dans la bibliographie. Connaissant déjà la mentalité du second auteur, mais ne

[481](*) Je cite ici le texte de l'exposé écrit, qui a été rédigé par Kashiwara un an après l'exposé oral. Pour des détails, voir la note citée dans la précédente note de b. de p.

[482](**) (4 juin) Pour un "défilé" des acteurs qui ont participé directement et activement a la mystification-escroquerie autour de l'œuvre de Zoghman Mebkhout (ou du moins, ceux dont j'ai eu connaissance), voir la note "La maffia" (n* 171), partie (f) "Le défilé des acteurs — ou la maffia". Ce défilé n'est d'ailleurs pas complet — pour une liste plus complète (alignant les noms de *treize* mathématiciens de notoriété internationale), voir la note "Le jour de gloire" (n° 171 (iv)), note de b. de p. (*ï page 962. Il y manque encore le nom de R. Remmert, apparu entretemps (voir la note déjà citée "La maffia", partie (c)

pouvant préjuger de la mauvaise foi du premier, zoghman lui a écrit pour l'informer qu'il était l'auteur du théorème utilisé là de façon cruciale, et pour objecter au fait qu'il n'ait pas été cité à ce titre. Au lieu de cela, la référence est au papier déjà cité de'Kawai-Kashiwara (de 167 pages), dans lequel ledit théorème ne figure d'ailleurs aucunement[483](*). Hotta lui a répondu qu'il ne leur avait pas paru nécessaire de le citer, puisque de toutes façons *il était bien connu que la correspondance en question était due* à *Kashiwara et* à *Mebkhout.* Rideau...

(cï Mais le Japon est loin, et si mon ami zoghman s'est escrimé pendant des années à briser des lances contre de lointains japonais, c'est sans doute parce qu'il lui était autrement plus pénible d'assumer la réalité d'une maffia qui n'est nullement confinée à des continents aux antipodes, mais qui a le haut du pavé aussi bien dans les séminaires huppés de Paris, 1058
qu'à Moscou ou a Tokio. Il est temps de revenir au doux pays de France, et a la "petite famille" formée par mes chers ex-élèves cohomologistes, et (celle, un peu plus grande) qui s'est formée autour d'eux depuis les jours lointains de mon "décès".

Les nouvelles voyagent vite parfois. Courant 1979 et 1980, Deligne et le Colloque des Houches aidant, "on" a dû finir par se rendre compte qu'il venait d'apparaître sur le marché mathématique un théorème, ma foi, prometteur, du hélas à un vague grothendieckien attardé ; mais qu'il y avait un subsitut tout trouvé à cette paternité peu enthousiasmante, en la personne de l'analyste japonais bien connu Kashiwara, qui ne demande qu'à jouer les pères de la fameuse "correspondance de Riemann-Hilbert".

En janvier 1980, Mebkhout fait un exposé sur son malencontreux théorème au "séminaire des singularités" de Le Dung Trang, à Paris VII. Jean-Louis Brylinski n'assiste pas à l'exposé, mais Le Dung Trang lui en parle et lui fait lire ses notes. D'après ce qu'il en a rapporté lui-même à Mebkhout, dès que Brylinski prend connaissance du théorème de Mebkhout, il s'exclame : mais avec ça, on va démontrer la conjecture de Kazhdan-Lusztig l (Conjecture qui était considérée comme "inabordable", comme de juste, par les augures.)

On pourrait croire que Brylinski va s'adresser à l'intéressé, pour se faire expliquer par lui de façon plus circonstanciée les mystères des conditions d'holonomie et de régularité, donnant un sens précis au théorème qu'il lui fallait. Mais d'après ce qu'il a lui-même candidement expliqué à Mebkhout, "on" lui aurait conseillé de ne pas s'adresser à lui, mais à l'éminence Kashiwara. Il n'a pas précisé qui était ce "on". Mais visiblement il avait l'oreille fine (en plus d'un esprit vif), et il était à l'époque aussi inconnu que Mebkhout l'est encore aujourd'hui même. Il ne s'est pas fait dire la chose deux fois, et il est allé se renseigner auprès de Kashiwara, qui devait être dans les parages encore, c'était là son droit le plus strict. Le résultat a été un article commun avec Kashiwara, paru aux Inventions Mathematicae'64, 387–410) en 1981 (reçu le 19 décembre 1980), avec le titre "Kazhdan-Lusztig conjecture and holonomic Systems". Brylinski s'est retrouvé vedette du jour au lendemain, ce qui n'était que mérité, et Kashiwara a ajouté un fleuron de plus à un palmarès déjà chargé[484](*).

[483](*) (25 mai) Comme il a été déjà expliqué ailleurs (dans "Les cinq photos (cristaux et @@-Modules)" note n° 17t (ix), voir notamment page 1005), le travail en question contient une "moitié" seulement du théorème du bon Dieu, moitié pillée dans le chap. III de la thèse de Mebkhout.

[484](*) D'associer la célébrité Kashiwara à la démonstration qu'ilvenait de trouver, et où Kashiwara n'avait eu aucune part, tout en passant sous silence le rôle crucial joué par son jeune collègue inconnu, a été le

Tout serait pour le mieux dans le meilleur des mondes, mais... Il faut croire que le 1059
même "on" a du suggérer aussi que le moins on parlerait d'un certain vague inconnu* le mieux ça vaudrait. Toujours est-il que dans le manuscrit envoyé aux Inventiones, *le nom de Mebkhout ne figurait pas*, ni dans le texte, ni dans la bibliographie.

Mebkhout avait eu connaissance du preprint de l'article, et il s'est plaint du procédé auprès de Brylinski, et a écrit à R. Remmert, éditeur aux Inventiones. Brylinski a réagi "en souplesse" (dans un style qui m'est désormais bien familier...), en rajoutant sur épreuves a la fin de la bibliographie (hors ordre alphabétique) *trois* références-pouce à Mebkhout (tant qu'on y est I), sans pour autant faire la moindre allusion dans le texte au dénonmé Mebkhout[485](*). Un lecteur de cet article, si par extraordinaire il voit le nom d'un illustre inconnu rajouté en fin de bibliographie Dieu sait pourquoi, se dira qu'on a du le mettre la pour faire plaisir à un copain...

Brylinski a *fait son entrée dans la célébrité par une escroquerie.* La vérité est que la conjecture qu'il démontre était inabordable, aussi longtemps qu'un nouvel outil n'était apparu. Indépendamment mime de la *paternité* de cet outil-là, rien dans cet article ne met en évidence cet outil nouveau, dont le rôle est escamoté dès le début (lignes 6 à 8) par l'"explication" (sic) ni chair ni poisson :

"The method employed hère is to associate holonomic Systems of linear differential équations with R. s. on thé flag manifold with Verma modules, and *to use thé correspondance of holonomic Systems and constructible sheaves."*

(c'estmoi qui souligne). Il n'y a pas la moindre référence ou explication au sujet de cette fameuse "correspondance" non précisée. "On" a dû faire entendre au jeune premier que cette "correspondance" était censée désormais faire partie des choses bien connues de tous, pour laquelle il n'était nullement nécessaire d'invoquer un théorème particulier, et par là 1060
soulever des questions de paternité accessoires et (surtout) prématurées. Et Brylinski, qui est un jeune homme d'avenir, ne se l'est pas fait répéter deux fois...

Quant à Remmert, il a transmis la lettre du plaignant inconnu au référée de l'article de Brylinski-Kashiwara. Le référée rejette la plainte, en exprimant l'opinion que "le résultat *était connu indépendamment*, et *probablement plus tôt*, par *Kawai* et *Kashiwara"*, en référant au "Reconstruction theorem" qu'il attribue à ces auteurs (en référant à p. 116 dans l'article des auteurs cités, dans le "Seminar on Micro-local Analysis" Guillemin, Annals of Math ; Studies, n° 93).

Cette appréciation du référée, qui est censé savoir de quoi il parle, est scandaleuse à deux titres, et montre qu'il est partie prenante d'une même escroquerie, en connivence

"prix d'entrée" que Brylinski a payé, sans se faire prier, pour son entrée dans un certain "milieu" de gens célèbres — le milieu qui donne son nom à la présente note "La maffia"...

[485](*) L'introduction de l'article de Brylinski-Kashiwara termine avec des remerciements exprimes à divers auteurs, y compris à Jean-Louis Verdier @et sans mention de l'inconnu de service, est-il besoin de le dire). Elle enchaîne avec un par. 1 consacré à un résumé sur les "systèmes différentiels holonomes à singularités régulières" (c'est là le nom en japonais, pour 3) — modules holonome régulier). Dans les premières lignes dudit paragraphe, on lit : "For thé détails and proofs, we refer thé reader to @6, 15–173." La référence @6@ est l'article de Kashiwara de 1975 établissant son théorème de constructibilité, tandis que ClS-17@ (rajouté sur épreuves) est la "référence-pouce" à Mebkhout. L'honneur est sauf, quoi qu'il arrive, pour le "jeune homme d'avenir" Jean-Louis Brylinski...

avec (pour le moment) Kashiwara et Brylinski. Il serait déjà scandaleux, sur une simple *présomption*[486](*) d'antériorité de tion et tout, il ne se serait pas imaginé qu'il pourrait 1061
jamais être question d'escamoter son œuvre purement et simplement, une fois que son importance serait reconnue. Et le premier signe de la puissance de son approche est apparu justement au Colloque des Houches, à propos du théorème de Kashiwara-Kawai.

Bien sûr, en janvier 1978, Mebkhout (qui n'avait encore aucun raison alors de se méfier) avait parlé a Kashiwara non seulement de ce qu'il appelait le "théorème de bidualité" (rebaptisé plus tard "reconstruction theorem" pour les besoins d'une escroquerie), mais aussi du théorème du bon Dieu complet, dont c'était en somme une "moitié (la "moitié" la moins profonde des deux). Il m'a dit que pour le théorème de bidualité, Kashiwara avait bien "accroché", on aurait dit qu'il avait du déjà se poser des questions comme ça ; mais visiblement il n'avait pas la moindre idée comment le démontrer. (Pourtant, la démonstration de Mebkhout n'utilise *pas* la résolution des singularités.) Quant au théorème du bon Dieu, ça lui a passé complètement par dessus la tête — à tel point qu'il avait entièrement oublié la chose lors du Colloque des Houches. Pourtant Mebkhout lui avait envoyé, comme à tout le monde, sa thèse complète au début de la même année (1979) (à un moment donc où il ne s'était pas encore rendu compte de l'escroquerie du séminaire Guillemin, l'année d'avant). Autre chose qui montre que le théorème du bon Dieu avait complètement échappé au caïd, c'est qu'il n'a pas mime songé à l'empocher également et par acquit de conscience pour ainsi dire (même s'il ne comprenait pas de quoi il retournait. . .), dans ce même exposé au séminaire Guillemin.

N'ayant pas eu l'avantage jusqu'à présent de tenir cet exposé de Kashiwara @) entre les

---

[486](*) (4 juin) Je fais même abstraction ici du fait que cette présomption n'était pas fondée. La lettre de Remmert (du 26.1.1981) transmettant la réponse du référée ne mentionne d'ailleurs pas la date du séminaire Guillemin (cité dans la lettre) et de l'exposé de Kashiwara. Je viens in extremis de relancer Mebkhout en Italie (par téléphone. . .) pour lui demander des précisions sur cette référence, et sa date. J'apprends que l'exposé de Kashiwara se place en 1978, quelques mois après que Mebkhout lui ait communiqué de Chap. III de sa thèse (en janvier 1978) — Monsieur Kashiwara n'a pas perdu son temps 1 Comme la soutenance de la thèse n'a eu lieu qu'en février 1979 (du aux lenteurs de l'appareil représenté par la Commission des Thèses des Universités Parisiennes, tellement chère à J. L. Verdier. . .), cela pouvait donner un fondement plausible à la "présomption" d'antériorité du référée, en ce qui concerne le "Reconstruction Theorem" tout au moins. Mais si le référée (en plus d'être de bonne foi, ce qui, déjà, n'est visiblement pas le cas) avait fait son boulot consciencieusement, il aurait remarqué qu'il n'y a rien qui ressemble à une *démonstration* du "Reconstruction Theorem", dans l'exposé cité de Kashiwara.

Mebkhout est d'ailleurs revenu à la charge, dans une lettre du 25.3.1981 où il souligne 1°) que le théorème invoqué par le référée était "l'un des résultats les plus importants de sa thèse de doctorat" et qu'il avait communiqué ce résultat, avec sa démonstration, à Kashiwara (mais il oublie de dire *quand* — zoghman n'en fait jamais d'autres 1), et 2°) que ce théorème était "largement insuffisant pour établir l'équivalence de catégories en question". R. Remmert n'a pas daigné répondre a cette lettre, provenant d'un plaignant sans nom et sans appuis.

Zoghman m'a précisé tantôt (je finirai par tout savoir, à force d'insister. . .) qu'il a pris connaissance de l'escroquerie de Kashiwara au séminaire Guillemin l'année d'après, en 1979, l'année de sa soutenance de thèse. C'est donc là sa toute première confrontation avec le genre de procédés en usage dans "la maffia". Au moment du Colloque des Houches, en septembre cette même année, il savait donc déjà à quoi s'en tenir au sujet de la grande vedette Kashiwara. Mais comme sa philosophie et ses résultats étaient écrits noir sur blanc et publiés, démonstra mains, je me suis demandé s'il n'était pas de nature à fonder l'impression, chez un lecteur non averti, que la philosophie développée par Mebkhout aurait été connue de Kashiwara (et par ses propres moyens, comme il le dit) dès 1978 tout au moins. Zoghman m'a promis de m'envoyer une copie de l'exposé en question, qui, m'assure-t-il, me permettra de me détromper. Il y a là (dit-il) une accumulation d'énoncés techniques, plus ou moins (in) compréhensibles (Kashiwara ne pouvait moins faire...), sans démonstration et sans fil conducteur apparent, ni rien (pas plus que dans sa conférence à Helsinki la même année, ou dans celle du Colloque des Houches l'année d'après) qui ressemble à une "philosophie des coefficients" reliant coefficients continus et coefficients discrets.

(x) (16 juin) Mebkhout me précise que l'exposé a été en fait présenté par *Kawa* i, comme un travail en commun avec Kashiwara.

résultats obtenus indépendamment (selon l'opinion même exprimée par le référée), d'admettre que l'auteur présumé postérieur (comme par hasard celui qui est inconnu...) ne soit pas cité du tout ; de telles pratiques, de toute évidence, ouvrent la porte (et ont depuis longtemps ouvert la porte...) aux plus graves abus[487](*). Mais il y a plus. Le "théorème de reconstruction" qu'il cite (et qui *titre de courtoisie*, Brylinski et Kashiwara mentionneraient 1062
le résultat de Mebkhout". c'était le rôle de R. Remmert, en tant qu'éditeur, de veiller à ce que le résultat de Mebkhout soit dûment mentionné dans le texte, non a titre de "courtoisie", mais *par respect pour les règles élémentaires de l'éthique du métier de mathématicien.* (30 mai) Depuis que ces lignes ont é*té écrites, j'ai eu connaissance d'un fait nouveau, qui jette une lumière inattendue sur le rôle de R. Reminert dans l'escroquerie autour de l'œuvre de zoghman Mebkhout, en montrant sa participation active à l'escroquerie autour de la mienne. Du coup s'évanouit pour moi la présomption de bonne foi que je gardais à son égard (par vieille habitude, et à défaut de signes irrécusables du contraire). Le lecteur intéressé trouvera des précisions sur ce "fait nouveau" dans la partie (c-j) (de la note "La maffia") qui suit, sous le nom "Les mémoires défaillantes — ou la Nouvelle Histoire".

est également pillé dans la thèse de Mebkhout[488](*), où il figure sous le nom (impropre) de "théorème de bidualité") est loin encore de l'équivalence de catégories (dite "de Riemann-Hilbert") utilisée dans la démonstration de l'article incriminé de Brylinski-Kashiwara, équivalence due au seul Mebkhout, et qu'il n'implique aucunement[489](**).

[487](*) C'est exactement la même attitude que celle, exprimée trois ans plus tard avec le même cynisme, de R. Hotta (dans la réponse à Mebkhout citée plus haut) : la nouvelle "règle'[1], ou pour mieux dire "la loi du milieu", c'est de citer les gens en position de pouvoir (même hors lieu) et de ne pas citer les inconnus (alors même que leurs contributions sont décisives et attestées par des publications irrécusables).

Je ne mets pas en doute la bonne foi de R. Remmert en cette occasion. Je constate néanmoins qu'en tant qu'éditeur aux Inventiones, @ sa responsabilité dans cette escroquerie est directement engagée, indépendamment même du fait (dont il ne pouvait se douter) qu'il a été induit en erreur par un référée malhonnête. Le référée avait exprimé "l'espoir" (cynique, vu les circonstances) "q u'à

[488](*) Au sujet de ce pillage, voir la note "Les cinq photos (cristaux et 2@-Modulesy' (n° 171 (ix)), fin de la partie (b) ("La formule du bon Dieu "), p. 1005.

[489](**) Voir la note déjà citée (partie (b) également) pour la relation entre le "théorème de bidualité" de Mebkhout, et le théorème "du bon Dieu" dont il constitue une moitié — la moins profonde des deux. Elle ne fait pas appel à la résolution, tandis que le théorème complet utilise toute la force de la résolution des singularités de Hironaka (laquelle constitue un outil typiquement "géométrique", qui était ignoré par

Pour moi, la mauvaise foi du référée, se fiant à la connivence de l'establishment cohomologiste pour boycotter le nom et l'œuvre d'un vague inconnu au "bénéfice'de gens célèbres, ne peut faire aucun doute. Tout un chacun pourvu d'un minimum de culture cohomologico-analyste, et d'un minimum d'intérêt pour un thème fascinant, peut se convaincre par lui-même de la réalité des faits, et constater une supercherie grossière, à laquelle le référée anonyme vient concourir[490](***).

La situation est d'autant moins ambiguë que chez Kashiwara ni chez aucun autre des spécialistes japonais ou autres des systèmes différentiels, le mot "catégorie dérivée" n'est prononcé jusqu'en 1981 [491](****), et encore moins y a-t-il ment taboues en France dès 1063
après mon départ, l'école japonaise a continué à en faire un usage parcimonieux. Cela était un moyen technique commode (pour éviter le recours aux suites spectrales, notamment), mais nullement le langage "fait sur mesures" pour une vision géométrique intrinsèque des "coefficients", en cohomologie des variétés et espaces en tous genres.

la moindre réflexion dans le sens d'une "philosphie" reliant coefficiant discrets et continus — laquelle philosophie est tout autant absente, à vrai dire, des vagues références-à-1′embrouille ultérieures à une certaine "correspondance (sic) entre systèmes (resic) holonomes et faisceaux constructibles (reresic)". Aucun de ces beaux messieurs n'a eu cette honnêteté jusqu'à aujourd'hui encore, d e *seulement expliciter noir sur blanc* (comme je l'ai fait tantôt) *les catégories en présence*, et les flèches des unes aux autres qui établissent leur équivalence — Par contre, toute une série d'exposés de séminaire, de notes et d'articles de Mebkhout depuis 1977 attestent de son travail de pionnier, accompli depuis 1972 dans une solitude complète[492](*).

Je dois avouer qu'avant d'avoir été confronté à la chose, et l'avoir regardée et examinée longuement et sous toutes ses faces[493](**), je n'aurais jamais soupçonné, même en rêve, qu'une spoliation collective aussi éhontée puisse jamais avoir lieu dans le monde des scientifiques — Et c'est une chose étrange d'avoir à me dire que cette mystification inique a été mise en scène avant tout par les soins conjugués de deux parmi mes plus proches élèves d'antan ; et de plus, que le signal a été donné par l'*apparition d'un continuateur de mon œuvre* — d'une œuvre dans laquelle je m'étais investi avec passion, en y mettant ce que j'avais de meilleur à donner[494](***). Après mon départ, cette œuvre est devenue la cible

l'école japonaise tout au moins jusqu'aux débuts des années

[490](***) (30 mai) Efca laquelle R. Remmert, à titre d'éditeur des Inventions, apporte son concours sans réserve ; @

[491](****) (25 mai) Mebkhout me signale qu'il y a lieu de nuancer quelque peu cette affirmation à l'emporte-pièce. Alors que les catégories dérivées sont pratique

[492](*) Pour une liste de ces articles, que je me dispense de passer en revue ici ni même d'énumérer, je renvoie à l'article déjà cité de Mebkhout et Le Dung Trang (in Proceedings of Symposia in Pure Mathematics, 40 (1983) part 2).

(25 mai) Voir également les références bibliographiques données au fil des pages dans la note "Trois jalons — ou l'innocence" (n° 171 (x)).

[493](**) (1 juin) Je l'ai fait d'abord l'an dernier, dans la semaine du 2 au 9 mai (en écrivant le "Cortège VII", nommé "Le Colloque — ou faisceaux de Mebkhout et Perversité"), et à nouveau depuis près de deux mois, en écrivant "L'Apothéose"

et la proie Fatuité et Renouvellement (la première partie de Récoltes et Semailles), mais 1064
une chose aussi que des mécanismes égotiques d'une grande force me poussent sans cesse à oublier I Je commence à me rendre compte que ce "pire" n'a été qu'*entrevu* au cours de la réflexion de l'an dernier, que je n'en ai pas fait un examen vraiment approfondi, ou un "tour" qui m'en révèle de façon vraiment détaillée les diverses faces. C'est pourquoi la connaissance que j'en ai reste superficielle, tout comme l'action de cette connaissance (dans ma relation à l'Enterrement, notamment).

Cette quatrième partie "Les Quatre Opérations" de Récoltes de Semailles représente surtout un travail de recolement méticuleux de *faits* bruts liés à l'Enterrement. Ce travail "d'intendance" a pourtant contribué à me faire sentir qu'une compréhension plus approfondie de l'Enterrement ne me viendra pas tant du genre de travail que je suis en train de faire depuis bientôt trois mois, mais d'un approfondissement du travail fait dans Fatuité et Renouvellement, c'est à dire aussi : d'un approfondissement de ma connaissance de celui que j'ai été, en ces jours lointains d'"avant mon départ"...

de la convoitise de ceux-là même qui étaient les plus proches de moi, et d'une violence secrète qui, au delà de ma personne et de mon œuvre, vient frapper ceux-là encore qui ouvertement s'en sont inspirés...

(c) (30 mai) six semaines après avoir écrit les pages précédentes, j'ouvre ici une parenthèse dans le récit des mésaventures de mon ami Zoghman, pour m'attarder quelque peu sur le "fait nouveau" auquel il est fait allusion dans une précédente note de bas de page (notef*) page 1061). On pourra lire les pages qui vont suivre comme un complément intéressant sur la floraison du "nouveau style" dont il a été question par ailleurs[495](*), lequel style excelle dans l'art d'écrire (à la satisfaction de tous...) une "Nouvelle Histoire" (d'un certain thème de la mathématique contemporaine, en l'occurence...). Le lecteur pressé de connaître la suite des mésaventures de mon ami Zoghman (égaré dans un cirque qu'il n'aurait su prévoir) pourra poursuivre directement avec "La Répétition Générale (avant Apothéose)" (partie (d) qui suit, datée du 16 avril).

J'ai pris connaissance de l'introduction et de la bibliographie du livre "Non Archimedian Analysis" par S. Bosch, U. Guntzer et R. Remmert[496](**). Ce livre expose la théorie des espaces rigide-analytiques, en présentant, avec raison, les notes ("privées") de J. Tate de 1962, "Rigid-analytic spaces", comme le point de départ de la théorie. Il est précisé dans l'introduction que R. Remmert "avait pu obtenir une copie" de ce document rare, lequel avait représenté en quelque sorte l'Acte de Naissance d'une nouvelle venue dans l'aéropage
des notions de "variétés" (analytiques, en l'occurence). 1065

Remmert a dû oublier que c'est moi qui avait pris soin de faire multigraphier ce document par les soins de l'IHES (qui démarrait tout juste) et de lui en faire parvenir une copie,

[494](***) En retapant au net cette page (assez fortement raturée), la pensée m'est, venue que si mon investissement dans cette œuvre a porté (parmi d'autres) de tels fruits, imprévus et malvenus, c'est sans doute que dans cet investissement lui-même et dans l'esprit qui m'animait, il n'y avait pas que ce "meilleur de moi-même" que je me plais à souligner ici, mais qu'il y avait également du "pire". C'est là une chose qui était apparue assez clairement, certes, dans

[495](*) Voir la note "Les félicitations — ou le nouveau style", n° 169 .

[496](**) Grundlehren der Mathematik, n° 261 (1984).

ainsi qu'à d'autres spécialistes des espaces analytiques complexes — histoire d'attirer leur attention sur cet élargissement inopiné de leur thème de prédilection. C'était à un moment où aucun d'eux ne faisait mine encore de s'intéresser aux corps de base autres que celui des réels ou des complexes — mais on ne savait jamais...

Remmert a dû oublier également que si j'étais alors à tel point intéressé à diffuser parmi mes amis ce texte attestant l'éclosion d'un "univers" géométrique nouveau, c'est (entre autres) parce que j'avais été associé de près à cette naissance. Le nom même d'espace rigide-analytique avait été trouvé par moi, avant que Remmert ni personne (pas même Tate!) nfaient entendu le nom ou aient seulement rêvé à la *chose* que ce nom devait exprimer. J'ai été le premier à voir la théorie "loxodromique" des courbes elliptiques de Tate comme devant être un "passage au quotient" pour un genre de variétés "analytiques" qui n'existait pas encore, et qui devrait donner lieu a des théorèmes de comparaison algébrique-analytique du type "GAGA" de Serre. Il y avait une autre motivation qui me montrait la voie vers ce même type de nouveaux objets : le besoin de pouvoir définir une "fibre générique" pour les schémas formels de type fini au dessus d'un anneau de valuation discrète. Comme troisième indication allant dans le même sens : j'avais entendu dire que Krasner (bien connu dans les années cinquante et soixante dans les milieux mathématiques parisiens, comme un original qui hébergeait chez lui une armée de chats, et qui se promenait dans tous les séminaires avec son gros manteau à la russe et son air toujour hilare...) — que ce Krasner donc "faisait du prolongement analytique" sur des corps values non archimédiens. Je n'en savais pas plus et je ne suis pas sûr d'avoir rencontré quelqu'un qui ait lu les travaux de Krasner sur ce thème — mais la chose avait de quoi intriguer. Il faut dire que le terme "continuation analytique" n'avait pas par lui-même la vertu de faire battre mon cœur plus fort (au contraire plutôt, ça me rappelait des souvenirs peu stimulants des mes années d'étudiant...) ; mais une fois entrevu le besoin d'un nouveau type d'objets géométriques, ça ne pouvait que faire tilt @

pour en revenir à Remmert — si sa mémoire est à tel point défaillante, le texte originel de Tate (qu'il se targue de posséder) pourrait pourtant la lui rafraîchir. Dans ses notes, Tate ne fait aucun mystère du rôle que j'avais joué dans la conception de la théorie[497](*), écrivant 1066
entre autres (je cite ici de mémoire) qu'il suivait "de façon pleinement fidèle" un maître d'œuvre (pour un procédé de construction de la notion par "recollement de morceaux") qu'il tenait de moi. Je lui avais de plus fourni un certain type de "pierres de construction" (ou de "procédé de localisation" dans des algèbres de séries formelles restreintes), pour les besoins des fibres des schémas formels. Il avait complété ces premiers "morceaux" (ou "procédés") par ceux d'une deuxième type, en quelque sorte complémentaires.

Cette notion nouvelle n'aurait sans doute pas vue le jour (pas plus que la cbhomologie étale, ni la cohomologie cristalline, ni beaucoup d'autres choses qui ont suivi dans le sillage, y compris même la dernière "tarte à la @ crème", les fameux 5@Modules...) si je n'avais

[497](*) Plus de vingt années se sont écoulées depuis ces jours lointains, où une amitié étroite nous reliait, Tate et moi, et sa famille et la mienne. Cela fait des années que je n'ai reçu signe de vie de lui. Je n'ai pas eu non plus connaissance qu'il se soit ému, pas plus qu'aucun autre parmi ceux de mes élèves et amis d'antan qui n'ont pu manquer de prendre connaissance de ce livre, de l'escamotage de ma personne qui est fait dans l'introduction. Autres temps, autres mœurs...

eu le fil conducteur des “espaces généralisées” (devenus par la suite *les topos*), dont la théorie restait à faire, mais était pressentie déjà depuis quatre ans. C’est cette intuition qui me montrait le chemin vers un type de “variétés” qui, justement, *sortait* du contexte des espaces topologiques (localement annelés) ordinaires.

A partir du moment où la *théorie locale* des espaces rigideanalytiques avait été démarrée par John Tate, c’est moi également qui ai posé et popularisé les énoncés des premiers théorèmes cruciaux “globaux” à prouver au sujet de ces nouvelles variétés, énoncés qui avaient été présents dans mon esprit dès avant même qu’un premier travail de fondements ne soit accompli : théorèmes de comparaison algébrique-analytique pour les schémas relatifs propres sur un espace rigide-analytique, théorème de finitude pour les R f, pour un morphisme propre f d’espaces rigide-analytiques — problèmes résolus par Kiehl dans les années qui ont suivi[498](**) [499](***). Mais il est vrai que suivant séries formelles a’CttJl 1067
@$_3$uî sont convergentes pour t dans le disque unité ouvert du plan complexe, si mon souvenir est correct), lequel anneau visiblement devait être considéré comme “l’anneau de coordonnées affines” dfun espace rigide-analytique, d’un type qui ne rentrait pas dans la panoplie proposée par Tate. Vu le mépris général dans lequel sont tombées, dès après mon départ, toutes les questions de fondements, il n’est pas étonnant que l’appareil conceptuel mis sur pied par Tate en 1962 n’ait pas bougé d’un poil depuis lors

[499](**) Je signale que dès le moment où Tate jetait les premiers fondements d’une théorie des espaces rigide-analytiques, il était clair pour moi que le contexte dans lequel il se plaçait était encore provisoire, et n’épuisait nullement le contenu intuitif que j’avais essayé d’exprimer par le nom “espace rigide-analy-* tique” — pas plus que les schémas de type fini sur un corps n’épuisent l’intuition associée au mot “schéma”. Un fil conducteur vers un élargissement substantiel du contexte de Tate (que j’ai mis en avant à qui voulait l’entendre. . .) était fourni par Tate lui-même, qui avait écrit une “courbe elliptique de Tate universelle” sur un certain anneau topologique (le sous-anneau de l’anneau des

[499](***) (4 juin) J’avais été le premier également à insister sur la nécessité d’introduire, pour les espaces rigide-analytiques, des “points” plus généraux que ceux envisagés par Tate (à valeurs dans des extensions *finies* seulement du corps de base). Cette nécessité était suggérée tant par l’analogie avec la géométrie algébrique, que par le désir de trouver une interprétation concrète des “points” du topos associé à l’espace rigide-analytique envisagé.

le vent qui souffle de nos jours, c’est considéré comme chose sans importance, et à la limite, tout simplement fumiste, que de prévoir des notions nouvelles, de dégager des maîtres d’œuvre, et de poser les questions que les vrais mathématiciens vent se charger de résoudre. . .

Quoi qu’il en soit, mon nom n’est pas prononcé dans cette introduction, comme ayant quelque chose à voir avec les espaces rigide-analytiques. Celui de Krasner non plus, d’ailleurs — bien au contraire, la théorie de Tate est présentée comme introduisant “une structure assez riche pour rendre possible l’impossible : la continuation analytique sur les corps totalement discontinus” — alors qu’en 1962 ladite continuation analytique (“impossible”) était déjà depuis dix ans, si ce n’est vingt ou trente (je ne saurais dire), la “raison sociale” officielle (pour ainsi dire) de Krasner. Aucune trace non plus de Krasner ni de moi dans l’abondante bibliographie. Mon nom apparaît pourtant en passant vers la fin de l’introdnfction, dans le nom “Grothendieck topologies” ; pour cette notion on réfère aux notes d’Artin (de 1962), en ignorant superbement (suivant l’exemple donné par la cohorte de mes ex-élèves au grand complet. . .) le méticuleux travail de mise au point fait dans SGA 4 (depuis 1963 et tout au long des années soixante, mais sous une paternité visiblement indésirable. . .). Aucune allusion non plus, en s’en doute, au rôle que j’assignais aux espaces rigide-analytiques dans le développement de la cohomologie cristalline, à un moment (en 1966) où Remmert (pas plus qu’aucun de ses éminents collègues analystes complexes) ne montrait encore la moindre velléité à s’intéresser à ces drôles de (soi-disantes) “variétés”, dites “rigide-analytiques” @on

II suffit d'être informé de première main sur la véritable histoire de la genèse de la théorie exposée dans le livre, pour voir comment s'étale dans cette introduction le même cynisme qui s'exprimait aussi dans la réponse faite par un référée anonyme à un plaignant inconnu (avec la bénédiction de ce meine R. Remmert) : visiblement, dans l'esprit des auteurs, c'est une simple question de "courtoisie" encore, d'une "gentillesse" en somme qu'ils sont libres d'accorder ou de refuser, s'ils vont inclure ou non, dans leur "historique" (sic), le nom d'un tel ou d'un tel qui avait joué un rôle crucial dans la genèse de la théorie nouvelle. Pour eux (comme aussi, faut-il croire, pour la quasi-totalité de l'establishment mathématique, qui encaisse sans broncher ce genre de falsifications. . .), l'"Histoire" n'est pas *ce qui* a *eu lieu effectivement*, mais est une chose qui peut être *décidée* souverainement par celui qui s'arroge le droit de l'écrire, ou par le consensus d'une poignée de gens qui décident de ce qui a lieu d'être, comme de ce qui a lieu d'avoir été. 1068

Ces gens-là aiment a faire des gorgées chaudes sur ce qui s'est passé t ; t se passe encore en Union Soviétique, et n'en louperont pas une (je sais de quoi je parle) pour signer des manifestes pour la "défense des libertés" (de pensée et tout ça. . .) c-*hez les autres*, tout en exerçant la même dictature du mensonge, là où c'est *eux* qui ont le pouvoir.

(3 juin) En évoquant dans les pages précédentes, il y a quelques jours à peine, la figure pittoresque et attachante de Krasner, m'est venue la question s'il était toujours en vie. Il était mon aîné d'une génération ou deux, et cela faisait une éternité (bien quinze ans, si ce n'est vingt) que je n'avais pas entendu prononcer son nom. Alors que je me rappelais vivement du personnage, il m'avait fallu pourtant quelques secondes avant que me revienne son nom. (Il est vrai que c'est là le genre de choses qui m'arrive souvent maintenant, l'âge aidant. . .) Krasner avait la réputation d'être très hospitalier, et ses origines russes étaient un autre point commun qui aurait pu nous rapprocher. Mais j'étais trop fourré dans mes maths pour avoir la disponibilité de me lier d'amitié juste "pour le plaisir". Nos façons d'aborder la mathématique devaient être sûrement aux antipodes l'une de l'autre. On a bien du bavarder ensemble une fois ou deux, entre deux séances d'un séminaire Bourbaki si ça se trouve, mais pas de maths sûrement. Et il n'y avait guère que les maths alors qui m'accrochaient vraiment. . .

Toujours est-il que je reçois aujourd'hui un petit mot de Deligne, juste quelques lignes 1069
sur une question pratique sans conséquence, histoire peut-être de se rappeler à mon bon souvenir (ça doit faire quelques mois qu'il n'y a pas eu d'échange de lettre entre nous) ; ou aussi pour placer un post-scriptum, que je me permets de reproduire ici (présumant son accord) :

"P. S. J'ai eu la tristesse d'apprendre que Krasner était mort, il y a une quinzaine de jours. Je me rappelle toujours d'un exposé-fleuve qu'il avait donné a Bruxelles, il y a une vingtaine d'années, qui me passait bien sur par dessus la tête, mais où j'étais resté un des rares derniers auditeurs, II m'a frappé qu'il n'apparaisse pas dans ton tableau des années cinquante[500](*), où il faisait de belles choses — même si étranger à l'esprit de Bourbaki,

vous demande un peu. . .), qu'avaient concoctées dans leur coin certains géomètres algébristes — comme si les espaces analytiques complexes n'étaient pas suffisants pour occuper les loisirs des analystes et des géomètres sérieux. ..

[500](*) II y a ici un malentendu manifeste sur mon propos dans la première partie de Récoltes et Semailles,

et avec un génie pour des définitions mal torchées."

En voici donc un autre Eloge Funèbre, pour un de mes co-enterrés cette fois. Dans celui-ci je crois voir transparaître un sentiment de sympathie, ou le reflet peut-être d'un tel sentiment qui avait été vivant naguère. Mais pas plus que dans mon Eloge Funèbre, mon ami Pierre ne déserrera les dents pour dire, en l'honneur cette fois d'un disparu sans retour, *quelles* étaient ces "belles choses" auxquelles il se plait à faire allusion sans les nommer. Il sait pourtant comme moi que ces "choses" ont préparé l'avènement d'une théorie aujourd'hui en pleine floraison — et que pour des raisons qu'il connaît peut-être, les Nouveaux Maîtres se sont plus à enterrer prématurément (et à mes cotés) ce précurseur bon enfant, brouillon et "mal torché" qui vient de disparaître ; un, sûrement, qui "faisait de la continuation analytique" sur des corps ultramétriques, à un moment où Tate, Remmert ou moi "faisions" encore les cas d'égalité des triangles et le théorème de pythagore, et où l'ami Pierre se faisait encore moucher (et torcher...) par sa mère !

(d) (16 avril) Mais il me faut revenir a la série de "mésaventures" pas piquées de vers de mon élève posthume zoghman Mebkhout.

Je n'ai aucune idée de ce qui s'est passé dans la tête de Deligne en juin 1979, quand il a 1070
appris de la bouche d'un vague inconnu, se réclamant des idées de Grothendieck, la solution élégante d'un problème crucial[501](*), sur lequel il s'était évertué dix ans plus tôt une année durant sans parvenir à une réponse qui le satisfasse. Vu ses dispositions de longue date, on se doute bien qu'il n'allait pas féliciter le jeune homme d'avoir réussi la où lui, Delîgne, avait échoué — Mais j'ai bien l'impression que ses dispositions de fossoyeur font à tel point échec à son flair (que j'avais connu étonnant), que lui non plus n'a pas saisi, maintenant encore (six ans après), la véritable portée des idées et de la vision du vague inconnu. Comme tout le monde, il n'a vu finalement que "la tarte à la crème", l'outil inattendu que tout le monde attendait, le fer à fracturer des "problèmes de difficultés proverbiale". Un jour, pourtant, il avait fait sienne une vaste vision qu'un autre lui avait communiqué — pour enterrer et la vision et celui en qui elle était née, et s'emparer d'un outil encore, transformé lui aussi en "fer à fracturer"...

La première trace qui me soit connue d'une réaction quelconque de Deligne au théorème de Mebkhout est une courte lettre manuscrite non datée à Mebkhout, lettre reçue le 10 octobre 1980 [502](**).

"Cher Mebkhout, J'ai envoyé à Bernstein et Beilinson mon exemplaire de ta thèse : ils ont besoin de tes résultats pour leur preuve de la conjecture de Kashdan-Lusztig (j'ai un résumé, en russe, de leur travail, que je te ferai parvenir si tu veux). Pourrais-tu m'en

"Fatuité et Renouvellement". A aucun moment ce propos n'a été de brosser un "tableau des années cinquante" mathématique, fût-ce seulement celui du milieu parisien ou celui formé autour de Bourbaki. Mon principal propos a été de faire la découverte de mon passé de mathématicien,. C'est ce qui m'a conduit a parler de ma relation à tels collègues ou élèves, quand celle-ci apparaissait comme importante dans ma vie, ou qu'elle pouvait m'éclairer sur moi-même.

[501](*) (25 mai) II est possible que Deligne avait depuis longtemps perdu le sens pour ce caractère "crucial". Voir à ce sujet la note "... et entrave" (n[8] 171 (viii)').

[502](**) c'est là le document "communiqué sous le sceau du secret, et dont je ne dirai ici un mot de plus...", dont il a été question dans la note "La victime" (page 309). Avec le recul dfune année écoulée depuis, Zoghman a bien voulu m'autoriser à le reproduire ici.

envoyer un autre ? Merci.

P. Deligne"

Je présume, d'après cette lettre, que Deligne avait du informer les deux mathématiciens soviétiques sur le théorème du bon Dieu, peut-être en leur suggérant qu'il pourrait servir à prouver la conjecture en question ; soit qu'il s'en soit rendu compte par lui-même, soit que le bruit courait déjà que Brylinski aurait des idées a ce sujet. L'exposé de Mebkhout qui avait "déclenché" Brylinski était de janvier 1980 déjà. Les articles de Brylinski-Kashiwara d'une part, de Beilinson-Bernstein de l'autre, prouvant la célèbre conjecture en utilisant le théorème non nommé d'un inconnu encore moins nommé, ont été reçus, l'un le 19 décembre 1071
80, l'autre le 8 décembre 1980, donc à *onze* jours lfun de l'autre. Simple coïncidence ?

La pensée m'est même venue pourquoi Deligne, qui avait connaissance de l'outil nouveau avant tous les autres, dès juin 1979 (puisque personne, y compris Deligne, n'avait pris la peine de lire le pavé du vague inconnu) — pourquoi Deligne nfa pas songé lui-même à l'appliquer à cette conjecture, et à récolter ainsi de nouveaux lauriers au lieu d'aider ses collègues soviétiques à les cueillir ? Il n'a pas l'esprit moins vif pourtant que Brylinski ? Il se pourrait que dès ce moment, il entrevoyait la possibilité de récupérer par la bande une paternité sur le théorème du bon Dieu lui-même, qui (ainsi devait-il le ressentir) aurait du être sienne depuis dix ans déjà ; que c'était par une sorte de maldonne inadmissible que ce jeune présomptueux mal léché s'était arrogé le droit de prouver des choses sur lesquelles lui, Deligne, s'était longuement penché déjà et sans succès concluant. Il ne lui avait finalement manqué que juste un poil pour y arriver, c'était pas juste qu'un autre récolte là où lui, il avait sué en vain... Mais s'il voulait récupérer ce qui, au fond, lui revenait de plein droit (suivant la loi non écrite qui a fini par s'imposer dans un certain milieu de haute volée dont il se sent le centre et'le caïd...), il fallait qu'il manœuvre avec un tout autre doigté, et qu'il n'essaye pas de trop avaler à la fois[503](*).

Toujours est-il que Zoghman, déjà échaudé par les épisodes étranges avec Kashiwara et avec Brylinski, juge prudent d'aller informer lui-même MM. Beilinson et Bernstein du théorème dont Deligne disait qu'ils en avaient besoin — des fois qu'un si grand monsieur comme Deligne aurait oublié de rappeler, en leur parlant du théorème, qui en était le modeste auteur. Ça tombait bien : le mois d'après, du 24 ou 28 novembre 1980, il y avait à Moscou la "Conférence on Generalized Functions and their Applications in Mathematical Physics" à MOSCOU. Mebkhout y donne un exposé sur son théorème, paru sous le titre 1072
"The Riemann-Hilbert Problem in higher dimension", et il prend bien soin de parler à Beilinson et à Bernstein en personne pour leur expliquer de façon circonstanciée les tenants

[503](*) C'est bien sur une simple présomption, que le propos d'appropriation sur la fameuse "correspondance" ait été présent dès l'époque où Deligne en a pris connaissance. J'en suis pour ma part persuadé. Il est vrai que la lettre citée plus haut semblerait donner une présomption du contraire. Jfy vois pour ma part le signe encore d'un défi — que lui, Deligne, n'avait absolument pas à faire attention si peu que ce soit, du moment qu'il s'agissait d'un vague inconnu, lequel *ne bougerait pas*, d. e *toutes façons*, alors qu'il était seul contre tous ; que lui, Deligne, pouvait se permettre de "se compromettre", tout comme il pouvait se permettre aussi, par l'appellation provocatrice "faisceaux pervers", de proclamer, de façon symbolique et pourtant éclatante, la nature véritable de ses dispositions. Voir à ee sujet la note "La Perversité" (n° 76), et (dans un contexte psychique assez analogue, mais moins extrême) la note "La plaisanterie — ou les "complexes poids" (n° 83).

et aboutissants de son résultat.

Il arrivait pile au bon moment. C'est dix jours à peine après la conférence que les deux auteurs envoyent leur travail sur Kazhdan-Lusztig, sous forme d'une note aux GRAS (t. 292, 5 janv. 1981, série I — 15), "Théorie des Groupes — Localisation de g-modules". Note d'Alexandre Beilinson et Joseph Bernsteîn, transmise par Pierre Deligne. Comme de juste, le nom de Mebkhout n'était pas mentionné sur leur manuscrit — apparemment Deligne avait entièrement oublié de leur parler du vague inconnu, dont il leur avait pourtant bien communiqué la thèse, aux fins justement. . . ? Comprenne qui pourra 1 Mebkhout arrive à grand peine à convaincre Beilinson ("le plus honnête des deux", m'assure-t-il avec le plus grand sérieux du monde) que dans l'article de Kashiwara-Kawai qu'ils citaient dans la bibliographie, il y a tout sauf la "construction" (remplaçant ici la sempiternelle "correspondance") dont eux aussi, comme tout le monde, ne parlent que par allusion, (sûrement Deligne, tout en leur communiquant la thèse de l'inconnu où le résultat voulu se trouvait bel et bien (*ï, a dû leur suggérer qu'il était peut-être plus raisonnable, s'ils tenaient à donner une référence, de citer un article de Kashiwara et peu importait au fond lequel, vu que personne n'irait y regarder de si près*) On promet quand même audit inconnu, apparu là en personne, qu'on allait penser à lui et qu'on rectifierait le tir pour Kashiwara.

Désolés — l'histoire des mésaventures de mon ami Zoghman est décidément répétitive 1 Dans la note de ces brillants auteurs, *transmise par* 0e1*igne* (dont je viens de reproduire la lettre, écrite un mois à peine avant), *le nom de Mebkhout n'est pas prononcé*. Celui de Kashiwara non plus d'ailleurs (et je vois déjà pointer là un bout d'oreille. . .). Il y a par contre une double référence à la sauvette, dans la dernière partie de la note (prouvant Kazhdan-Lusztig), à une *"construction exposée dans* @4@ , @5J. . ."[504](**), rence @4@ J5J 1073
(à deux endroits où, sûrement, la construction devait bien être (par chance) "exposée") était de pure courtoisie, et que le brillant père de la "correspondance" est bien celui qu'on devine. . .

Mais même mis à part le tour de prestidigitation que je viens de rappeler, c'est déjà une escroquerie en soi que de référer à un théorème nouveau, profond et difficile par le terme "la construction exposée dans. . .", comme s'il s'agissait d'une simple "construction" justement, gui aurait traîné là par le plus grand des hasards et dont les auteurs auraient choisi, par le plus grand des hasards également, à faire usage ici pour leur brillante démonstration. Je reconnais là le même esprit que celui de l'opération "SGA 4*5 — SGA 5 ", qui avait consisté à rappeler (en passant) "la construction exposée" dans SGA 4 et SGA 5 d'un formalisme de cohomologie étale (ainsi que la "gangue de non-sensé" dont le brillant auteur avait été

[504](*) (17 avril) II y avait du moins dans la thèse un résultat très voisin, même si la version sous la forme utilisée par Beilinson-Bernstein (et par BrylinskiKashiwara) n'y figurait pas en toutes lettres. Voir la note de b. de p. de ce même jour (note[505](**) page 1047) pour des précisions.

[505](**) On admirera à sa valeur le vague de l'expression "la construction *exposée* dans. . .", laissant entièrement ouverte la question à qui est *due* cette "construction" (ou "correspondance", ou "relation". . .) ; laquelle question sera résolue avec la virtuosité qu'on sait six mois plus tard à peine, lors du fameux Colloque (voir la note "Le prestidigitateur", n° 75′′) : on y apprendra, dans l'article Beilinson-Bernstein-Deligne, que la laconique réfé

obligé de l'extraire), avant de faire mine de retrousser ses manches et de commencer à faire "des *vraies* maths…". (25 mai) Voir, au sujet de ce "nouveau style", la note "Les félicitations — le nouveau style" (n° 169)@

"construction" qui (vous l'avez deviné !) n'est autre que le foncteur jamais nommé de l'inconnu de service, encore moins nommé, La référence J@4j est à un article de Kashiwara (le père de substitution provisoire). Dans cet article bien sur (pas plus que dans celui de Kawai-Kashiwara, qui passe aux profits et pertes), il n'y a rien qui ressemble de près ou de loin à la "construction" dont font'état ces auteurs ; cet article est d'ailleurs de 1975 [506](*), donc près de cinq ans avant que l'exposé d'un vague inconnu à un Colloque des Houches donne à ce même Kashiwara l'idée que ce ne serait pas si bête après tout de prononcer le mot "catégorie dérivée" et de s'approprier ainsi, suivant le simple droit du plus fort, le crédit pour les labeurs faits par autrui. Quant à la référence @5@, c'est l'exposé de Mebkhout au Colloque des Houches de septembre 1979 — celui-là même où Kashiwara a appris que les catégories dérivées, ça pouvait être utile, et à autre chose encore qu'à arnaquer un inconnu laissé pour compte par ses patrons et aînés…

Pas plus que dans l'article de Brylinski-Kashiwara, rien qui puisse donner le moindre 1074
soupçon, à un lecteur qui ne serait vraiment bien "dans le coup", que cette brillante note n'aurait pas vue le jour, sans l'apparition d'un outil nouveau et providentiel, escamoté sous l'euphémisme "la construction exposée dans…". Je reconnais également la méthode éprouvée[507](*) de noyage d'un poisson, dite "par dilution", en "accouplant" la personne qu'il s'agit d'escamoter (alors qu'on tient à être "pouce" pourtant et pouvoir dire au besoin qu'on l'a citée…) avec une autre, qui n'a rien à voir avec la question ou dont le rôle est minime, comme pour dire ici (entre les lignes, et pourtant bien clairement) : ce vague inconnu qu'on a mis là (par pure courtoisie et eu égard à son insistance) n'a pas plus à voir avec cette fameuse "construction" (dont le consensus nouveau venu commande de ne parler que par allusions et comme d'une chose bien connue de tous…), que tel article paru en 1975, à un moment où personne dans le grand monde ne daignait encore prononcer le mot "catégorie dérivée" (si ce n'est tout juste en manière de plaisanterie…).

(e) Je ne regrette pas d'avoir pris la peine, pour ma gouverne tout autant que pour celle d'un lecteur mathématicien qui s'intéresserait à la chose, d'avoir passé ici en revue les trois escroqueries préliminaires autour du théorème de l'inconnu de service, ces escroqueries sont du cru de Kashiwara, de Brylinski-Kashiwara (avec l'assistance d'un référée qui reste anonyme), et de Beilinson-Bernstein, avec un Deligne dans les coulisses[508](**). Elles témoignent d'une uniformité de style frappante, sur laquelle il est inutile de m'attar-

[506](*) vérification faite, il s'agit de l'article de Kashiwara déjà cité, où il démontre son théorème de constructibilité, lequel joue bien sûr un rôle crucial pour définir les "foncteurs du bon Dieu" (foncteurs auxquels personne pourtant sauf Mebkhout n'avait jamais rêvé avant le rush de 1980). C'est une escroquerie grossière que de faire mine de confondre ce théorème de Kashiwara (que personne ne songe à lui contester) avec le théorème du bon Dieu, incomparablement plus profond, et d'une toute autre portée. Du point de vue démonstration, ce théorème utilise toute la puissance de la résolution des singularités à la Hironaka. Du point de vue "philosophique", beaucoup plus important encore, il établit des ponts qui manquaient, dans le formalisme cohomologique, entre la topologie, l'algèbre et l'analyse (en attendant l'arithmétique, si certains que je vois fossoyants finissent par retrouver l'usage de leurs saines facultés…).

[508](**) (5 juin) Le rôle de Deligne "dans les coulisses" est clair tout au moins dans le troisième épisode,

der encore. C'est le style dont j'ai pris connaissance à satiété tout au long de ma longue enquête sur l'Enterrement[510](***), et qui est préfigurée de façon saisissante dans l'article de 1968 de mon élève le plus brillamment doué, ce même Pierre Deligne[511](****). Et cette circonstance suffit également pour rappeler a

(*ï Pour d'autres exemples de cette méthode dite "de dilution par assimilation", voir la; page [888] voir la sous-note "Les vraies maths @ " @n° 169), note de b. de p. [512](*) mon 1075
bon souvenir que par une attitude d'ambiguité et de complaisance vis-àvis de Deligne et d'autres, que je voyais brillamment doués, je ne suis pas sans avoir contribué ma part à la corruption que je vois s'étaler partout aujourd'hui.

Il devient clair aussi que l'apothéose du Colloque Pervers de juin 1981, six mois à peine après le troisième épisode qu'on vient de passer en revue, ne tombait pas des nues. Chose étrange, ce colloque a été (à ma connaissance) le premier et le seul après mon départ, qui ait été consacré (sans le dire certes, et pourtant de façon sans équivoque) à exhumer un certain volet des "mathématiques grothendieckiennes", par l'occasion imprévue d'un outil nouveau soudain apparu, lequel s'est révélé irremplaçable. Cet outil n'était vivable que dans une approche des choses que les consensus de la mode avaient depuis belle lurette rangées comme désuètes et comme vaguement ridicules[513](*). Et par un étrange retour des choses, dû au génie particulier de mcin brillant ex-@élève, cette confirmation éclatante dans les faits, et sous la poussée des besoins, d'une approche désavouée par lui et par tous, a été l'occasion aussi, par le truchement de ce même colloque, de l'enterrement total et définitif du maître défunt et non nommé, en compagnie de l'élève posthume (tout aussi non nommé) qui avait eu l'heur (ou le malheur...) de faire se déplacer tout ce beau monde. .

Ce colloque ne tombait pas des nues, non. Une particularité parmi d'autres de mon ami Pierre Deligne, c'est qu'il sait attendre et saisir le moment propice. Les trois épisodes autour de la "tarte à la crème", avec!@'élimination quasi-complète déjà de toute mention de l'inconnu de service, lui montraient à l'évidence que le moment était mûr, pour ramasser discrètement et avec le naturel souriant et affable qui le caractérise, ce qui de toutes façons était censé lui revenir de droit. Je présume qu'il y a eu concertation minutieuse avec Verdier, auquel il fallait faire comprendre que le moment était venu d'exhumer à grandes fanfares les catégories dérivées et une "paternité" depuis longtemps répudiée; en en même temps, d'enterrer sous les feux de la rampe et le vague inconnu, et le maître depuis longtemps défunt (des fois que quelqu'un aurait la mauvaise idée de se ratppeler qu'il avait été pour quelque chose dans toutes ces belles choses qui soudain faisaient figure du "dernier cri"...).

---

et il y a de fortes'présomptions dans le même sens, pour le deuxième. Mais il semblerait que Kashiwara ait "ouvert le feu" (pour les escroqueries autour de l'œuvre de Mebkhout) pour son propre compte dès 1978, à un moment donc où (semble-t-il) Deligne n'était encore au courant de rien. Voir à ce sujet la partie c) de cette note ("Les prix d'eetrée — ou un jeune homme d'avenir"), note de b. de p. [509](*) page 1060.

[510](***) voir au sujet de ce style, notamment-, la fin de la note déjà citée "Les félicitations — ou le nouveau style", n° 169Q.

[511](****) Voir le début de la note "L'éviction" "(n° 63).

[513](*) Pour les mécanismes psychiques à l'œuvre derrière ces "consensus de la mode", ce recouvrant avec une certaine "réaction viscérale" de rejet devant un certain style d'approche de la mathématique, voir les notes déjà citées "La circonstance providentielle — ou l'Apothéose" et "Le désaveu — ou le rappel" (n°s 151, 152).

Kashiwara comme père-à-la-sauvette d'un certain théorème-du-bon-Dieujamais-nommé, 1076
ça allait bien pour un moment j aussi longtemps justement qu'il était entendu qu'on n'allait ni nommer ni écrire le théorème en question. Kashiwara lui-même ne devait pas trop y tenir au fond, a ce théorème auquel il comprenait encore moins, si ça se trouve, que Verdier en personne — il a dû l'empocher en passant comme par inadvertance, l'occasion et l'habitude aidant. Deligne, lui, qui sait attendre, savait bien que ce théorème n'allait pas rester éternellement le théorème sans adresse et sans nom. C'était, en somme, un théorème a *la recherche d'un père digne de lui*, et qui ne serait apte à paraître à la pleine lumière du jour qu'une fois que la "vraie" paternité, celle qui normalement aurait dû être la sienne (et depuis douze ans déjà...), serait l'objet d'un consensus général et intantible. L'article "pervers", joyau du Colloque de même nom, était un premier jalon dans ce sens, posé par le principal intéressé avec son habileté coutumière.

J'ai l'impression que Beilinson et Bernstein, flattés sans doute de se voir associés inopinément à la paternité sur les faisceaux dits, eux aussi (mais à tort) pervers, et avec un caïd aussi prestigieux encore, ont en fait été manipulés par Deligne, pour pouvoir lui servir d'alibis "au cas où...". Tel que l'article est rédigé, tout lecteur qui ne serait très bien informé ne pourra que penser que c'est nul autre que Deligne, bien sûr, qui est l'auteur de la providentielle "correspondance", pourtant jamais nommée ni énoncée en clair (vu que tout le monde est censé déjà la connaître...).

Il reste tout juste. cette ombre d'ambiguité (soigneusement calculée), dans cette tournure de phrase géniale, au sujet de "la relation" non. nommée qui "eût dû trouver sa place dans ces notes..."[514](*). C'était là la façon "pouce I" de faire entendre délicatement et clairement, sans pour autant le dire en toutes lettres, que ladite relation (à défaut de toute mention du contraire) était due tout au moins à *l'un des trois auteurs* du brillant article, ou (à la dernière rigueur) aux trois conjointement. Mais il était clair aussi que le moment venu (pour celui qui sait attendre...), ce ne serait ni Beilinson, ni Bernstein qui allait disputer à un Deligne une paternité déjà pratiquement acquise. Il y a dû y avoir un *marché*[515](**),
tacite sinon du défunt, et les catégories dérivées (article au rabais) en prime. (Pour l'his- 1077
toire détaillée, voir le groupe de sous-notes "La Formule" @ n°s 169_5 — 169g.) D'autre part, il y a le "marché" conclu par Deligne avec un maître déclaré défunt, lequel avait en tous cas disparu de la circulation et ne risquait pas de réagir, au sujet du séminaire SGA 7 fait en commun pendant les deux années 1967/69, lequel était "partagé" trois ans après par moitié-moitié, l'une pour le défunt, l'autre pour Deligne et un coéquipier de fortune. (Pour des détails, voir p. ex. "Episodes d'une escalades", note n° 169 (iii), épisode 2.)

Ça s'associe aussi avec le "marché" avec ce même défunt (ne se doutant de rien) pour la conjecture dite (Mac Pherson dixit) "de Deligne-Grothendieck" (voir l'épisode 1 dans la même note déjà citée) : la première moitié pour "le facteur" Deligne qui avait informé Mac Pherson d'une conjecture (maintenue secrète jusque-là par les soins de mes élèves cohomo-

[514](*) Voir à ce sujet la note déjà citée "Le prestidigitateur" (n° 75″).

[515](**) La présomption d'un tel "marché" m'est venue par association avec deux situations analogues. D'une part le marché (peut-être tacite, mais clairement apparent) entre Deligne et Verdier, celui-ci "sacrifiant" la formule de Lefschetz-Verdier qui passe aux profits et pertes pour les besoins de "l'opération SGA $4\frac{1}{3}$ — SGA 5", mais "ramassant" en contrepartie tout l'héritage "dualité"

logistes), et la deuxième pour le défunt, en sa qualité de "collaborateur" du premier...

expressément formulé : à Beilinson et Bernstein la conjecture de Kazhdan-Lusztig et (pour faire bon poids, vu qu'il y avait déjà Brylinski-Kashiwara dessus) la co-paternité sur les faisceaux dits (d'un commun accord, j'imagine) "pervers"[516](*) ; à Deligne la fameuse "relation" sans nom, en attendant le jour qui ne saurait tarder et sans que sa modestie ait à se déranger, où tout le monde l'appellera "théorème de Deligne". Et le futur "père" avait bien le nez assez fin pour savoir tout au moins ceci, au sujet de cet enfant (qu'il avait répudié naguère plutôt que de consentir d'en accoucher...) : qu'il avait conclu là une "bonne affaire"[517](**).

Quant à Kashiwara, son rôle était terminé, et il n'est pas plus question de lui dans le brillant article, à propos de la providentielle "relation", que de l'inconnu de service. Tous contre un quand c'est un vague inconnu, d'accord — mais une fois la place'nettoyée d'un intrus, chacun pour soi...

(f) L'"album de famille", ouvert il y a trois semaines à peine[518](***), vient inopinément de s'enrichir de quelques têtes nouvelles. La "famille" s'est beaucoup agrandie, visiblement, et le croulant que je suis a du mal à s'y reconnaître, d'autant plus que les temps ont bien changé. Cette fois et par ordre d'entrée en scène, ça a été M. *Kashiwara*, R. *Hotta*[519](*), 1078
J. L. *Brylinski*, et le *référée anonyme* de l'article de Brylinski-Kashiwara aux Inventiones. Un groupe de "durs", ça c'est sur, aux réflexes bien rodés, et de plus d'accord au doigt et à l'-œil quand il s'agit d'arnaquer un vague particulier, sur un signe discret du Grand Chef dans les coulisses (voire même, sans attendre de signe...).

Et à nouveau je retrouve ces allures d'une *maffia*[520](**), régnant en maîtres sur leur fief incontesté, dont le cœur est la théorie cohomologique des variétés algébriques et autres. Des gens brillants et durs, aux cerveaux impeccables, que j'ai revus à l'œuvre tout au cours des quatres épisodes successifs de l'opération dite "de l'inconnu de service", culminant avec

[516](*) Voir la note "La Perversité", n° 76.

[517](**) C'est une "bonne affaire" qui m'a l'air en même temps d'une très *mauvaise* affaire ; et ceci même (et surtout...) dans le cas où tout se passe à souhaits pour l'intéressé, gaspillant des dons et une force créatrice précieux à jouer les gangsters.

[518](***) Voir la note de même nom du 22 mars, n° 173.

[519](*) Un lecteur attentif s'étonnera peut-être de ne pas trouver dans ce "défilé des acteurs" (dans l'escroquerie-mystification autour de l'œuvre de Zoghman Mebkhout) le nom de Kawai, co-auteur avec Kashiwara de l'article maintes fois cité, dont le par. 4 pille sans vergogne le chapitre III de la thèse de Mebkhout. (Voir à ce sujet la note "Les cinq photos (cristaux et jHModulesï" n° 171 (ix), et notamment page 1005,) Mebkhout insiste qu'on ne peut pas mettre Kawai dans "le même sac" avec Kashiwara (qu'il se contenterait de suivre, les yeux fermés...). Il me l'a décrit comme un gars un peu largué, et j'ai eu l'impression qu'il l'a pris quasiment en affection — c'est en somme son "bon japonais", et il n'est pas question pour lui que j'y touche I C'est pourquoi aussi, sans doute, il s'est abstenu de lui écrire (comme il avait écrit à Hotta, un autre coéquipier de Kashiwara), pour lui signaler les escroqueries dans son article avec Kashiwara et par là, le mettre dans l'obligation de se solidariser explicitement avec son coéquipier et patron.

[520](**) Cette impression insolite s'était déjà imposée à moi l'an dernier, dans la note "Le Colloque" (n° 75′) (on devine lequel...), au vu d'une ambiance de racket telle qu'on aurait dit qu'on rêve, ou qu'on assiste "à un film sur le règne de la maffia dans les bas-fonds de quelque lointaine mégapolis...". Cette impression m'a accompagné à nouveau, pas à pas, tout au long de la présente pérégrination à travers les mésaventures du vague inconnu de service...

le Colloque pervers. En plus des quatre caïds que je viens de citer (dont un anonyme), je rappelle au bon souvenir les cinq autres membres du "noyau dur" ; ça en fait neuf qui se sont mobilisés pour enterrer l'*Intrus celui qui n'est pas des leurs*.

Il y a le Grand Chef, *Pierre Deligne* — celui qui toujours sait "se mouiller" le moins, tout en empochant le plus. Il y a son second, *Jean-Louis Verdier*, dit "le bienfaiteur" — celui-là même qui a présidé le jury d'une certaine thèse d'un certain inconnu, et celui encore qui a été un des deux organisateurs d'un mémorable Colloque spoliant sans vergogne ce même inconnu. Il y a l'autre organisateur principal, B. *Teissier*, qui a signé en commun avec lui la mémorable Introduction aux mémorables Actes du mémorable Colloque, contrairement aux autres, il semblerait qu'il ait agi simplement en comparse et en prête-nom, alors qu'il 1079
n'avait rien à y gagner pour lui-même — si ce n'est le seul plaisir d'être agréable à des gens qu'il savait prestigieux et sans scrupules. Et il y a enfin[522](*) A. *Beilinson* et J — *Bernstein* (dont je viens de faire ici même plus ample connaissance), mus délicatement par d'invisibles ficelles...

Et j'attends, sans impatience et sans illusions, quels autres Colloques Pervers l'avenir nous réserve@ avec l'acquiècement sans réserves de la Congrégation toute entière/ pour la plus grande Gloire de "la Science" et pour "l'honneur de l'esprit humain".

(3) (18 avril) Au terme de cette quatrième journée passée à suivre pas à pas les mésaventures de mon ami zoghman, je comprends mieux que l'an dernier des attitudes et des dispositions, à mon égard notamment, qui m'avaient paru étranges l'an dernier encore. En somme, avec son travail dont il sentait bien la portée, il avait cru entrer dans "une grande famille", un peu celle du maître défunt dont personne ne parlait jamais, c'est vrai, et présent pourtant même sans qu'on en parle. Et voilà qu'il se retrouvait dans un monde de requins aux airs polis voire affables,'et aux dents impitoyables — dépouillé en un tournemain de ce qu'il avait apporté, le fruit de huit longues années de travail solitaire ; après quoi on lui fait comprendre qu'on l'a assez vu : un importun et un intrus. Il n'y en a pas beaucoup, à sa place, qui n'auraient été traumatisés. Je ne sais s'il s'est ouvert à âme qui vive sur ses déboires, si ce n'est par allusions amères, et si vagues qu'elles font mine de témoigner encore contre lui, comme un aigri, un peu associai sur les bords.

J'avais beau ne pas être nommé, je faisais pourtant figure de "père" de ce monde sans scrupule et sans quartier, et il n'y avait aucune raison vraiment qu'il me fasse confiance. Notre première rencontre il est vrai, en 1980, alors qu'il était encore à mille lieues de se douter de ce qui l'attendait, avait posé le fondement d'une confiance, et j'ai bien senti qu'envers et contre tous ce fondement-là s'est préservé jusqu'à aujourd'hui même. Au fond, il savait bien, tout "père" de requins que je sois, que je n'allais pas faire comme eux. Mais il y avait une *rancune*, c'est sûr, et elle se plaisait à prendre les allures d'une méfiance qui 1080
se serait voulue viscérale, et qui pourtant (ainsi du moins l'ai-je senti) était "plaquée".

C'est facile de "se battre" pour ce qu'on croit être son bon droit, quand on fait partie

[520](*) (25 mai) Cet "enfin" s'est avéré prématuré — d'autres membres du gang se sont signalés à mon attention depuis. Voir à ce sujet la note de b. de p. [521](*) page 962, dans la note "Le jour de gloire" (n° 171 (iv)).

(30 mai) Dernières nouvelles : un autre membre encore, R. Remmert, vient d'être identifié. Voir la partie (c) de la présente note ("Les mémoires défaillantes — ou la Nouvelle Histoire").

d'un groupe, si petit soit-il, avec lequel on se sent à l'unisson. Mais celui qui est seul contre tous, l'exclu, l'étranger malvenu, il est comme un arbre privé de son terreau. La force qui est en lui ne lui est d'aucun secours, elle devient amertume qui se tourne contre lui-même, comme pour faire chorus avec le monde entier, qui le rejette.

Quand j'ai tenu entre les mains ce livre qui consacrait l'exhumation des motifs en même temps que l'enterrement de l'ouvrier qui les avait fait apparaître, ce livre signé par quatre auteurs parmi les plus brillants d'une génération brillante (que j'ai contribué à former) — quand j'en ai pris enfin connaissance, par le plus grand des hasard (vu que personne jusque là n'avait rien noté de particulier qui valait la peine de m'être signalé...) — à ce moment j'ai su, pour la première fois depuis trente-six ans que j'avais fait connaissance avec le monde des mathématiciens, *que j'étais seul contre tous*. Beaucoup de choses qui s'étaient passées au cours des huits dernières années, soudain s'assemblaient et prenaient tout leur sens. Cela fait une drôle d'impression, quand soudain on redécouvre cette solitudelà. J'ai bien dû reprendre mon souffle ce jour-là, et tout au long des semaines qui ont suivi, prenant connaissance jour après jour de toute la dimension de l'Enterrement — un Enterrement à la mesure de l'œuvre.

Mais ça n'a rien de commun avec Zoghman, "laissé pour compte" par les siens avant même qu'il ait vraiment pu prendre racine. A moi, le sort avait souri. Grâce aux aînés qui m'avaient accueilli (et peu importait au fond qu'ils soient morts ou à la retraite et ne s'occupant peut-être plus de maths depuis belle lurette) — grâce à l'accueil fraternel trouvé en mes jeunes années, j'ai pu, moi, "prendre racine", dans le sol que j'avais moi-même choisi. Ces racines ont plongé et ont poussé, et avec les années elles sont devenues profondes et puissantes. Ces racines-là sont solidement plantées dans un sol-.', qui n'est pas celui des "consensus'[1] ni celui d'aucune mode — plus profondément sans doute qu'en aucun de ceux qui trouvent satisfaction à faire des modes et à les suivre[523](*). conforme 1081
au "ton" de rigueur.

Je m'exprime de façon concrète sur mon enfance et sur ces "racines" (sans prononcer ce mot, je crois) dans la note "L'innocence (les épousailles du yin et du yang)" (n° 107) .

Je peux me permettre, en somme, d'être "seul contre tous" — dire ce que j'ai à dire, et aller mon chemin.

(25 mai)[524](*) II ne faut pas beaucoup d'imagination pour comprendre la frustration de Mebkhout, qui se sent soudain "balayé"[525](**) comme un fétu de paille, une fois que

[523](*) Si je ne me suis jamais soucié de suivre ni de faire la mode, que ce soit" en mathématique ou ailleurs, je sais que c'est là une des manifestations justement de fortes racines que j'ai eu la chance de pouvoir développer dans ma petite enfance. Ayant eu dès le départ de fortes racines en moi-même, l'énergie mobilisée dans mes grands investissements n'est pas dispersée par des fringales de compensation, telle la fringale de donner le ton, ou d'être et de paraître

[524](*) Les deux pages qui suivent sont issues de ce qui était d'abord prévu comme une note de b. de p. à la note"... et l'aubaine" (n° 171 (iii)). J'ai eu quelques hésitations où les insérer, et me suis décidé finalement à les inclure dans la présente note "Racines et solitude". C'est la seule note dans "L'Apothéose", en effet, où j'aie essayé, à partir de mon propre vécu, d'appréhender tant bien que mal la façon dont zoghman lui-même a vécu les événements et situations dont je me suis fait le chroniqueur.

[525](**) L'expression "balayé" est empruntée à une lettre de Mebkhout (de l'avantveille de celle citée dans le texte principal), dont je reproduis ici le passage pertinent :

la force de son résultat central est reconnu. Il m'écrit (dans une lettre du 24 avril, après son récent passage chez moi) : "J'ai mis huit années a monter les résultats utilisés dans la démonstration de Kazhdan-Lusztig. Ils ont mis une semaine à la démontrer." Une pudeur l'a retenu, cette fois encore, à aller au bout de ce qu'il sentait vraiment, sûrement, et je prends sur moi ici d'ajouter le "non-dit" : et une fois la chose faite, "ils" se sont pavanés 1082
fièrement entre eux avec l'outil flambant neuf qu'un autre avait façonné dans la solitude, en faisant comprendre à l'ouvrier qu'on l'avait assez vu. . .

La chose est à tel point énorme, cependant, que sur le coup zoghman n'en croit pas encore, tout à fait, le témoignage de ses saines facultés — tout comme j'ai eu moi-même du mal à croire au témoignage des miens, le 2 mai l'an dernier, en prenant connaissance des Actes du Colloque du Luminy[526](*). C'est en prenant connaissance de ces mêmes Actes en janvier l'an dernier, trois ans après la "Répétition Générale" Kazhdan-Lusztig, que Zoghman finit par réaliser enfin tant bien que mal ce qui s'est réellement passé.

Le choc a été terrible, j'ai crû comprendre — zoghman sur le coup, il croyait qu'il allait y laisser la peau. C'est solide heureusement, un homme — Zoghman est toujours en vie, aujourd'hui encore, et il s'est même marié entretemps et est devenu père d'un enfant. . . Mais je crois que même à ce moment-là encore, quand il a tenu entre les mains ces "Actes", il n'arrivait toujours pas à y croire complètement. Quelque chose devait "bloquer". Si ça se trouve, il n'y croit toujours pas totalement, en ce moment encore où j'écris. Il faut dire que déjà en termes simplement "rationnels" ou "objectifs", la chose est à tel point incroyable, à tel point énorme, que jusqu'à aujourd'hui même *personne* à part moi (sauf lui reut-être, et encore. . .) n'a osé encore en croire ses yeux et la voir, alors qu'elle est plus grosse qu'une cathédrale !

"II est vrai que le théorème de constructibilite fde Kashiwara@ . . . m'a permis de me déclencher. D'ailleurs à partir de ce moment quelqu'un comme Deligne aurait trouvé en un clin d'œil tous mes résultats y compris le théorème du bon Dieu sous toutes ses formes, avec démonstrations en quatre coups de cuillère comme tu dis. C'est ce qui explique que tout cela a été balayé en quelques jours."

Il me semble que Mebkhout a explicité là, très exactement, le "raisonnement" tacite d'un Deligne, s'appropriant le fruit des labeurs d'autrui parce qu'il *aurait pu* (et *aurait dû*) les trouver, lui (avec ses moyens, bagage et tout) "en quatre coups de cuillère". Le seul hic dans ce raisonnementlà (que très souvent on peut être tenté de faire, dans des situations similaires), c'est que *le tout était d'y penser* — et c'est Mebkhout, et nullement Deligne ni personne d'autre, qui y a "pensé" en effet. La création n'est pas de l'ordre de la *technique*, qui, une fois vue enfin une chose que personne n'avait su voir, "balaye" une situation en moins de temps qu'il n'en faut pour l'écrire. La création n'est pas dans le "balayage", mais dans l'*acte de voir* ce que personne n'a su voir ; de voir par ses propres yeux, sans "suivre" personne. Et cela fait partie de la probité dans l'exercice du métier de mathématicien, que de faire la distinction entre l'un et l'autre — entre l'acte de création, et le tournage d'une manivelle qui tourne rond.

[526](*) Voir au sujet de ce Colloque (de juin 1981) la note "L'. iniquité — ou le sens d'un retour" ou "Les jours de gloire" (n°s 75, 171(iv) ï. A vrai dire, l'écril'écriture, au cours de la première semaine du mois de mai l'an dernier, du "Cortège VII : Le Colloque — ou faisceaux de Mebkhout et perversité" (n°s 75–80) n'a pas été suffisante encore pour surmonter cette inertie quasiment insurmontable à "en croire le témoignage de mes saines facultés", dans une situation où on est rigoureusement seul à en faire usage. Ce n'est que cinq mois plus tard, en me voyant enfin confronté à la réalité "en chair et en os" pour ainsi dire, dans la personne de mon ami Pierre (Deligne) venu me voir dans ma retraite, qu'une incrédulité secrète et tenace a fini par s'évanouir. Voir à ce sujet la note "Le devoir accompli — ou l'instant de vérité" (n° 163), notamment pages

Mais pour celui qui est frappé de plein front par l'iniquité, cynique et *gratuite*, aux mains de ses aînés admirés, comblés de tout — sûrement cette chose-là est de celles qu'on ne peut jamais croire tout-à-fait, de celles qui *"dépassent* 1 *'entendement"*... Et ce sont celles aussi gui, par là même, peuvent dévaster la vie d'un homme. Ce qui leur donne cette puissance 1083
destructrice, c'est la perception obscure, désespérément refoulée et pourtant irrécusable, de *l'intention* de dévaster, comme ça, pour rien, *"pour le plaisir"* — pour le plaisir d'écraser d'un geste négligent ce qui pour toi a du prix, cela même (si faire se peut) qui fait la substance et le sel de ta vie. C'est ce plaisir pervers dans la malveillance "pour rien", qui véritablement "dépasse l'entendement"...

Je crois bien que Zoghman n'en a jamais vraiment parlé à personne, ni avant le grand coup, ni après — si ce n'est par monosyllables, indéchiffrables à tout autre qu'à lui-même. Le seul épisode Kazhdan-Lusztig déjà était trop énorme, trop invraisemblable pour qu'il puisse espérer que qui que ce soit y croirait. Les consensus bien établis balayent comme fétus de paille les faits les plus évidents, les plus patents, les plus irrécusables. Et là il s'agissait d'une chose si douloureusement proche, à tel point "à vif" dans son être, que le seul risque que celui à qui il s'en ouvrirait rejetterait le message malvenu, que sa détresse devant "ce qui dépasse l'entendement" ne soit pas accueillie — ce risque ou cette probabilité prenaient la dimension de 1 *'into — lérable*, ce à quoi on ne s'exposera aucun prix — quitte à en crever sur place, s'il faut crever...

A moi, il y a deux ans, il en avait bien parlé "par monosyllabes". Peut-être qu'au fond de lui-même il espérait que j'allais les comprendre, ces monosyllabes, non pas dans leur seul sens littéral, mais que j'y entendrais aussi tout ce qu'il n'osait pas dire de vive voix (peut-être pas même à lui-même...). C'était un espoir complètement fou, certes (dans une situation où tout semblait fou à lier I) ; j'étais à mille lieues de rien m'imaginer de ce qu j'ai appris depuis, de connaissance sûre. Il ne pouvait en être autrement, à défaut d'une information méticuleuse et circonstanciée[527](*). Et Zoghamn, de son coté, était à mille lieues aussi d'oser me la donner, cette information. C'était fou, et cela ne l'a pas empêché de m'en vouloir. Il fallait bien qu'il en veuille a quelqu'un, à quelqu'un de suffisamment proche, de tangible en somme, sur qui reporter une partie au moins de ce qui s'était déclenché en lui par "ce qui dépasse l'entendement", et se'. libérer si peu que ce soit de ce qui le rongeait.

1084

($^{@@_4}$) (2 juin) Cela va faire deux mois que j'ai eu la satisfaction de mettre le "point final" sous l'Enterrement, avec la note ultime "De Profundis" (du 7 avril) — et cela fait deux mois aussi que je travaille d'arrache-pied pour mettre "la dernière main" à la dernière partie de l'Enterrement I C'est la réédition, à peu de choses près, de ce qui s'est passé l'an dernier vers la même époque — alors que je n'en finissais pas de mettre la dernière main a ce qui allait être la première partie de l'Enterrement. C'était, comme maintenant, ($^{@@_4}$)

[527](*) (1 juin) II serait plus juste de dire qu'il "ne pouvait en être autrement" dans l'état d'ouverture et de présence limités qui est le mien, sauf en de très rares occasions. Je crois pourtant que nous sommes tous pourvus d'une "oreille, dans l'oreille", parfaitement capable d'entendre le non-dit — mais le plus souvent nous prenons soin d'exclure du champ de l'attention consciente les messages captés par cette oreille-là...

la “dernière minute” qui s’éternisait — à tel point même que j’en oubliais un peu le boire et le manger et surtout, le dormir. Ça a continué comme ça jusqu’au moment où mon corps a déclaré forfait, à bout de rouleau. C’était il y a un an exactement (à quelques jours près), et j’ai du alors tout lâcher, pour plus de trois mois, pleinement occupé a me sortir d’un état d’épuisement aigu[528](*). Mais ce coup-ci je me méfie, et je fais bien attention à ne pas reprendre le même chemin. Je tiens à ma peau. . .

Cette fois encore, ça a été “l’enquête” qui n’en finit pas de rebondir. Je prévoyais une note d’une dizaine de pages à tout casser, qui aurait nom “Les quatre opérations” et qui résumerait, en les “mettant en ordre”, les résultats de l’enquête en coup de vent de l’an dernier. Et là ça va faire quatre mois que l’enquête a repris de plus belle, les dix pages sont devenues trois cents ou peu s’en faut, et encore ce n’est pas encore (tout a fait) terminé I Je n’ose plus faire de pronostics — ça fait le neuvième mois, depuis la reprise du travail fin septembre, que je suis “sur le point de terminer” 1 Je saurai que c’est terminé *vraiment* le jour seulement où le dernier paquet de notes aura été tapé au net, relu et corrigé, et remis à la duplication. (Après ça, le reste n’est plus *mon* boulot.) Tout ce que je sais, c’est qu’il me tarde d’en être là, comme il me tarderait de voir la fin d’une longue et éreintante maladie ; et qu’il me faut aller jusqu’au bout, du mieux que je peux faire, sans me laisser bousculer par des échéances imaginaires. Je ne m’arrêterai pour souffler qu’une fois au bout, quant tout ce qui devait être vu et dit *maintenant*, aura été vu et dit.

C’est cette foutue “Apothéose” qui m’aura donné le plus de mal — je ne saurais dire pourquoi. Ces “quatre opérations” sont la seule partie de Récoltes et Semailles qui soit venue cahin-caha, par bribes et par morceaux et en peinant — alors qu’en principe ce devait être du tout cuit, une simple “mise en ordre” oui ; rien qui engage ou mette en cause ma personne de façon “ névralgique, de sorte à mobiliser des forces de résistance, un 1085
“frottement”. Et pourtant Dieu sait s’il y en a eu du frottement, et avec l’Apothéose plus que pour tout le reste ! D’où vient-il ?

Déjà avec “Les manœuvres” ça a été laborieux. C’est là que ça a commencé a s’étirer à l’infini. Ça a fini par faire quatre-vingt pages bien tassées rien que pour cette opération-là — et maintenant, un mois plus tard, . l’Apothéose en est venue à faire bien le double. Et pourtant, sauf peut-être quelques pages (un peu très “détective” sur les bords. . .) dans “Les manœuvres” (où j’entre, peut-être, plus qu’il n’aurait été indispensable dans les filandreux détails d’une certaine “arnaque” pas possible. . .) — mis à part ce “travail sur pièces” circonstancié et un tantinet casse-pied sans doute pour un lecteur qui n’est pas “dans le coup”, je n’ai pas l’impression que ces paquets de cent pages que j’ai fini par aligner là soient superfétatoires, voire du ressassage, du découpage de cheveux en quatre. Ce qui me maintenait en haleine, c’était justement l’abondance de *substance nouvelle* et inattendue qui affluait sur moi, et qu’il me fallait absolument caser, que je le veuille ou non — y compris même, mais oui, de la substance mathématique ! Par moments je me suis senti comme débordé, tant il y avait de choses à la fois qu’il me fallait mettre noir sur blanc dare dare — des choses toutes chaudes, voir brûlantes, et pourtant on est bien obligé de s’en occuper les unes après les autres. . .

[528](*) Voir pour cet épisode la note “L’incident — ou le corps et l’esprit” (n° 98).

Une telle richesse pourtant est par elle-même une stimulation puissante dans le travail, elle n'est nullement de nature à susciter "du frottement", bien au contraire. Ce frottement, c'est sûr, ne vient pas de la substance par elle-même, mais de la force de mon investissement egotique dans le travail entrepris. Chose qui peut paraître paradoxale, c'est mon impatience même à "en finir", à "jeter sur le tapis" ce que j'ai à dire, au sujet de telles et telles choses qui se passent en ce moment même et qui me concernent et me touchent de près — c'est cette impatience (je crois) qui crée le frottement, la dispersion d'énergie. Le frottement est le signe d'une division, de forces tirant dans des directions opposées, chacune s'exaspérant de la résistance opposée par l'autre : il y a la hâte "d'en finir", de "lâcher" le morceau depuis que je le fignole — et il y a l'exigence d'aller jusqu'au bout de ce que me fait entrevoir l'instant présent, de ne pas me contenter d'à peu près, de ne pas me laisser bousculer, ni me laisser enfermer dans un "programme" à boucler, dans un — "agenda" fixé d'avance. Je sais bien que dès l'instant où j'exlus l'imprévu, cet empêcheur de tourner en rond, mon travail perd sa qualité et son sens. Il devient "du gratte-papier". Je suis devenu très sensible, avec 1086
les années, à cette "petite différence" qui n'a l'air de rien, et qui est tout. Il arrive encore, rarement, qu'un tel virage s'amorce, en des moments de grande pesanteur — mais jamais pour longtemps. Quand ça prend ce chemin, le gosse il envoie tout balader — c'est même pas la peine d'essayer de continuer. L'envie mime du travail, ce *désir* qui est autre chose que la fringale d'accumuler des pages ou de placer un point final — envie et désir soudain ont disparu, et tu te retrouves bêtement à noircir du papier, c'est vraiment plus la peine alors — il ne me reste plus qufà rectifier le tir, et tout de suite I

II y a toujours une certaine *impatience* dans le travail (une vieille connaissance à moi...), qui sans cesse me tire en avant. Il me semble que ce n'est pas la même que celle qui s'est mise à peser lourdement sur moi, depuis que je suis aux prises avec ces "Quatre Opérations". L'autre impatience n'est pas un poids qui pèse, mais bien une force qui tire. C'est le signe d'un appétit, non celui d'une lassitude ou d'une fatigue, ou d'une satiété. Ce n'est pas l'impatience d'accumuler, ou d'en avoir terminé, de "boucler" un programme, mais celle de connaître l'inconnu devant moi, sur le point de se livrer. C'est l'impatience de l'enfant nu, seul devant la mer infinie, de plonger en elle pour la connaître... [529](*)

Mais il est temps de revenir au récit des mésaventures de mon ami Zoghman, dans cette note prévue comme fin dernière de l'Apothéose. Comme je l'ai déjà dit, ce récit, Zoghman lui-même ne me le livre que par bribes éparses, ici et là, au hasard des lettres@ coups de fils, rencontres. Sûrement, la progression de la réflexion et l'écriture de l'Enterrement s'en sont ressentis, dans la partie, du moins, consacrée aux vicissitudes de mon ami. je sens mieux à présent le sens de cette réticence, alors que tout attachement à un rôle de "victime" (que j'avais crû déceler l'an dernier) est évanoui (à supposer qu'il ait bel et bien été présent). Il y a dû y avoir aussi chez moi, à certains moments, une certaine saturation, s'exprimant dans une attitude genre "n'en jette plus, par pitié 1 ". Ça n'a pas dû l'encourager. J'ai été agacé il faut dire dNine ritournelle "les japonais" ici et "Kashiwara" là, que Zoghman a dû entonner depuis quatre ans ou cinq, et il en avait vu avec eux, c'est vrai. Mais je savais bien, moi, que s'il en avait vu, et si son œuvre était ainsi livrée au pillage, de façon quasiment officielle : "Allez-y bonnes gens, servez-vous à gogo, ne vous@ gênez surtout pas... ! ", ce n'était *pas* à cause de certains lointains (*ï C'est là l'image déjà apparue dans la note "L'enfant et la mer — ou foi et doute" (n° 103). japonais. C'était à *cause des "siens"* : ceux de la "petite famille"[530](*) — des gens bien de chez nous@ et qu'il ne nommait jamais si ce n'est pour citer leurs travaux avec tout le respect dû à leur haute réputation. 1087

Je ne voulais plus en entendre parler, des Kashiwara et consorts! Visiblement ça bloquait, et Zoghman a eu alors la sagesse et la patience de laisser tomber, sans pour autant se départir de son intérêt pour mon travail, et sans cesser de m'apporter ici et là un concours discret et efficace.

C'est à son dernier passage chez moi, débuts avril, que j'ai fini enfin par en prendre connaissance, du "paquet japonais". C'était un peu à mon corps défendant, d'abord. Je croyais que j'allais m'emmerder ferme dans d'inextricables histoires ultratechniques et des papiers illisibles (et en japonais encore, si ça se trouve...), que de toutes façons je ne lirai jamais — et puis non 1 C'était simple comme bonjour — un peu "histoire de pick-pockets" dans les métros parisiens (ou plutôt, de Tokyo). Amusant même, pour tout dire (du moins, tant que c'est l'autre qui se fait faucher son porte-feuille...).

Et du coup aussi la situation s'est débloquée entre Zoghman et moi, et j'ai eu droit à des bribes et des morceaux de ses mésaventures, par flashes, ici et là. Des épisodes que j'avais consignés un peu dans le style "fiche de renseignements techniques" se sont étoffés par des réminiscences sur le vif; le genre de choses justement qui paraissent bannies à jamais des textes scientifiques, dans leurs impassibles "garde à vous", et même des lettres entre collègues — vous ne voudriez pas! Il m'a même fallu bien me secouer, dans "Les quatre opérations", pour ne pas retomber justement dans ce style-là, le style "conclusions d'enquête" (voire, "feuille de récriminations"...). Ces "bribes" livrées par Zoghman m'auront aidé à en sortir, et à garder le contact avec une substance vivante.

Je me sais remis à l'Apothéose le jour même du départ de Zoghman de chez moi, histoire de faire une sous-note ou deux encore, tant que ce qu'il m'avait raconté était chaud encore. Ça a donné les notes (ou sous-notes, je ne sais plus à force...) "Eclosion d'une vision — ou l'intrus", "La maffia" (que j'ai subdivisée par la suite en sept parties, munie d'un nom chacune), et "Racines et solitude". Je lui ai envoyé le tout dare-dare, pour qu'il me fasse ses commentaires avant que je le donne à la frappe. Là j'avais l'impression de m'exprimer un peu en son nom, et je voulais être sur que tout ce que je rapportais, d'après ce qu'il m'avait dit, avait son approbation sans réserve. Il m'a envoyé ses commentaires circonstanciés par retour (lettre du 22 et 24 avril). Dans ces commentaires il y a pas mal de ces "bribes", 1088
mettant une chair vivante sur une ossature de faits qui apparaît un peu squelettique par moments, dans mes notes.

C'est comme ça aussi que j'ai su que zoghmaji avait été là, ce mémorable 22 avril 1980 au séminaire Goulaouic-Schwartz. Il s'agit du jour où Kashiwara a annoncé comme théorème de son crû le théorème du bon Dieu, qu'il avait appris de la bouche de Mebkhout quelques mois plus tôt, au Colloque des Houches[531](*)! C'est à tel point gros, et avec

[530](*) (16 juin) Mebkhout tient à souligner, à ce sujet, qu'il a entièrement cessé de s'identifier à la "petite famille" en question.

[531](*) Au sujet du Colloque des Houches et l'épisode du séminaire GoulaouicSchwartz, voir la note "La

Mebkhout dans la salle encore, que cela peut paraître incroyable. Mebkhout nk pas éclaté sur le champ (je me demande bien comment il a fait...), il a attendu poliment la fin de l'exposé "pour protester publiquement de ces méthodes, en lui rappelant la conférence des Houches et sa question[532](**). Goulaouic m'a prié de régler mes histoires en privé. La salle s'est soudain vidée en quelques secondes"v

Voilà donc une des "bribes", livrée par cette description laconique. J'ai eu par la suite quelques détails au téléphone. L'incident mérite qu'on s'y arrête. Il en dit long sur l'état des mœurs dans le monde mathématique, dans les années 80. Là il s'agit de la mentalité, non pas de tel "caïd" aux dents longues, symptôme extrême de la décomposition des valeurs traditionnelles dans le monde scientifique, ni même de "l'establishment" des gens en vue et bien sous tous rapports, chez qui joue le réflexe de classe en faveur d'un "des leurs". Ici c'est tout la salle qui se vide en un clin d'œil — plus personne tout d'un coup[533](***) 1 Arrangez-vous entre vous — nous, on ne veut rien en savoir...

Je me demande ce qui a bien pu se passer dans la tête de Goulaouic et des autres paisibles auditeurs à ce séminaire, où parlait un distingué conférencier étranger (sur un thème dont aucun d'eux, je crois, n'était d'alleurs trop familier). Cet incident, après tout, avait de quoi faire réfléchir. Je doute d'ailleurs qu'aucun d'eux ait pris cette peine, et 1089
suppose plutôt que tous d'un commun accord se sont empressés d'oublier le pénible incident. Mais enfin, pour peu qu'on prenne la peine d'y penser au lieu de se sauver à toutes jambes, il y avait quand même *une* choses qui était claire, dans cette sombre histoire. Le ton et les termes de Mebkhout (quelqu'un d'ailleurs qu'ils connaissaient, pour l'avoir côtoyé dans des séminaires pour le moins), ne laissait guère de doutes sur ce fait, qu'il devait y avoir *un escroc* dans l'histoire — ou bien Mebkhout, ou bien Kashiwara. Il est possible bien sur qu'en leur for intérieur, ils aient déjà tranché d'avance : Mebkhout affabule, comment imaginerait-on le distingué visiteur pillant l'auditeur anonyme ! Ça signifierait dès lors que vis-à-vis d'un inconnu, l'homme célèbre, quoi qu'il fasse, est au dessus de tout soupçon : c'est la *carte blanche pour le pillage*, donnée a l'homme de notoriété contre celui qui est sans recours. Ce qu'il aura a dire ne sera pas entendu : "arrangezvous entre vous !"@

Ou bien, ils se sont enfouis dans un état de doute : comment savoir qui dit le vrai et qui le faux ? (Et surtout, encore, si on se bouche les oreilles !) C'est vrai que le culot brutal d'un Kashiwara, pillant publiquement un vague inconnu en présence de l'intéressé, paraît à peine croyable. Mais ce serait une chose plus incroyable encore après tout, qu'un vague inconnu (qu'ils connaissent tous, et qui ne s'était pas signalé à leur attention encore par des tours d'escroc ni par son culot...) ose en public accuser de plagiat grossier un Kashiwara, si ce qu'il a à dire est de l'affabulation pure... Et à supposer que ce qu'il affirme soit peut-être fondé, de l'envoyer sur les rosés avec un "arangez-vous entre vous ! ", c'est cette fois

maffia" (n° 171), partie (b) "Premiers ennuis — ou les caïds d'outre-Pacifique".

[532](**) II s'agit de la question posée par Kashiwara, à la fin de l'exposé de Mebkhout au Colloque des Houches en septembre 1979. Voir à ce sujet la note citée dans la note de b. de p. qui précède.

[533](***) cette évocation suscite irrésistiblement dans mon esprit l'association d'idées avec la situation toute analogue que j'avais vécue trois ans auparavant, à la fin d'un séminaire Bourbaki où on avait bien voulu m'accorder dix minutes pour parler d'une certaine loi scélarate frappant les étrangers. Voir à ce sujet la section "Mes adieux, ou : les étrangers", n° 24.

encore la carte blanche pour le pillage. C'est comme si on criait, à celui qui se fait dévaliser en pleine rue par des voyous en smoking et qui crie "au voleur ! " — "arrangez-vous donc entre vous ! ".

Il paraît d'ailleurs que c'est comme ça que ça se passe depuis belle lurette, dans les bas quartiers de New York et autres grandes villes américaines, où personne ne tient à avoir maille à partir avec la maffia qui y fait la loi. C'est comme ça en tous cas que ça se passe de nos jours (je ne saurais dire depuis quand), dans le monde mathématique et dans ce qui passe pour les "beaux quartiers", tels le séminaire Gaulaouic-Schwartz (*ï, ou parmi tous ces gens prestigieux qui "font" de la cohomologie des variétés algébriques.

En termes rationnels et pris au pied de la lettre, cet "arrangez-vous entre vous" frise la 1090
débilité, dans une situation où il est clair de tottes façons que l'une des deux parties doit être de mauvaise foi. AU niveau psychique, cette formule débile traduit une *démission* de responsabilités, devant une situation ressentie comme "gênante". C'est aussi l'ignorance délibérée de ce fait évident : la question du respect des règles élémentaires de l'éthique du métier de mathématicien n'est nullement une affaire purement "privée", à régler entre celui qui s'arroge de droit de les mépriser, et celui qui en fait les frais, c'est une *affaire publique*, une affaire qui concerne *chaque* mathématicien.

C'est à la faveur de l'indifférence générale, de la panique de chacun à assumer sa responsabilité personnelle, que peuvent florir impunément, dans le monde scientifique, une mentalité de gangsters et des opérations aussi éhontées que celle du Colloque Pervers. La panique des uns et l'impudence des autres sont comme l'envers et l'endroit d'une *même corruption*. Ceux qui se sont sauvés en courant et en se bouchant les oreilles, un certain 22 avril 1980, ont contribué à l'Apothéose du mémorable Colloque l'année d'après, tout autant que les caïds qui ont monté de toutes pièces la grandiose mystification et qui sont allés s'y pavaner fièrement.

(3 juin) C'est lors de la dernière visite de Mebkhout chez moi, aussi, que j'ai eu par lui des détails édifiants au sujet de certains des participants à ce même brillant Colloque, et du "nouveau style" qui fleurit chez les uns et les autres, à qui mieux mieux. J'ai eu l'occasion de feuilleter le compte rendu des travaux, dans le deuxième tome des Actes, où il y a des articles de Verdier et de Brylinski-Malgrange, et de jeter un coup d'œil sur la thèse de Laumon (d'un œil plus averti et moins distrait que le jour où je l'avais d'abord reçue). Cette thèse est en fait un travail en collaboration avec N. Katz. Je donne quelques commentaires au sujet du "nouveau style" suivi dans ces travaux, dans la longue note de b. de p. a la note "Le jour de Gloire" (Dieu sait qu'elle a mérité ce nom…), page 962. Dans cette note je renvoie d'ailleurs, pour d'autres précisions, à cette note-ci (non encore écrite à ce moment). Chose promise, chose due 1

Mebkhout m'a raconté comment il avait eu l'honneur et l'avantage de parler à deux reprises à N. Katz de ses idées sur la dualité et sur les liens entre coefficients continus et coefficients discrets. La première fois c'était au Colloque d'Analyse p-adique a Rennes, en juillet 1978. Il a alors expliqué "en petit comité" son théorème de dualité globale pour 1091

[533](*) Je suis heureux de pouvoir préciser ici que Laurent Schwartz n'était pas dans la salle le jour du mémorable incident à "son" séminaire. J'ignore s'il en a été informé par la suite.

les 3@-Modules, sur un espace analytique complexe — le théorème qui coiffe la dualité de Serre et celle de Poincaré"[534](*). Il y avait Katz et Illusie, ceux-là même dont il a été déjà question plus d'une fois dans l'Enterrement. Illusie, lui, aimable et gentil comme c'est son habitude, trouvait que c'était vraiment très joli — quelque chose comme ça[535](**). Quant à Katz, qui j'imagine entendait parler là de J)-Modules pour la première fois de sa vie (à un moment où c'était loin d'être la grande mode, comme après le mémorable Colloque), il s'est contenté de déclaré sèchement "C'est connu ça 1", pour tourner les talons aussi sec. Du moment que c'était un vague Monsieur Personne qui lui parlait, à lui N. Katz (qui cette même année encore allait faire un discours devant des milliers de distingués collègues, en l'honneur du nouveau lauréat Fields Pierre Deligne...), ça ne pouvait en effet qu'être "connu".

La deuxième fois ça a été peu après le Colloque des Houches de septembre 1979 [536](***). Katz était alors à l'IHES. Vu sa compétence notoire dans les systèmes différentiels p-adiques, dont Mebkhout sentait bien que ça avait quelque chose à voir avec le théorème du bon Dieu dont il venait de parler aux Houches, Mebkhout est allé exprès à l'IHES pour lui apporter son article aux Houches, et l'entretenir de ses idées et résultats. Après l'accueil reçu à Rennes, on peut dire qu'il avait de la suite dans les idées, de pas se lasser ! Toujours est-il que ça a été un peu le même scénario. Katz a encore reçu de très haut ce vague inconnu, qui se permettait de venir le relancer une deuxième fois, et sans s'annoncer encore si ça se trouve. Quand on est un homme important, on ne sait plus parfois comment se mettre à l'abri des importuns...

Il aura suffi, un an plus tard, que ces mêmes idées, longuement portées et mûries dans la solitude par un vague inconnu, soient claironnées partout comme la dernière des trouvailles d'un Deligne (ou d'un Kashiwara, on ne savait plus trop...), dans le sillage d'un si brillant Colloque que Katz malheureusement n'avait pu honorer de sa présence, pour que du coup elles prennent pour le grand homme et de l'importance et du poids. C'est Laumon 1092
sûrement qui a dû lui expliquer les tenants et aboutissants — un des plus brillants disciples de Deligne. ce même Laumon connaissait d'ailleurs lui aussi, et de première main, l'origine de ces idées, pour en avoir été informé par le vague inconnu en personne. Mais le disciple s'honore de suivre les traces du Maître, et celui-ci avait montré bien assez clairement, et sans la moindre équivoque, quelle conduite il convenait d'adopter vis-à-vis de celui voué au silence et à l'obscurité.

Aux Deligne et aux Verdier les honneurs des feux de la rampe, et aux Brylinski, aux Katz et aux Laumon, accourus au bon moment pour en avoir leur part ! A eux la musique et les flons-flons, et les ovations d'une foule reconnaissante, accourue en liesse pour fêter

[534](*) II est question de ce théorème dans les deux notes "L'œuvre..." et "Trois jalons — ou l'innocence" (n° 171 (ii@)f (x)).

[535](**) C'était d'ailleurs là une "gentillesse" toute gratuite., Alors que le style de réaction était différent de l'un à l'autre (en "yin" chez Illusie, en "yang" chez Katz), le fond était le même : du moment que ça vient de Monsieur Personne, ça entre dans une oreille pour sortir par l'autre ! Voir à ce sujet la note "La mystification" (n° 85′), notamment mes observations au sujet d'Illusie, à la page 351.

[536](***) Au sujet du Colloque des Houches et de l'escroquerie de Kashiwara au Séminaire Goulaouic-Schwartz, voir la note "La maffia" (n° 171), partie (b), "Premiers ennuis — ou les caïds d'outre-pacifique".

ces Hautes Œuvres, aux mains de ses Nouveaux Maîtres.

1093

(171′) (14 juin) Jusqu'à il y a encore un mois, il m'avait semblé que l'esprit de l'Enterrement était limité à ce qu'il m'arrive d'appeler "le beau monde" ou "le grand monde" mathématique, et plus particulièrement, les milieux de ce mondelà que j'avais coutume de hanter et dont je faisais moi-même partie. Je n'avais pas perçu à l'uSTL (Université des Sciences et Techniques du Languedoc, Montpellier), qui est depuis douze ans mon institution d'attache, de signes d'ostracisme, ou ceux d'une affectation de mésestime ou d'une discourtoisie, voire ceux d'une grossièreté, allant dans le sens de cet Enterrement qui bat son plein depuis quinze ans[537](*). Un fait nouveau vient de faire irruption dans ce paisible tableau, et de transformer de façon draconienne ledit tableau, et ma propre relation à mon institution d'attache. (171′)

Conformément à des mécanismes invétérés, je n'ai pas songé d'abord à inclure dans mon témoignage "Récoltes et Semailles" cet incident récent, qui, à première vue, me semblait venir là "comme des cheveux sur la soupe". C'est à l'encontre de résistances sérieuses que j'ai fini par admettre que ce serait faillir à l'esprit de mon témoignage, que de passer sous silence cet épisode. C'est un épisode tout frais encore, certes, et un, de plus, que j'ai "encaissé" assez durement — ce qui donne d'ailleurs une force supplémentaire à ces "mécanismes invétérés" auxquels je viens de faire allusion. Mais la vivacité même avec laquelle j'ai encaissé, cette fois, les enseignements éloquents et malvenus de cet incident, est un signe aussi qu'il me touche de très près — et ceci au niveau de mon activité professionnelle et de mes liens avec le milieu professionnel dont je fais partie. Il s'agit donc là, typiquement, du genre de choses sur lequel Récoltes et Semailles se voudrait un témoignage approfondi, sans "coin réservé" auquel je m'interdirais de toucher, que ce soit par une "discrétion" mal placée vis-à-vis de moi-même, ou vis-à-vis de quiconque.

De plus, dans le cadre plus particulier de ma réflexion sur l'Enterrement, je ressens comme une évidence qu'il y a des liens directs entre celui-ci, et l'incident en question. Il est possible que ces liens ne soient pas ceux d'une simple relation de cause à effet : que certains collègues sur place auraient fini par prendre acte de l'Enterrement, et en auraient conclu qu'eux aussi, ils pouvaient désormais "s'en donner". Alors même qu'il y aurait un tel lien de cause à effet, il ne toucherait, il me semble, qu'un aspect accessoire, accidentel de la situation. Un aspect plus essentiel par contre, et qui m'a surtout frappé, commun à ce qui se passe dans "le grand monde" de la Science (avec S majuscule), ou dans une modeste université de province, est une certaine *dégradation*, sans précédent peut-être, en 1094
milieu scientifique et universitaire : dégradation au niveau de la qualité des relations et des formes élémentaires de la courtoisie et du respect d'autrui, comme au niveau de l'éthique scientifique, elle-même indissolublement liée au respect d'autrui et de soi-même. On pourra donc considérer les pages qui suivent comme une contribution (parmi les nombreuses autres fournies déjà tout au long de la réflexion sur l'Enterrement) au "tableau de mœurs d'une époque", ou d'une fin d'époque sans doute, en milieu mathématique*

[537](*) Je m'exprime notamment en ce sens dans la note n° 93 (page 396, 3 alinéa)

Plutôt que de reprendre ici un récit plus ou moins circonstancié des événements, je préfère reproduire quatre *documents*, qui les décriront aussi bien. Il s'agit :

1°) d'une "lettre à mes Collègues enseignants de mathématique à l'USTL", datée du 28 mai, où je les informe d'une certaine situation et exprime le souhait d'une discussion en Réunion Générale ;

2°) de la "réponse" de Mme Charles, responsable des locaux au-bâtiment de mathématique à l'USTL, sous forme d'une lettre circulaire du 30 mai adressée nommément a moi, et en fait, a l'ensemble des enseignants de mathématique ;

3°) de la résolution votée par la Réunion Générale de l'UER 5, réunie le 6 juin sur l'Ordre du jour : "Informations et discussions au sujet du déménagement du bureau du professeur Grothendieck" ; et enfin

4°) d'une "Lettre à mes ex-Collègues de travail au bâtiment de Mathématique", datée du lendemain 7 juin.

Je me suis abstenu d'inclure parmi les documents ma lettre à Mme Charles du 21 mai (dont il est question dans le premier document cité) et ma lettre à Monsieur R. Cano, Administrateur Provisoire de l'USTL (dont il est question dans ce même document, et dans le document 4°, ou "Epilogue d'un malentendu") ; ces lettres ne me semblent apporter aucun élément d'information nouveau, par rapport à ceux contenus dans les documents reproduits plus bas.

Comme seul commentaire a la lettre de Mn. e Charles ("il est de fait très difficile de le contacter" — "le" signifiant ici ma modeste personne, à qui la lettre est censée être adressée), je précise ici que les lettres de Montpellier à mon domicile mettent un jour à m'arriver, et que depuis des années je ne m'absente de mon domicile qu'à l'occasion de mes passages à l'USTL. UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DU LAN- 1095
GUEDOC Institut de Mathématiques

UNE MISE A SAC DANS LE BATIMENT DE MATHEMATIQUES

Lettre à mes Collègues enseignants de mathématique à l'U. S. T. L. par Alexandre GROTHENDIECK

, . Montpellier, le 28.05.1985 Cher (e) Collègue,

J'ai été informé la semaine dernière, par une secrétaire de l'UER que j'avais chargée d'aller prendre un travail se trouvant dans mon bureau au quatrième étage, que celui-ci avait été vidé de toutes mes affaires — chose que j'ai pu vérifier aujourd'hui même : il ne reste que le sol nu. Je n'avais pas été informé que mon bureau serait réquisitionné sans autre forme de procès, et je n'avais donc pas pu donner mon accord à l'opération, encore moins autoriser quiconque à entrer dans mon bureau en mon absence et à toucher à mes affaires. J'ai téléphoné le jour môme à Monsieur Lefranc, directeur de l'UER, pour l'informer de la situation, laquelle (semblait-il) était le fait d'une initiative de Madame Charles, chose qui a semblé se confirmer par ce coup de fil. J'ai précisé à Monsieur Lefranc que j'étais choqué par le procédé, qu'il n'était pas question que je donne mon accord à un transfert de bureaux se faisant dans des formes aussi brutales, et que je m'attendais que mes affaires soient remises à leur place dans les plus brefs délais. Il m'a assuré qu'il ferait le nécessaire. Ce môme jour encore, le mardi 21 mai, j'ai écrit à Madame Charles, pour lui dire que je considérais le "vidage" intempestif de mon bureau comme un abus de pouvoir, et le ressentais comme une violence ; que je m'attendais à des explications circonstanciées de sa part, et à des excuses sans réserve. Que dans le cas contraire, je soumettrais la question au Conseil de l'Université, qui statuerait si ce genre de procédés vis à vis d'un enseignant a l'USTL devait être considéré comme chose admise.

Venant aujourd'hui à l'USTL, j'ai pu constater que Madame Charles n'a pas jugé utile de répondre à ma lettre (dont j*ai d'ailleurs fait parvenir copie à MM. Cano et Lefranc). Monsieur Lefranc n'a pas non plus jugé utile de me faire parvenir aucune explication sur le fait que mon bureau est toujours vide de mes affaires, une semaine après qu'il m'ait assuré qu'il ferait le nécessaire pour leur retour à mon bureau. Ni lui, ni Madame Charles n'ont jugé utile de m'informer où se trouvent les affaires qui ont été raflées. J'ai su par secrétaires interposées que ces affaires seraient entreposées dans le bureau de l'une d'entre elles. Par ailleurs, ayant eu l'occasion de croiser Madame Charles dans la salle de réunion, celle-ci m'a assuré qu'elle n'a fait que suivre les instructions du directeur de l'UER, Monsieur Lefranc, et m'a invité de m'adresser à lui pour cette affaire, qui ne la concernait pas. En attendant que la situation se dénoue, Monsieur Nguiffo Boyom a bien voulu partager son bureau avec moi.

Je suis peut-être le seul à trouver qu'il y a quelque chose qui ne va pas — une violence 1096
et un mépris ; il est vrai que je suis le seul aussi qu'on fait mine de mettre ainsi à la porte sans autre forme de procès. (S'il en est un autre hors moi qui pense que ce n'est pas le genre d'ambiance dans laquelle il souhaite travailler à l'USTI, ça me ferait vraiment plaisir qu'il se fasse connaître à moi. . .[538](*))@ Pour ma part, je considère que ce ne serait pas un luxe qu'il y ait, suite à ce "malentendu" (pour reprendre le charmant euphémisme d'un de mes collègues), une réunion de l'UER, pour donner au directeur, M. Lefranc, et à Madame Charles, l'occasion de s'expliquer sur leurs intentions et sur leurs motivations, et aux enseignants de l'UJSR, de dire s'ils considèrent ces procédés comme normaux (quand ils sont appliqués aux autres. . .).

Depuis douze ans que je suis à l'USTL, j'ai eu souvent l'occasion d'apprécier les dispositions bienveillantes, le dévouement et l'efficacité de M. Lefranc chaque fois qu'il s'agissait de rendre service — et — je lui en suis reconnaissant. C'est avec d'autant plus de regret que je lui retirerais ma confiance, voyant qu'il se fait un instrument entre les mains d'autrui et laisse s'instaurer une ambiance d'arbitraire et de mépris. Dès à présent, je le prie d'assumer ses responsabilités de directeur de l'UER, ou de se démettre de ses fonctions. Et je prie Madame Charles de se démettre de ses fonctions de "responsable des locaux" de l'UER, fonctions dont il lui a plu d'abuser.

Dans l'attente de votre (ou ta) réponse

Alexandre GROTHENDIECK UNIVERSITE DES SCIENCES @ TECHNIQUES. Jeudi 1097
30 Mai 1985 DU LANGUEDOC MATHEMATIQUES

[538](*) II va de soi qu'un tel geste n'a pour moi de sens que s'il est entendu qu'il engage le sigr@taire, qui m'autorise à en faire état publiquement.

P. S. @tant d'un tempérament enclin à rendre service, j'avais l'an dernier, à la demande de Monsieur Lefranc, donné son accord pour un échange de bureaux avec Monsieur Lapscher, . lequel (m'a-t-il été dit pou après) a ensuite changé ses projets. Il va de soi que mon accord ne signifiait pas que j'autorisais la mise à sac de mon bureau, à ce moment, ni à aucun autre.

Madame J. CHARLES “responsable des locaux à l’Institut de Mathématiques”

à Monsieur A. GROTHENDIECK, Professeur de Mathématiques.

Cher Collègue,

(1) Où commence et où s’arrête le “travail” du “responsable des locaux à l’Institut de Mathématiques” ?

Ce’responsable “est saisi de demandes d’enseignants de Mathématiques — soit pour loger un nouvel enseignant (ou chercheur) — soit pour loger ailleurs un enseignant (ou chercheur) déjà logé. Dans ce second cas les demandes sont en général motivées pour un objectif de travail : regroupement de membres d’un même groupe.

Ce’responsable” étudie alors les possibilités d’abord et en priorité avec le directeur de l’U. E. R.5 qui est officiellement le gestionnaire désigné par le Président de l’U. S. T. L* pour les locaux du bâtiment de Recherche Mathématique. Il cherche ensuite avec les personnes concernés les solutions possibles ; la modification intervient après entente de tous. (2) Ce qui a été réalisé ainsi ces dernières années :

— regroupement des membres du groupe de géométrie

— regroupement des membres du groupe de mécanique (3) Les difficultés rencontrées dans ce “travail” :

— pratiquement chaque personne contactée se sent “propriétaire” de son bureau

— il paraît impossible de contraindre qui que se soit de “changer” de bureau. (4) Le dernière demande reçue par moi et l’évolution de la recherche des “solutions” au problème posé :

— li demande formulée par Monsieur LAPSCHER, professeur : regrouper au même niveau Monsieur LAPSCHER, le bureau de sa secrétaire, Monsieur MICALI,

— la première solution envisagée : échange de bureaux entre troisième et quatrième étage pour que les “demandeurs” soient regroupés au quatrième étage. Etaient concernés en particulier par cet échange Monsieur GROTHENDIECK et Monsieur THEROND. Monsieur GROTHENDIECK contacté par le directeur de l’UER 5 lui a précisé que PEU LUI 1098
IMPORTAIT L’EMPLACEMENT DE SON BUREAU POURVU QUML EN AIT UN. Par contre Monsieur THERONO ayant un moment donné son accord a ensuite refusé tout déplacement.

— la deuxième solution envisagée. : j’ai ensuite demandé à Monsieur LAPSCHER de contacter lui-même ses collègues pour proposer une autre solution j ceci lui a été confirmé par le directeur de l’UER 5. Il nous a tenu au courant de ses démarches : les “occupants” de 5 bureaux étaient d’accord pour effectuer une permutation, l’accord de Monsieur GROTHENDIECK résultant de sa conversation avec le directeur de l’UER 5.

— la réalisation de cette deuxième solution : après avoir pris connaissance de cet accord le directeur de l’UER 5 a donné le “feu vert” pour la modification de bureaux proposée.

Monsieur LAPSCHER m’ayant parlé d’un problème de clés pendant la période où le déménagement serait abordé mais non terminé je lui ai fait remarquer que — aucune nouvelle clé n’était sans doute disponible, — il ne me paraissait pas souhaitable de faire durer ce déménagement qui pouvait être fait en quelques heures avec la participation de tous les intéressés.

Monsieur LASPCHER m'a informé ensuite que le matériel du bureau de Monsieur GROTHENDIECK avait été transporté dans son futur bureau ; ceci avait été réalisé sans avoir pu joindre au préalable Monsieur GROTHENDIECK.

Il convient de remarquer que Monsieur GROTHENDIECK est domicilié loin de Montpellier et est actuellement en position de détachement au CNRS ; il est de fait très difficile de le contacter. (5) Mon impression de "responsable" sur ce qui paraîtrait pouvoir être appelé un "conflit" : — j'ai eu l'occasion de préciser à Monsieur GROTHENDIECK qu'agissant au nom de l'UER 5 je ne pouvais pas moi-même donner de réponse à sa lettre ; il devait donc demander une réponse au directeur de l'UER 5. A la suite de cette 2e lettre adressée à tous je considère que je dois sortir de "l'obligation de réserve" que je m'étais imposée. — il m'aurait paru souhaitable au moins d'informer les personnes concernées avant de déplacer leur matériel — il m'aurait paru souhaitable aussi de faire le déménagement en un h journée au maximum. — la solution envisagée me paraissait valable, elle ne modifiait en rien le taux d'occupation de bureau de chacune des personnes concernées.

Je n'attends pas de réponse.

Je vous prie de recevoir, Monsieur et cher collègue, l'expression de mes meilleures salutations.

N. B. Copie de cette lettre adressée pour information à — tous les enseignants de Mathématiques ayant reçu la lettre de Monsieur GROTHENDIECK du 28.05.85. — le directeur de l'UER 5 ayant reçu de plus copie de la lettre qui m'avait été adressé par Monsieur GROTHENDIECK le 21.05.85. — l'administrateur provisoire dé l'USTL, qui a eu copie de la lettre du 21.05.85 et auquel je joins copie de la lettre du 28.05.85. UNIVERSITE 1099
DES SCIENCES ET TECHNIQUES DU LANGUEDOC

Institut de Mathématiques

INSTITUT DE MATHEMATIQUES

Compte rendu de la réunion du Jeudi 6 juin 1985 à 18 heures.

Etalent présents : j*. AUBERSON, Mme CHARLES, MM. CIULLI, CONTOU CARRERE, MM. CUER, DE LIMA, DELOBEL, DE ROBERT, GROTHEND!ECK, HOCQUEMILLER, ESCAMILLA, Mie HUBERT COULIN, . M. LEFRANC, M. LOUPIAS, Mme MEDEN, M. MOLINO, Mme PIERROT, M. PINCHARD, M. SAINT flERRE, Mie VOISIN

Après discussion, les présents (19) adoptent par 16 oui — et 3 abst. le texte suivant :

"Les enseignants de Mathématiques présentent leurs excuses à Monsieur GROTHENDIECK à propos des conditions Inadmissibles dans lesquelles ses affaires ont été déplacées. Ils sfengagent à veiller collectivement à ce que ces faits regrettables ne se reproduisent pas. En particulier, II doit être clair que la clé d'un bureau ne peut être utilisée par quiconque sans l'accord explicite de l'occupant."

M. LEFRANC Directeur UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DU LAN- 1100
GUEDOC Institut de Mathématiques Epilogue d'un "malentendu" Lettre à mes ex-collègues de travail (personnel enseignant et technique, étudiants de 3è cycle) au bâtiment de Mathématiques par Alexandre Grothendieck

. . . le 7.6.1985 Chèr (e) Collègue,

J'écris ici en épilogue a l'affaire de la mise à sac de mon bureau, évoquée dans ma lettre du 28 mai. Cette lettre avait été adressée aux seuls enseignants de mathématiques, alors qu'elle concerne également et au même titre tous ceux et toutes celles qui occupent un bureau dans le bâtiment de mathématiques. C'est par inadvertance et par manque de discernement que j'avais omis d'adresser ma lettre également au personnel technique et aux étudiants de 3° cycle, jugeant (hâtivement) que ce serait là donner a l'incident une extension qui ne lui revenait pas. Je m'excuse sincèrement auprès des intéressé (e) s, et ceci d'autant plus que j'ai reçu de la part de plusieurs d'entre eux (censés non informés...) des marques de sympathie, qui m'ont touché. C'est suite à cette inadvertance aussi, sar : s doute, qu** la Réunion Générale de l'UER, consacrée hier à l'incident, a été limitée aux seuls "membres de l'UER 5".

Entre beaucoup d'autres choses, cet incident m'aura fait apprendre que ce n'est pas le premier du genre qui se produit à l'UER 5 — c'est seulement la première fois que c'est un "enseignant de rang A" qui est visé. Je ne sais si la pieuse résolution votée hier empêchera ce genre d'incidents de se reproduire, dans l'indifférence générale (comme avant), vis-à-vis d'enseignants non titulaires ou d'étudiants de 3° cycle notamment. Je prendrai soin de vérifier auprès de Madame Mori et de Mme Moure si elles ont bien reçu les instructions de la part du directeur de l'UER, de ne plus sous aucun prétexte confier la clef d'un des bureaux a quiconque ou en faire usage pour quiconque, si ce n'est avec l'autorisation expresse d'un de ses occupants.

Ma précédente lettre terminait par les mots "en attendant votre (ou ta) réponse". En réponse à cette attente, j'ai reçu *trois* témoignages de sympathie et de solidarité. Ils me viennent de la part de Louis Pinchard, de Pierre Molino et de Christine Voisin. Egalement, j'ai reçu un témoignage dans le même sens par Philippe Delobel, étudiant de 3° cycle qui (comme Christine Voisin) avait fait un DEA avec moi. C'est à son initiative que quelques étudiants de 3° cycle ont assisté hier à la Réunion Générale. A lui, comme à tous ceux dont je viens de parler, qui m'ont (sans ambiguïté ni esquive) témoigné leur solidarité, je suis heureux d'exprimer ici mon estime et ma reconnaissance. C'est un des fruits d'expériences "dures" comme celle-ci, que de faire reconnaître ses amis, quand on a la chance d'en avoir...

J'ai reçu une autre lettre encore répondant à la mienne, provenant d'un collègue visiblement ravi de ce qui arrivait, et prenant cette occasion pour se ficher gentiment de moi. C'est le seul écho dans ce sens que j'aie recueilli. Chez tous les autres, beaucoup d'indifférence totale des uns, de gêne des autres (où plus d'une fois j'ai senti la crainte inexprimée de se faire mal voir et de compromettre ainsi ses chances de promotion, ou une situation précaire). Chez tous ceux, parmi ceux-là, qui se sont émus au point de se déranger pour assister à cette Réunion Générale (convoquée à la sauvette en dernière minute, alors qu'elle était prévue depuis une semaine...), j'ai senti surtout le propos délibéré bien arrêté de noyer un poisson, sur l'air du "tout le monde il est gentil, tout le monde est mignon". On s'est finalement rabattu (au bout de trois quart d'heure de palabres) sur le "vilain" tout désigné, l'absent (comme par hasard). Monsieur Lajjchei — celui qui avait pris (d'après
ce qu'on venait tout juste de laisser entrendre) l'initiative du coup de main. Il n'a pas été 1101
question d'aller jusqu'à le mettre en cause nommément, le pauvre — pas plus d'ailleurs que qui que ce soit d'autre, il va de soi.

De la part des "responsables" impliqués à un titre ou à un autre dans l'incident de la mise à sac@ j'ai été-choqué par la brutalité sans vergogne d'un Lapscher, par la grossièreté "pour le plaisir" d'une Mme Charles (qui a couvert le coup de main, une fois mise devant le fait accompli, en y rajoutant de l'insolence de son cru), et par la discourtoisie d'un M. Cano, Administrateur Provisoire de l'USTL, se dispensant de toute réponse à la lettre où je l'informais de la situation et le priais d'en saisir le Conseil de l'Université. Mais plus que tout, j'ai été déconcerté et peiné par l'attitude ambiguë de Monsieur Lefranc, directeur de l'UER 5. Depuis le lundi 20 mai (où je l'avais informé de la situation que je venais de découvrir et de mes sentiments à ce sujet) jusqu'à hier encore, il n'avait pas jugé opportun ni de m'informer sur ce qui s'était passé, ni de se désolidariser sans équivoque de l'acte de brigandage d'un Lapscher ou de la grossièreté d'une Mme Charles. En faisant son possible, du début à la fin, de maintenir la fiction du malencontreux "malentendu", il a réussi à donner des allures anodines voire respectables, à des comportements que, pour ma part, je ressens comme intolérables. Pour ne faire de la peine à personne, sûrement, il a choisi de ménager (beaucoup) la chèvre et (un peu) le chou.

J'ai pris bonne note aussi, parmi d'autres signes, du silence de bon nombre parmi ceux que j'avais crû compter parmi mes amis (y compris trois qui furent mes élèves) ; de l'ostentative indifférente d'un tel, de l'embarras de tel autre, et de la mielleuse jubilation d'un autre encore. Et aussi du silence d'un Micali (cobénéficiaire du coup de main, et qui avait eu ample occasion de se convaincre, il y a quelques années, des inconvénients à s'attirer les mauvaises grâces de M. et Mme Charles...), et de la complaisance de Mlle Brun, prenant les ordres d'un Lapscher pour jouer les mercenaires serrurriers-déménageurs (sans un mot de regret, une fois que la nature de l'opération ne pouvait plus faire de doute).

Sur le fond de tout cela, et retrouvant hier ce qui, pendant douze ans, avait été mon bureau, transformé cette fois en champ de bataille — mes affaires (plus les meubles) réentassées en catastrophe (quinze bons jours après un coup de main — éclair...) — je n'ai plus le cœur à présent d'y réaménager à nouveau. Il est peu probable, m'assure-t-on, que le même incident se reproduise vis-à-vis de moi, et je peux d'ailleurs prendre les devants, en prenant par devers moi la deuxième clef, confiée jusqu'à présent à Mmes Mori et Moure. Mais dans la mesure où cela sera matériellement possible, et notamment pendant toute la durée de mon détachement au CNRS, je préfère renoncer désormais à l'usage d'un bureau à l'USTL, et abandonner la place, sans lutte, aux Lapscher, aux Charles et consorts.

Si je peux l'éviter, je ne reprendrai pas une activité enseignante à l'USTL. J'y aurai passé, cfest sûr, comme un étranger — un dont la patrie est ailleurs — tant par mon approche de la mathématique, que par celle de l'enseignement ou par mon mode de vie. Ce que le microcosme universitaire avait à m'apprendre, je crois que je l'ai appris, avec comme dernier "volet", les enseignements de cet incident, qui vient de se clore à la satisfaction générale. Il y a des chances que cette réunion de l'UER 5 à laquelle je viens de participer soit la dernière, que cette lettre aussi soit la dernière que j'ai occasion de vous écrire (ou de t'écrire). Et cette fois-ci, je n'attends pas de réponse.

Alexandre Grothendieck

1102

(172) (22 mars) Je croyais en avoir pour un jour ou deux et une dizaine de pages à (172)

tout casser, avec ces fameuses “quatre opérations” que je me proposais de repasser en revue, depuis le mois d’octobre déjà. Et voilà plus de trois semaines que je travaille dessus d’arrache-pied, pendant lesquelles j’ai aligné bien dans les cent pages — et je n’ai toujours pas tout à fait terminé 1 Le premier jet, du 26 février au 1 mars, m’a pris quatre jours déjà. Il m’a tout juste fourni le canvas, sur quoi broder (malgré tout) une “histoire”, et pas juste des conclusions d’enquête — En relisant ce premier jet, au lendemain du 1 mars, ça donnait une fâcheuse impression de “feuille de doléances” qui n’en finissait plus, et telle quelle incompréhensible sans doute à quiconque, sauf trois ou quatre experts vraiment experts (à supposer qu’ils aient la patience de le lire. . .). J’ai compris qu’il me fallait au moins expliquer grosso modo de quoi il s’agissait, donc poser tout au mcins un contexte — autrement c’était pas la peine[539](*).

Ça m’a conduit forcément à quelques redites, par rapport à la première partie de l’Enterrement — mais il y a des cas où les redites sont non seulement utiles, mais même indispensables (en mathématiques d’ailleurs autant qu’ailleurs) Dans ces cas-là, d’ailleurs, on s’aperçoit très vite que les soi-disantes “redites” n’en sont pas vraiment, car ce qui est “redit” est en réalité *revu*, *vu* à *nouveau* et sous un éclairage qui a changé. En situant, à titre de “contexte” pour les quatre opérations, certains aspects de mon œuvre, j’ai l’impression d’avoir appris quelque chose sur celle-ci, de mieux situer cette œuvre. Je n’ai peut-être rien appris de vraiment nouveau sur moi-même ni sur autrui, ce faisant, mais je ne regrette pas la peine que j’ai prise à récrire ainsi, plusieurs jours durant, ce premier jet-doléance*. Cette œuvre, j’y avais mis du meilleur que j’avais à donner, et elle mérite qu’avec le recul que me donne une maturité, j’en prenne connaissance à nouveau et dans un jour différent. Au moment même où je m’apprêtais à faire le constat circonstancié de ce que cette œuvre a eu à subir depuis que je l’avais laissée (en de bonnes mains, je n’en doutais point. . .), il était bon que je *pose* tant soit peu sur elle, sur sa place et sur cette unité qui fait sa beauté, ne serait-ce que le temps de quelques pages, comme une façon à nouveau de marquer mon respect pour ce que j’ai vu bafoué.

Mais ce n’était pas tout, loin de là 1 Abandonnant le style “feuille de doléances”, avec 1103
renvois numérotés aux notes plus charnues de la première partie de l’Enterrement@ j’ai compris que ces notes que je reprenais, comme toutes les autres sections et notes dans Récoltes et Semailles, devaient être intelligibles et restituer tout l’essentiel de ce qu’elles avaient a dire, indépendamment même de ces références à des notes faisant partie d’un *autre moment* de la réflexion. La encore, cela m’a amené a de nombreuses “redites” qui n’en sont pas, c’est-à-dire à revoir dans un éclairage nouveau, ce que j’avais noté au jour le jour il y a près d’un an, dans l’émotion toute fraîche de la découverte. J’avais d’ailleurs été assailli alors par tant de faits inattendus et parfois incroyables, qu’il n’avait pu être question alors d’une véritable “enquête”, tant soit peu méthodique. A ce moment, je me contentais d’essayer de mon mieux d’encaisser ce qui me dégringolais dessus, et de le “caser” tant bien que mal, sans trop chercher le détail. La plus grande partie de mon énergie était

[539](*) Les seuls autres moments de la réflexion Récoltes et Semailles où j’aie fait une telle entorse (de moindre envergure, il est vrai) au mode d’écriture “spontané”, a été dans la section “La note — ou la nouvelle éthique” (n° 33) et dans la note “L’Iniquité — ou le sens d’un retour” (n° 75).

absorbée alors à *faire face* à ce que les pots-aux-roses que je découvrais avaient de *dingue*, d'incroyable (comme dans ce conte justement de la robe de l'Empereur de Chine... [540](*)), et surtout, à assumer ce "souffle" de violence, de cynisme et de mépris qui me revenait soudain, "sous ces airs bon teint..." que je ne reconnaissais que trop bien ; le souffle d'autres temps, que j'avais vécus et que je n*ai pas oubliés...

Ces dernières trois semaines, par contre, sont devenues une occasion pour compléter cette orageuse enquête de l'an dernier, en fouillant d'un peu plus près certains textes (SGA 5 et surtout, le soi-disant "SGA 4^{1*} "). Cela a donné naissance à une suite (qui ne semblait plus prendre fin par moments 1) de notes de bas de page (plus ou moins) circonstanciées, dont certaines sont devenues des sous-notes, et l'une de ces dernières (au nom prévu "La Formule") m'occupant sur quatre jours consécutifs et se scindant en quatre autres[541](**)... par moments il me semblait que je n'allais jamais terminer — et puis non, ça a fini par converger[542](***). Je laisse pour compte pour le moment une dizaine de pages décidément trop raturées, qui sont à refaire, et les notes de bas de page des deux dernières notes ("Le partage" et "L'Apothéose") que je rajouterais ultérieurement. Pour le moment ça suffit comme ça ! Quitte à revenir plus tard sur "l'intendance", j'ai hâte d'en terminer, et de dire T104 sans plus attendre ce que je vois encore de substantiel a dire, sur le chapitre des "quatre opérations".

Je distingue dans l'Enterrement deux "aspects" ou "niveaux" intimement reliés, mais néanmoins distincts. Ils sont assez nettement séparés (à mes yeux tout au moins) par un *seuil.*

Il y a d'une part l'aspect "vent de la mode" (allant parfois jusqu'à ce "souffle de dérision" dont j'ai eu occasion plus d'une fois de parler dans Récoltes et Semailles). Il se manifeste surtout par ce que j'ai appelé ailleurs[543](*) des "attitudes de rejet automatiques — de* attitudes coupant court souvent aux simples réflexes de bon sens mathématique, et s'exerçant à l'encontre de certains et de leurs contributions mathématiques,. Il s'agit en l'occurence de moi, et de quelques autres qui sont classés (parfois malgré tous les efforts de l'intéressé pour se démarquer de moi) comme ayant "partie liée" a moi. Dans mon cas, il n'a pas été possible, certes, de "rejeter" (ou "enterrer") *tout* ce que j'ai apporté, alors qu'une bonne partie était déjà entrée dans le domaine commun d'usage quotidien, dès avant mon départ de la scène mathématique en 1970 [544](**). Il est vrai pourtant (et j'en fais le constat pour la première fois dans la note "Mes orphelins" d'il y a un an (note n° 46)) que de loin la plus grande partie de mon œuvre écrite ou non écrite sur le thème cohomologique

[540](*) Voir la note de même nom, n° 77′.

[541](**) (1 juin) Lesquelles sont devenues six depuis @

[542](***) (1 juin) Une "convergence" toute provisoire d'ailleurs, puisque la note "L'Apothéose" a fini par éclater en une treintaine de notes, sous-notes etc. distinctes, faisant bien dans les 150 pages à elles seules 1

[543](*) Dans la note "Le Fossoyeur — ou la Congrégation toute entière", n° 97.

[544](**) II est vrai pourtant que même certaines des idées et techniques qui étaient entrées déjà dans l'usage "quotidien" (tout au moins dans le cercle limité de mes élèves et proches collaborateurs) ont été enterrée ? dès mon départ. On peut dire qu'il en a été ainsi notamment de l'outil cohomologique A-adique, que j'avais développé en grand détail dans SGA 5 (à partir des résultats-clefs de SGA 4). Il a été maintenu sous le boisseau par mes élèves cohomologistes, Deligne en tête, pour être exhumé sous la forme et dans l'esprit que je sais en 1977.

a été enterrée, par les soins de mes élèves en tout premier lieu, dès les lendemains de mon départ. (Certains des thèmes que j'avais introduits ont été exhumés quatre, sept ou douze ans plus tard sans mention de ma personne — mais là nous touchons déjà au "deuxième niveau"...)

On peut certes regretter de tels automatismes de rejet, allant parfois à l'encontre de la simple délicatesse et du respect dû à autrui, et étranger dans tous les cas au bon sens et aux facultés de discernement mathématiques. On peut le regretter d'autant plus, quand il frappe de jeunes mathématiciens aux moyens parfois brillants, quand la "morsure du dédain" éteint une joie et dénature ce qui avait été une belle passion, dans l'amertume d'investissements qui apparaissent comme gâchés (suivant les consensus qui font loi...). Et on peut le regretter aussi, quand ce rejet frappe des idées simples et fécondes qui ont 1105
amplement fait leurs preuves, pour faire surgir du néant des outils puissants que de nos jours "tout le monde" utilise sans y regarder à deux fois. Dans le premier cas (celui d'une vocation dévastée) le dommage a des chances d'être irréversible, mais non dans le second — car tôt ou tard, les idées simples et essentielles, celles qui "sont sur le chemin", finissent par apparaître ou par réapparaître, et par faire partie du patrimoine commun. Quoi qu'il en soit, on ne peut raisonnablement vouloir obliger quiconque a penser *bien* d'une personne, ou d'une œuvre, ou d'une idée, dont (pour une raison qui ne regarde que lui) il a envie de penser *mal*, ou de carrément l'oublier. Ce genre de question relève, certes, et de façon délicate et essentielle, de "l'éthique" personnelle, mais on ne peut en faire, il me semble, une question d'"éthique scientifique" collective ; ou si on s'y essayait, il est à craindre que le remède ne soit pire que le mal...

Le deuxième "aspect" ou "niveau" par contre auquel je faisais allusion, est celui justement où se trouve enfreint une telle éthique collective. Le *seuil* dont je parlais, est un *consensus* qui, pour autant que je sache, a été universellement accepté dans toutes les sciences, depuis que cellesci font l'objet de témoignages écrits. Il s'agit du consensus qui stipule que nul n'est censé présenter comme siennes les idées[545](*) qu'il a prises chez "débiner"...). 1106

[545](*) Quand je parle ici d'"idées", il est bien entendu qu'il ne s'agit nullement, en mathématiques, des seuls "résultats". Souvent, une simple question bien posée, et qui touche un point crucial que personne avant n'avait su voir, est plus importante qu'un "résultat", même ardu. Il en est ainsi encore, même si cette question ne s'est pas condensée encore en un *énoncé* précis, qui en constituerait un embryon de réponse hypothétique, voire une réponse (encore conjecturale) plus ou moins complète. Il est entendu que dégager un tel énoncé a partir d'une question d'abord floue est une part essentielle et créatrice du travail mathématique. Présenter la version élaborée d'une question (peut-être profonde) en cachant la provenance de celle-ci (alors même que l'élaboration serait du cru du présentateur-prestidigitateur), tout comme de taire la provenance d'un énoncé en forme profond, sous prétexte qu'on en présente une démonstration, est du plagiat tout autant que de présenter comme sienne une démonstration prise chez autrui.

La même chose vaut pour l'introduction de *notions* fécondes, plus cruciales encore, souvent, que les bons énoncés — car la question des "bons énoncés" ne se pose que lorsqu'on a su déjà dégager les bonnes notions. Ici encore, prendre prétexte qu'on a modifié, voire même amélioré une notion prise chez autrui, pour en cacher la provenance, est une malhonnêteté tout autant, que si on "emprunte" la notion rie varietur. Le plus souvent, c'est le premier pas : soulever une question (même vague encore), proposer un énoncé ou une notion (même imparfaits et provisoires), qui est le pas crucial, et non les améliorations (en précision, en étendue, en profondeur) qu'on y apporte. Mais alors même qu'il n'en serait pas ainsi, ce ne peut pas pour autant être pris comme une "raison", pour celui qui ferait œuvre originale en améliorant ce qu'il a reçu, Comme je l'ai déjà souligné ailleurs (dans la sous-note n* 106 de la note "Le muscle et la tripe (yang enterre yin (1))", n° 106), la "valeur" d'un énoncé conjectural ne dépend ni de sa difficulté présumée, ni de son caractère plus ou moins "plausible", ni du fait si cet énoncé s'avérera vrai ou faux. De toutes façons, la "valeur" qu'on est disposée à accorder à une idée mathématique (qu'elle s'exprime dans une question, dans un énoncé, dans une notion, ou dans une démonstration) ou a un ensemble d'idées, est dans une large mesure subjective et ne peut guère faire l'objet d'un consensus d'éthique scientifique, C'est pourquoi un scientifique honnête indiquera la provenance de *toutes* les idées qu'il utilise (explicitement ou tacitement) et qui ne font pas partie du "bien connu", sans se laisser aller à la pente qui consiste à taire la provenance de telle idée dont il aurait décidé en son for intérieur (et pour les besoins peut-être d'une cause douteuse. . .) qu'elle était de toutes façons "évidente", "triviale", "sans importance" (ou autres qualificatifs de la même eau).

autrui. Ce consensus nous fait obligation, par suite, d'indiquer la provenance des idées que nous présentons, utilisons ou développons, chaque fois, du moins, que ces idées ne sont pas de notre crû ni du patrimoine commun, connu déjà (non pas par trois ou quatre initiés, mais) par *"tous"* .

Je ne me rappelle pas avoir jamais entendu mettre en cause ce consensus. Du temps où je faisais partie du milieu mathématique, entre les années 1948 (jeune débutant de vingt ans venant assister aux cours de cartan à l'Ecole Normale Supérieure) et 1970 (quand j'ai quitté la scène mathématique), je n'ai eu l'occasion que très rarement, et chez un seul collègue et ami un peu négligeant sur ce chapitre[546](*), d'être témoin ou seulement d'être informé d'une entorse patente à ce consensus, ou principe. Comme je le souligne d'ailleurs dans la première partie de Récoltes et Semailles (dans la section "Un secret de Polichinelle bien gardé", n° 21), le respect de ce principe n'est nullement une chose qui irait de soi, chez toute personne possédant un minimum d'honnêteté et de respect de lui-même. Il y faut au contraire une grande vigilance, car des réflexes invétérés depuis l'enfance nous poussent tout naturellement à surestimer nos propres mérites, et à confondre un travail d'assimilation en nous d'idées provenant d'autrui, avec la conception — même de ces idées — chose qui n'est pourtant absolument pas du même ordre. En écrivant la section citée il y a plus d'un an, je n'étais d'ailleurs visiblement pas au clair encore avec moimême sur l'importance qu'il convient d'accorder à ce consensus. Il y avait alors un certain flou dans mon esprit
(dont je ne me rendais pas clairement compte à ce stade de la réflexion@ en relation à 1107
ce sentiment diffus qu'une stricte exigence *vis-à-vis* d'*autrui* (par exemple vis-à-vis de mes propres élèves) pour le respect de ce principe dans leur relation à moi, était le signe d'un manque de générosité, d'une petitesse indigne de moi. Il y avait donc à ce moment une *ambiguïté* en moi, que je n'ai décelée clairement que dans la réflexion de la note du 1 juin, de même nom (n° 63″). Cette réflexion a entièrement dissipé cette ambiguïté, qui @je m'en suis rendu compte alors) avait pesé lourdement sur ma relation à mes élèves, depuis les

pour cacher ce qu'il a reçu (ou, ce qui peut revenir au même, pour le

[546](*) Il est question du cas de ce collègue en passant, dans la première partie de R et S, dans la section citée dès la phrase suivante. Avec le recul de plus d'une année, ce "cas" prend d'ailleurs un poids, que je ne lui avais pas accordé auparavant.

débuts (aux débuts des années soixante) jusqu'à l'an dernier encore. J'ai compris qu'une rigueur dans l'exercice du métier de mathématicien (ou, plus généralement, de scientifique), signifie en tout premier lieu une grande vigilance vis-à-vis de soi-même, dans le respect de ce consensus crucial entre tous, mais aussi une égale exigence vis-à-vis d'autrui, et à plus forte raison, vis-à-vis de ceux que nous avons charge d'initier au métier qui est le nôtre.

Avec chaque année qui passe, je comprends mieux à quel point ce métier est *autre chose* qu'un certain savoir-faire technique seulement, ni même la capacité de faire œuvre d'imagination pour résoudre des problèmes réputés difficiles. D'une certaine façon, je le savais bien et depuis toujours — mais je sous-estimais l'aspect "éthique", ou encore *collectif*[547](*), comme quelque chose qui était censée "aller de soi" entre gens de bonne foi et de bonne compagnie. De cette façon, j'étais prêt pour "l'ambiguïté*" dont j'ai parlé, et qui était aussi (sous couvert d'une fausse "générosité") une complaisance vis-à-vis de mes élèves et assimilés, et de façon plus cachée encore, une complaisance à *moi-même*.

J'ai quitté ce milieu de "gens de bonne foi et de bonne compagnie", qui avait été aussi *mon* monde, auquel j'avais été heureux de m'identifier. Y hasardant un coup d'œil un peu circonstancié (dans les semaines qui ont suivi le 19 avril l'an dernier) j'y ai trouvé, moins de quinze ans après l'avoir quitté, une *corruption* comme je n'aurais jamais su l'imaginer même en rave. C'est un mystère pour moi quel *sens* cela peut encore avoir de "faire des 1108
maths" en tant que membre de ce monde-là — si ce n'est uniquement comme le moyen d'un *pouvoir*, ou (pour les statuts modestes) celui d'assurer une *pitance* sous des conditions matérielles, ma foi, confortablement (quand on a la chance d'être déjà "casé" tant bien que mal...).

a. (22 mars) Pour le dire plus crûment, il y a dans l'Enterrement le niveau "mode", et le niveau "escroquerie". Peut-être que je retarde simplement, et que ce qui était regardé comme escroquerie "de mon temps" est devenu de nos jours chose parfaitement admise et honorable, du moment que ceux qui le pratiquent fassent partie du beau monde. Peut-être le "seuil" a-t-il disparu depuis belle lurette ?

Le "deuxième niveau" consiste en *une seule et vaste opération d'escroquerie*, visant la totalité de mon œuvre sur le thème cohomologique, et après elle, celle de Zoghamn Mebkhout, l'imprudent continuateur, élève pothume, obscur et obstiné du maître enterré. Le grand chef d'orchestre de l'opération a été un autre élève, nullement posthume mais par contre occulte, ça oui, jouant sur un rôle tacite d'"héritier" de mon œuvre, tout en désavouant et débinant et l'œuvre, et l'ouvrier. C'est mon ami *Pierre Deligne*. Ses zélés lieutenants n'ont été nuls autres que les quatre élèves qui, avec lui, avaient opté pour la

[547](*) je n'entends pas dire ici que l'aspect "éthique" d'une situation soit toujours, en même temps, un aspect "collectif", touchant à la relation d'une personne à un groupe (en l'occurence, un groupe de "collègues" ou de "congénères"). Il en est pourtant bien ainsi dans le cas du "consensus" que je suis en train d'examiner.

Conformément aux conditionnements particuliers qui ont façonné ma vision des choses depuis l'enfance, jfai eu tendance, jusqu'à l'an dernier encore, à sousestimer (voire même, à ignorer) ce qui est collectif, en faveur de ce qui est personnel. L'aspect "aventure collective" dans mon "aventure mathématique" personnelle m'est apparu clairement l'an dernier, tout d'abord dans la section "L'héritage de Galois" (n° 7), mais surtout dans les sections de la fin de la première partie de R et S, "L'aventure solitaire" et "Le poids d'un passé" (n°s 47, 50).

filière "cohomologie" : J. L. *Verdier*, L. *Illusie*, P. *Berthelot*, J. P. *Jouanolou.* Le défunt est décidément bien entouré, tant par le codéfunt[548](**) partageant avec lui des honneurs de l'Enterrement, que par ceux qui, de son "vivant", furent ses proches — Comme croquemorts d'appoint, venant prêter main forte dans le double Enterrement, mis en scène par le Grand Chef, je vois sept autres mathématiciens "de renommée mondiale" (pour reprendre les termes d'un certain placard publicitaire[549](*)), apparus épisodiquement au 1109
cours de la cérémonie Funèbre passée en revue dans l'album de famille (dit aussi "Les quatre opérations"). Ce sont (par ordre d'importance dans la Cérémonie) B. *Teissier*, A. A. *Beilinson*, J. *Bernstein*, J. S. *Mi*1*ne*, A. 0*gus*, K. Y. *Shih*, N. *Kat*2 .

J'ai fait là le tour des mathématiciens qui me sont connus pour avoir participé *activement* à l'opération "Enterrement" à un titre ou un autre. Il y en a douze[550](**). Pour les quatre derniers nommés, je ne puis préjuger de leur mauvaise foi, d'après les faits qui me sont connus. Je considère que leur responsabilité n'en est pas moins engagée tout autant que celle des autres. Car s'ils se sont plus à ignorer ce qu'ils faisaient, c'était là un choix, qui ne les relève nullement de leur responsabilité dans leurs actes.

Pour ce qui est des participants par connivence directe, je serais certes bien incapable d'en dresser une liste même incomplète, ou de faire une estimation de leur nombre, sûrement d'une toute autre magnitude. Qu'il me suffise de rappeler que parmi ceux-ci il y a tous les participants au "mémorable Colloque" de Luminy de juin 1981 (dit Colloque Pervers), et également tous ceux, parmi les lecteurs du volume baptisé "SGA 4*a", qui étaient tant soit peu au courant du sens du sigle SGA — et qui ont "laissé courir".

Je vois deux textes écrits, qui témoignent entre tous d'une *disgra* — c e dans la mathématique des années soixante-dix et quatre-vingt, comme il n'y en a sans doute eu de semblable dans l'histoire de notre science. Dans l'un de ces textes, la disgrâce éclate dans le nom déjà qu'il s'est donné, qui est en lui-même une imposture (de génie. . .) : le texte nommé "SGA 4*s" (comme sigle de référence courant), et aussi "Cohomologie Etale" — par p. Deligne, avec la "collaboration" (entre autres et en plus de L. Illusie et J. L. Verdier)

[548](*) La présente note "L'album de famille" formait initialement la suite immédiate de la note précédente "Le seuil", écrite le même jour (le 22 mars). Cette partielà forme à présent la partie a. ("Un défunt bien entouré"), à laquelle se sont rajoutées les 10 et 11 juin deux autres parties, b. ("Des nouvelles têtes — ou les vocalises") et c. ("Celui entre tous — ou l'acquiècement"). La note suivante "L'escalade (2)" (n° 174), du 22 mars à nouveau, enchaîne directement sur la partie a. (du même jour) de la présente note. Les notes de b. de p. aux parties b. et c. sont du 13 et 14 juin. Enfin, une dernière partie d. ("La dernière minute — ou fin d'un tabou") a été rajoutée le 18 juin.

[548](**) A vrai dire, il n'y a pas un, mais *quatre* "codéfunts" dont j'aie connaissance, qui font l'objet des quatre notes-cercueils (cercueils 1 à 4) n°s 93-

[549](*) II s'agit de la plaquette jubilaire de l'IHES éditée en 1983 pour le vingtcinquième anniversaire de sa fondation. Voir à ce sujet les notes Eloges Funèbre (1)(2@ (n°s 104, 105) et plus particulièrement la page 454.

[550](**) Le même "douze" que dans la section (de la première partie de R et s) "Jésus et les douze apôtres", passant en revue tous les élèves qui ont travaillé avec moi jusqu'au niveau d'une thèse de doctorat d'état. Il est vrai que parmi les participants actifs à mon Enterrement, mais cette fois du coté entreprise de Pompes Funèbres Springer GmbH (au lieu de la Congrégation des fidèles), il y a encore le Dr. K. F. Springer (co-directeur de l'estimable établissement) et les Drs K. Peters et M. Byrne, dont il sera question dans une note ultérieure (n° 175). Et de quinze !

de A. Grothendieck[551](***). Le deuxième texte est constitué par les Actes du Colloque de 1110
Luminy de juin 1981, et plus particulièrement et surtout, par le premier volume, constitué par l'Introduction au Colloque (signé B. Teissier et J. L. Verdier) et par l'article principal du Colloque (signé A. A. Beilinson, J. Bernstein, P. Deligne).

Ce serait une chose sûrement bienfaisante pour tous, et à l'honneur de la génération de mathématiciens qui a toléré de telles disgrâces, si *un* au moins parmi ceux qui y ont directement contribué, à un titre ou à un autre, trouve en lui-même la simplicité et le courage de faire des excuses publiques — ou mieux encore, de s'expliquer publiquement sur ce qui s'est passé, en ce qui 1 e concerne. Mais c'est là sans doute trop espérer.

Comme c'est trop espérer aussi sans doute, que J. L. Verdier cesse d'occuper, a l'Ecole Normale Supérieure, la place qui avait été celle de Henri Cartan. C'est sûrement la position-clef en France, pour la formation de la "relève" en mathématique. Quand j'ai appris, il y a déjà longtemps, que Verdier avait été promu à ce poste, lui qui avait été un de mes élèves et que j'avais en affection, je m'en suis senti moi-même honoré (et en même temps, secrètement flatté). Je n'ai pas été effleurée par le moindre doute, alors, que Verdier ne remplisse parfaitement le rôle qui avait été celui de Cartan, vis-à-vis des jeunes gens les plus motivés pour la mathématique, qui apprendraient parfaitement leur métier à son contact. Si je vois aujourd'hui (et depuis des années déjà, mais jamais avant avec une aussi brutale évidence) que je me suis trompé et si je le dis ici clairement, ce n'est pas pour charger d'approbre lui ou quiconque. J'estime qu'il s'est disqualifié pour diriger des recherches. Ce disant, je ne récuse pas ma part de responsabilité, pour avoir mal enseigné (à lui comme à tous mes autres élèves) ce métier que j'aimais, et que je continue à aimer.

b. (10 juin) Deux mois et demi ont passé depuis que j'ai écrit le début de la présente note "L'album de famille". Je ne me doutais pas, certes, qu'il me faudrait encore y revenir, suite à de nouveaux rebondissements de l'enquête sur l'Enterrement. C'est surtout l'éclatement de la modeste "apothéose" en cinq ou dix pages que je venais alors d'écrire, en une grandiose Apothéose à majuscules, de cent cinquante pages bien tassées, qui m'a fait découvrir, dans la foulée, des "têtes nouvelles", lesquelles doivent avoir leur place dans l'album de famille. Il y a eu également des têtes déjà familières, dont il est apparu qu'elles font ellef aussi partie de la légion de ceux qui ont participé activement, au niveau "escroquerie", à "l'opération Enterrement". Je les repasse en revue ici "pour mémoire", et pour être sur aussi que chacun 1111
des intéressés se sente en bonne compagnie (mais c'est là sûrement chose faite depuis belle lurette. . .), j'insère les photos nouvelles venues dans l'ordre où elles se sont signalées à mon attention.

Il y a tout d'abord, du côté de la maison Springer Verlag GmbV, K. F. *Springer* (un des co-éditeurs de la maison), K. *Peters*, et Mme C. M. *Byrne*. Je donne des précisions dans la note plus bas "Les Pompes Funèbres — "irri Dienste der Wissenschaft" " (n° 175). Au moment d'écrire le début de la présente note, le 22 mars, je venais de recevoir depuis quelques jours la lettre de K. F. Springer (datée du 15 mars) qui a dissipé mes derniers doutes sur l'esprit qui règne dans l'estimable maison de Pompes Funèbres, fidèle à sa devise

[551](***) Au sujet du sens de cette "collaboration", qui fait partie de la mystification montée par Deligne, voir la note "Le renversement" (n° 68′).

“Au service de la Science”.

Du côté Apothéose (via l’enterrement de l’inconnu de service), j’ai eu connaissance des contributions de M. *Kashiwara*, R. *Hotta*, J. L. *Brylinski*, B. *Malgrange*, G. *Laumon*, et R. *Remmert*, sans compter un *référée anonyme* dont la mauvaise foi ne peut faire de doute ; mais il est vrai que si on se met à faire le compte des référées complaisants d’articles ou de livres véreux, liés de près ou de loin à l’Enterrement, il y faudrait sûrement un nouvel album. Egalement, il y a réapparition de mon vieil ami N. Katz, cette fois-ci dans un contexte tel que la présomption de bonne foi (relative, tout au moins) que je gardais à son égard, s’évanouit. Cela porte à quatorze (et quinze, en comptant le fameux référée anonyme) le nombre des mathématiciens, tous de notoriété internationale, qui me sont connus pour avoir participé activement à un titre ou à un autre à la mystification-escroquerie dite “du Colloque Pervers”. Pour des détails dûment documentés a ce sujet, je renvoie a l’Apothéose, et plus particulièrement aux notes “. . . et l’aubaine”, “Le jour de gloire”, “La maffia”, “carte blanche pour le pillage — ou les Hautes Œuvres” (n°s 171 (iiiï (iv), 171, 171).

Enfin, du coté de l’opération “Motifs”, efet apparu (mieux vaut tard que jamais), un peu à l’écart du gros peloton, un autre de ceux qui furent mes élèves. Après coup je me suis vu quasiment contraint de le compter (comme sixième) au nombre de mes élèves “cohomologistes”, même si “de mon temps” il n’avait pas la moindre idée de ce que c’est que la càhomologie. Il s’agit de Neantro Saavedra Rivano, qui, visiblement, a été utilisé (de son plein gré, certes) comme un “pion” entre les mains d’autrui, plutôt qu’il n’a agi pour son propre compte. Ses aventures, aux prises avec Monsieur Verdoux (déguisé en “cavalier
servant “), ont été reconstituéesau fil des pages dans la suite de notes “Le sixième clou (au 1112
cercueil)” (n°s 176 à 176 ï, du 19 et 20 avril (sauf la dernière, qui reste encore à écrire). Du. coup, cela porte aussi à six (sur douze) le nombre de ceux parmi mes élèves “d’avant” qui ont participé activement à l’Enterrement du maître. La part prise dans cet Enterrement par Saavedra se distingue en ceci, que l’opération “Catégories tannakiennes (sic)” dont il a été partie prenante, est la première opération de grande envergure, visant a escamoter la paternité d’une partie importante de mon œuvre et de la philosophie que j’avais développée (dans le sillage et à l’occasion de celle des motifs, en l’occurence).

En tenant compte des nouveaux arrivants dans l’album, et mettant a part la contribution Springer-pompes-Funèbres, pour ne retenir que celles provenant de la Congrégation des Fidèles, cela porte à dix-neuf[552](*) le nombre de mathématiciens notoires qui me sont connus pour avoir participé activement à l’Enterrement, au niveau de ce qu’on appelait de mon temps une opération d’escroquerie. Parmi ces participants, il y en a trois seulement, savoir les trois co-signataires avec P. Deligne du “mémorable volume” Lecture Notes 900, dont la mauvaise foi ne me paraît pas acquise.

Cette liste est d’ailleurs loin d’épuiser l’ensemble de mes collègues et/ou anciens élèves ou amis, qui à un titre ou un autre et de façon plus ou moins active ont participé a mes obsèques, sans pour tant aller jusqu’à s’associer à une escroquerie caractérisée. J’en ai relevé une trentaine, dont la plupart ont été évoqués déjà au cours de ma réflexion sur

[552](*) Vingt, en comptant le fameux référée anonyme.

l'Enterrement ; en comptant les précédents, ça fait la cinquantaine bien tassée — et ce ne sont là, encore, que ceux dont j'ai eu connaissance comme malgré moi jusque dans ma lointaine retraite, au cours des huit ou neuf dernières années, ou ceux qui se sont imposés à mon attention au cours d'une enquête qui, de propos délibéré, est restée des plus limitées.

Ces chiffres à eux seuls sont déjà éloquents, et viennent étayer de façon imprévue l'impression que s'était déjà imposée à moi dès l'an dernier, à savoir, que l'Enterrement de mon œuvre et de ma modeste personne n'est pas l'entreprise d'un seul, ni d'un groupe strictement limité (tel celui de mes élèves d'avant mon départ, ou celui de mes "élèves cohomologistes"), mais bien une entreprise collective, au niveau de "la Congrégation toute entière" ; ou tout au moins, au niveau de la partie l'establishment mathématique qui avait été témoin 1113
et partie prenante de l'essor et de l'épanouissement de mon œuvre de géomètre entre 1955 et 1970. Mon départ en 1970 a été le signal, dans cette partie-là de la mathématique tout au moins, d'une *réaction de rejet* immédiat et draconien vis-à-vis des mathématique "grothendieckiennes", ressenties comme symbole et comme incarnation de "la mathématique au féminin"[553](*) : celle ou la vision constamment précède et inspire l'aspect technique, où les difficultés constamment se résolvent au lieu d'être tranchées, où le contact constant avec l'unité profonde dans l'apparente disparité des choses, permet à chaque instant de déceler ce qui est essentiel dans la masse amorphe de l'accidentel et de l'accessoire. Du même coup, mon départ a été le signal aussi d'un arrêt spectaculaire de tout travail conceptuel, ou pour mieux dire, d'une mise *hors la loi* de tout tel travail, soudain frappé de dérision, sous prétexte "d'approfondissement".

Ainsi, mutilant le travail de création mathématique d'un de ses "versants" essentiels, le versant "yin" ou "féminin", c'est à une stupéfiante "verflachung", à un "aplatissement", à un "dessèchement" du travail mathématique qu'on a abouti[554](**). La chose s'est faite (m'a-t-il semblé*) par un virage brutal et draconien, pratiquement du jour au lendemain, c'est une chose à tel point étrange, à tel point inouïe, qu'elle paraît incroyable. Il m'a fallu plus d'une année de réflexion intensive sur l'Enterrement, pour finalement appréhender ce qui s'est passé et me rendre à l'évidence. J'ignore s'il y a eu un virage comparable, en ces dernières années ou décennies, ou à toute autre époque, dans une branche de la science, ou de toute autre activité humaine mettant en jeu (entre autres forces) nos capacités créatrices.

Mais je reviens à mon album. Il m'a paru utile d'inclure ici les noms de ceux, à part ceux déjà nommés tantôt, dont la participation à l'Enterrement ne fait pour moi aucun doute. Je ne suis pas convaincu d'ailleurs qu'aucun d'entre eux me veuille du mal, et il y a en a plus d'un parmi eux, sûrement, qui éprouve

(*ï Au sujet de ces réactions de rejet vis-à-vis d'un certain style d'approche de la mathématique, voir les notes "Le muscle et la tripe (yang enterre yin (1))", "Les obsèques du yin (yang enterre yin (4))", "La circonstance providentielle — ou l'Apothéose", "Le désaveu (1) — ou le rappel", "Le désaveu (2) — ou la métamorphose" (n°s 106, 124, 151, 152, 153). J'essaye de cerner certains des traits marquants de "la mathématique au féminin", parallèlement aux traits complémentaires "masculins", dans les notes "La mer

[554](**) Pour une amorce de constat au sujet de cet "aplatissement", voir la note "Les détails inutiles" partie (c), "Des choses qui ressemblent à rien — ou le dessèchement" (note n° 171 (v)).

qui monte. . .", "Les neuf mois et les cinq minutes", "La flèche et la vague", "Frère et époux — ou la double signature", "Yin le Serviteur, et les nouveaux maîtres", "Yin le Serviteur — ou la générosité" (n°s 122, 123, 130, 134, 135, 136). même à mon égard des sentiments 1114
de sympathie, voire d'affection (répondant à des sentiments similaires en moi-même). Il nfy en aura peut-être pas un seul parmi eux, qui ne sera sincèrement surpris d'entendre parler d'un "Enterrement" qui aurait eu lieu de ma personne et de mon œuvre, et encore plus, d'apprendre qu'il est censé y avoir participé d'une façon ou d'une autre. Le fait qu'il soit nommément désigné ici aura déjà cet effet (bienvenu pour moi) de l'informer à ce sujet, et (s'il y est lui-même intéressé) de donner ainsi l'occasion d'une explication entre nous. Je suis bien sûr à l'entière disposition des intéressées, pour donner toutes précisions au sujet de ce que j'ai perçu (à tort ou à raison) comme une participation à mon enterrement, directement ou par "co-enterrés" interposés. Il n'est pas question pour moi de mettre en cause la bonne foi et l'honnêteté professionnelle d'aucun d'eux[555](*), et pour plus d'un je puis même ajouter que leur entière bonne foi et leur honnêteté sont pour moi au dessus de tout soupçon.

@*) (16 juin) Suite à de nouvelles informations qui viennent de me'parvenir, cette présomption de bonne foi s'évanouit dans le cas de A. Borel. D'après une correspondance entre lui et Z. Mebkhout de l'an dernier, à l'occasion d'un séminaire sur la théorie des 3@-Modules dirigé par Borel à Zurich, il m'était connu déjà que Mebkhout l'avait informé du fait qu'il était l'auteur de l'équivalence de catégories centrale dans la théorie (dite "de RiemannHilbert"), en lui indiquant les références précises et en lui envoyant tous ses travaux, où Borel pouvait se convaincre aisément de la réalité des faits. Cela n'a pas empêché Borel de le traiter avec la condescendance (voire la discourtoisie) de rigueur. Dans un Colloque qui vient d'avoir lieu à Oberwolfach sur ce même thème (Algebraic theory of Systems of partial différentiel équations, Oberwolfach 9–15 juin 1985), où Borel a fait les trois premiers exposés introductifs (sous le titre "Algebraic theory of 3@-Modules"ï, préparant le terrain pour le "théorème du bon Dieu", *le nom de Mebkhout n'a pas été prononcé* dans aucun de ces exposés, ni d'ailleurs dans aucun des exposés suivant (sauf une unique "référence-pouce" en passant, dans l'exposé de Brylinski). Par le compte rendu que je viens d'en avoir par Mebkhout, ce Colloque, où Borel jouait les chefs d'orchestre (en lieu et place de Deligne, lequel n'était pas de la fête), a été une véritable *réédition du Colloque Pervers* qui avait eu lieu quatre ans auparavant. Il y avait "la maffia" quasiment au grand complet : Verdier, Brylinski, Laumon, Malgrange et même (cette fois) Kashiwara (lequel avait déjà un rôle de premier plan dans le séminaire de Zurich, nonobstant les informations circonstanciées que Mebkhout avait communiquées a Borel au sujet du personnage). Inutile de dire que (pas plus qu'au séminaire de Zurich) il n'a été jugé utile de demander à Mebkhout de faire un exposé, et que (mises à part des interventions occasionnelles de ce même Mebkhout, tombant dans un froid glacial) le nom de l'ancêtre n'a pas été prononcé (à part quand même sa présence dans le malencontreux "groupe de Grothendieck"). La théorie de bidualité continue toujours à y porter le nom de "dualité de Verdier", y compris dans les exposés de Borel. Mebkhout lui avait pourtant rappelé avec insistance l'an dernier déjà que cette bidualité avait été copiée sur l'exposé I de SGA 5 — mais apparemment Borel a développé une allergie contre un certain style et contre un certain absent, allergie qui lui

interdit de tenir compte de ce genre de références... Il s'est fait d'ailleurs partie prenante de la même escroquerie dans son livre "Intersection Homology" (Birkhauser Verlag, 1984), 1115
paru *après* que Mebkhout lui ait signalé la supercherie de Verdier.

J'avais gardé vis-à-vis de Borel une présomption de bonne foi jusqu'à la limite du possible, l'ayant bien connu dans les années cinquante, quand nous faisions partie l'un et l'autre du groupe Bourbaki et y travaillions en commun. Il est le premier, parmi les membres de ce que je considère véritablement comme "mon milieu d'origine" dans le monde mathématique, dont je doive constater aujourd'hui, sans possibilité de doute, la participation directe, et au niveau "escroquerie", à l'Enterrement.

Plutôt que de dresser stupidement une liste par ordre alphabétique (chose qu'un ordinateur ferait mieux que moi), je préfère donner les noms des f. idèles, faisant chorus à mes Obsèques, dans un ordre chronologique approximatif ; non pas en fonction des moments de leur apparition à la cérémonie Funèbre (lesquels ne me sont pas connus, le plus souvent), mais de ceux où j'ai pris clairement connaissance de leur participation. Je mettrai à part, d'autre part, l'ensemble de mes élèves[556](*). Exception faite de la seule Mme Hoang Xuan Sinh, travaillant au Vietnam et décidément un peu loin pour prêter main forte à mon Enterrement, il n'y a pas un seul ou une seule de mes élèves qui, d'une façon ou d'une autre, n'y ait participé. Je me suis déjà expliqué à ce propos dans la note "Le silence" (ne 84) et au début de la note "Cercueil 1 — ou les 5)-Modules reconnaissants" (n° 93), et ce n'est pas ici le lieu d'y revenir, c'est dans le cas de chacun de mes élèves qu'une explication approfondie sur ce qui s'est passé me paraît le plus souhaitable.

Les "chorus à mes Obsèques" se placent dans les diapasons les plus diversJ'en ai repéré quatre principaux, lesquels me font un Enterrement polyphone de première classe et de grand style 1 II y a le *boycott* "discret et efficace" opposé à toute velléité de développement de mathématiques à l'odeur grothendieckienne. Il y a la *discourtoisie* et le manque de délicatesse, comme je n'en avais pas rencontré dans le monde mathématique avant mon départ ; dans un ou deux cas extrêmes il prennent la forme d'une dérision a peine voilée. 1116
Il y a le *propos délibéré d'ignorer* ou de minimiser l'influence de mes idées et points de vue dans son œuvre personnelle, ou dans telle partie de la mathématique contemporaine, dans des cas où cette influence est pourtant évidente et cruciale, ou d'attribuer à un tiers des résultats ou idées qui me sont dûs sans possibilité de doute. Enfin, *ilya* l'*attitude* (dite *"de* l'*autruch* e"@, chez celui qui se trouve malencontreusement confronté à une escroquerie qui crève les yeux, de se cacher la tête dans le sable et de faire celui qui n'a rien vu ni senti.

Inutile de dire que dans le choeur des fidèles, il en est plus d'un qui vocalise sur plusieurs diapasons a la fois.

Tout ceci dit, voici enfin la liste promise[557](*) venant étoffer notre album de famille : B.

---

[556](*) Quand je parle ici de "mes élèves", j'entends ici ceux qui ont travaillé avec moi au niveau d'une thèse de doctorat et qui (a l'exception de Deligne) ont fait une thèse de doctorat avec moi. Il y en a quatorze (dont deux "après mon départ"), passés en revue dans la note "Jésus et les douze apôtres" (n° 19).

[557](*) Je n'ai pas inclus dans cette liste les noms des huit élèves "non cohomologistes", qu'on trouvera dans la note (n° 19) déjà citée, ensemble avec les noms des élèves cohomologistes déjà passés en revue plus haut.

Eckmann, A. Dold, N. A. Campo, B. Mazur, V. Poenaru, D. B. A. Epstein, P. Cartier, D. Quillen, N. Kuiper, R. D. Mac Pherson@ H. Hironaka, F. Hirzebruch, J. Tits, S. S. Chern, M. Artin, R. P. Langlands, G. C. Rota, C. Goulaouic, W. Fulton, A. Borel, J. Tate, J. P. Serre.

c. (11 juin) Je me suis senti un peu idiot, hier soir, en tapant cette liste de noms, alors que chacun des noms alignés là bêtement évoquait, à lui seul, tout un riche nuage d'associations, dont rien ici ne transparaît. Mais il ne peut être question ici de m'arrêter sur chacun de ces noms et sur ce qu'il évoque — il y faudrait un autre volume, alors que J'ai hâte d'en terminer avec celui-ci ! Je m'excuse auprès des intéressés de les "coller" ainsi, un 1117
peu cavalièrement, dans un "tableau" de présence (à mon Enterrement) pas très inspirant. Il est vrai que la plupart d'entre eux ont déjà été évoqués à un titre ou un autre ici ou là au cours de Récoltes et semailles, même si ce n'était pas forcément en tant que participant à mes Obsèques. Il y en a quatre qui font partie de mes amis du groupe Bourbaki, et auxquels j'étais lié de façon étroite, par le travail et (pour deux d'entre eux) par des liens d'amitié,'il y a déjà trente ans et plus. Il en est neuf autres encore, dans cette liste lapidaire, auxquels je me suis senti lié par des sentiments d'amitié chaleureuse, et qui ne sont pas éteints au moment encore où j'écris ces lignes. Mais plus d'une fois, au cours des années écoulées, me trouvant confronté à tel d'entre ces amis d'antan, où à tel de ceux qui furent mes élèves, j'ai été saisi par cette impression étrange, que* celui vers qui me portait encore cet élan de sympathie que je retrouvais en moi Intact, n'était plus — ou du moins, que le contact à celui-là était perdu, irrémédiablement peut-être ; qu'un *autre* s'était substitué à celui que j'avais connu, empli de vie intense et frémissante, et semblait en avoir effacé toute trace. C'était comme un *dessèchement*, une dessication qui aurait eu lieu, et une carapace dure et étanche qui serait apparue, la où il y avait eu une chair sensible et vivante. . .

Avant de fermer cet album de famille que je viens à peine d'entr'ouvrir, je voudrais m'attacher encore tant soit peu sur un seul de ceux que je viens d'y insérer, en coup de vent. C'est celui qui vient fin dernier dans cet album. Plus encore que pour aucun des autres que j'ai fini par y inclure, il y a eu en moi des résistances sérieuses (inconscientes comme de juste) à me séparer de certaines images toutes faites et de vieille date concernant notre relation, et à me rendre à une humble évidence. Il s'agit de Jean-Pierre Serre.

Plus d'une fois au cours de Récoltes et Semailles, j'ai eu l'occasion de m'exprimer au su-

Il serait juste de donner également dans mon "Album de famille" les noms de ceux parmi mes collègues ou anciens amis, qui me sont connus pour être des "non-enterrants", par des témoignages de sympathie et d'estime sans possibilité d'équivoque. Tout d'abord, en relation à mon travail "A la Poursuite des Champs" poursuivi en 1983 (travail sur lequel je compte revenir)/ j'ai reçu des encouragements chaleureux de J. Benabou, N. J. Baues, A. Joyal, et surtout de la part de Ronnie Brown et Tim Porter, qui (de plus d'une façon) m'ont apporté une aide efficace pendant toute la durée de mon travail.

Il est vrai que ces collègues font partie d'un milieu assez différent de celui auquel j'avais coutume de m'identifier, qui est le milieu aussi dans lequel s'est placé tout naturellement mon magistral Enterrement, comme mathématiciens qui font partie ou sont proches de ce milieu, et dont j'ai reçu dernièrement (au cours des une ou deux années écoulées) des témoignages dans le même sens, c'est un plaisir pour moi de nommer ici B. Lawvere, J. Murre, D. Mumford, I. M. Gelfand et (last not least I) J. P. Serre. C'est ce dernier nommé qui a l'unique distinction de figurer sur les deux "listes" à la fois — celles des "enterrants", et celle des amis fidèles !

jet de Serre, nommément le plus souvent[558](*). Lepeuque j'en ai dit ici et là aura déjà suffit, je pense, à faire sentir qu'il a joué dans mon passé de mathématicien un rôle qui ne revient à nul autre. C'est une chose sur laquelle je ne m'étais jamais arrêté d'ailleurs, avant d'écrire Récoltes et semailles, et que j'ai découverte au fil des pages. Pendant vingt ans, du début des 1118
années cinquante jusqu'au moment de mon départ de la scène mathématique, il a joué pour moi le rôle de l'"interlocuteur privilégié"[559](*), et la plupart de mes grandes idées-force et de mes grands investissements ont été directement stimulés par des idées de Serre (parfois "d'anodine apparence"). A certains moments, surtout (je crois) dans la deuxième moitié des années cinquante et peut-être encore aux débuts des années soixante, il y à eu une sorte de "symbiose" mathématique intense entre lui et moi, qui étions de tempéraments mathématiques complémentaires[560](**) — symbiose qui s'est révélée à chaque fois très féconde. La relation entre Serre et moi n'était pas de nature "symétrique", par exemple Serre n'était nullement porté, comme je le suis, à s'en remettre à un ou plusieurs "interlocuteurs privilégiés" pour se mettre au courant de ce qui peut l'intéresser ou dont il croit avoir besoin. Cela n'empêche (du moins je le présume) que j'ai dû tenir dans son passé de mathématicien un rôle également exceptionnel, et je peux m'imaginer que mon départ inopiné, en 1970, ait été dans sa vie mathématique un point de rupture (d'un certain équilibre peutêtre, où je représentais le pôle "yin"), un tournant soudain, par une sorte de "vide" soudain apparu. Je ne sais...

Toujours est-il que cette relation étroite de Serre a ma personne et à mon œuvre était sûrement perçue dans le monde mathématique, même si elle restait dans le domaine du non dit. sûrement, mis à part Deligne, Serre était perçu, avec raison, comme étant le mathématicien le plus "proche" de mon œuvre. La relation de Deligne à mon œuvre et à ma personne était très différente — c'était une relation d'élève et d'"héritier". Deligne s'est nourri de ma pensée et de mon œuvre écrite et non écrite, alors qu'aucune de mes grandes idéesforce et aucun de mes grands investissements n'ont été suscités ou stimulés par lui. Il a été plus "proche" de moi que Serre, en ce sens qu'il n'y avait pas en lui, pendant les années passées à mon contact (1965–69), de réactions de rejet vis-à-vis de certains aspects de mon œuvre et de mon approche de la mathématique, comme il y en avait chez Serre ; c'est ce qui lui a permis, en l'espace de trois ou quatre ans à peine (vu ses moyens exceptionnels, 1119

[558](*) Je me suis abstenu deux ou trois fois de nommer Serre, dans Fatuité et Renouvellement ; à un moment donc où il ne paraissait pas utile, le plus souvent, de désigner nommément les personnes sur lesquelles je m'exprimais de façon tant soit peu critique. Les passages de Récoltes et Semailles où je m'exprime de la façon la plus circonstanciée au sujet de Serre et de la relation entre lui et moi, se trouvant dans les notes "Les neuf mois et les cinq minutes", "Frères et époux — ou la double signature", et "Les détails inutiles" (notes n°s 123, 134, 171 (v)).

[559](*) Entre 1965 et 1969, alors que la relation entre Serre et moi restait toujours étroite, c'est plutôt Deligne qui a joué le rôle d'interlocuteur privilégié. La raison en est sûrement, dans des affinités très fortes de tempéraments, et surtout, dans une ouverture de Deligne (vis-à-vis de ce que je sentais comme l'essentiel de ce que j'avais à apporter) qui faisait souvent défaut chez Serre. Je reviens plus bas sur la nature très différente de l'une et l'autre relation, qui ont été les deux plus étroites dans mon passé de mathématicien. Voir aussi la note citée dans la note de b. de p. qui suit.

[560](**) Au sujet de cette complémentarité, et sur l'affinité entre Deligne et moi, voir la note déjà citée "Frères et époux — ou la double signature" (n° 134).

et des circonstances exceptionnellement favorables aussi), d'assimiler intimement et dans sa totalité la vaste vision unificatrice qui était née et s'était développée en moi au cours des années précédentes. Mais sa relation à moi était profondément ambiguë — et il a joué systématiquement sur cette relation tacite d'élève et d'héritier, qui représentait pour lui le moyen d'un *pouvoir*, tout en la reniant et en s'employant a enterrer et le maître, et sa vision. . .

Il n'y avait aucune ambiguïté de cet ordre dans la relation entre Serre et moi — à aucun moment il n'entrait dans cette relation, de part ni d'autre, la moindre velléité de prise d'un "pouvoir" sur l'autre, ou celle d'utiliser cette relation à des fins de pouvoir. Je crois pouvoir dire, même, que de tels jeux de pouvoir n'existaient pas dans le "milieu Bourbaki" qui m'avait acceuilli, fin des années quarante, et je ne crois pas avoir été témoin, et encore bien moins un co-acteur (fût-ce malgré moi) dans de tels jeux, jusqu'au moment encore de mon départ en 1970 [561](*). Une autre façon sans doute de dire la même chose, concernant la relation entre Serre et moi (ou les relations que j'ai pu observer au sein du milieu Bourbaki) : à aucun moment je n'y ai décelé la moindre composante d'antagonisme[562](**), de part ni d'autre. Il y a eu des frictions occasiondésormais de classer comme des "réactionnaires", 1120
etc. Je suis, depuis, revenu de ces classements péremptoires et superficiels. Toujours est-il que par un retournement qui n'a rien d'étonnant. Serre a fait partie du nombre de ceux que, pendant un temps, je percevais comme des "adversaires", sinon comme des "affreux". J'ai été heureux de constater que cet épisode n'a pas laissé en lui la trace d'un ressentiment ou d'une inimitié — ni en moi non plus, est-il besoin de l'ajouter J

nelles, c'est sûr, dont il a été question et sur lesquelles peut-être j'aurai à revenir, mais c'est là tout à fait autre chose. La relation entre Serre et moi tirait sa force, il me semble, de notre seule passion commune pour une commune maîtresse, la mathématique, sans que

[561](*) Je devrais pourtant faire une réserve, en tenant compte d'un certain jeu qui s'est joué, entièrement à mon insu, parmi certains de mes élèves autour de ma personne et de mon œuvre. Ce jeu a commencé tout au moins dès 1966 (année où s'achève le séminaire SGA 5), avec comme premier épisode clairement visible l'article de Deligne de 1968 sur la dégénérescence de suites spectrales (voir à ce sujet la note "L'éviction", n° 63). Je n'ai commencé à prendre connaissance de ces jeux-là, qui sont bien des jeux de pouvoir, que l'an dernier, près de vingt ans plus tard. Il est vrai que les acteurs actifs n'ont pas été des membres du milieu initial qui m'avait accueilli et auquel je m'étais intégré (milieu dans lequel je ne discerne toujours pas de tels jeux, même avec le recul que me donne une maturité plus grande). Ils ont formé "la relève". Il est vrai aussi que la dégradation qualitative que je constate dans cette relève, par rapport au milieu-rr. ère, est sûrement intimement liée à une dégradation similaire qui s'est faite dans chacun des membres (ou peu s'en faut) de ce milieu initial, d'une qualité exceptionnelle. Voir à ce sujet les deux section "Bourbaki, ou ma grande chance — et son revers", et "De Profundis" (n°s 22, 23).

[562](**) Je devrais pourtant faire exception ici de l'épisode Survivre et Vivre, aux débuts des années soixante-dix. Cet épisode avait fait apparaître en pleine lumière que mes propres options éthiques et idéologiques, sur bien des points qui me paraissaient importants (et qui me paraissent encore ainsi aujourd'hui), étaient aux antipodes de celles de la quasi-totalité de mes amis de l'establishment mathématique, y compris Serre. C'est ce qui a mis une fin soudain a mes sentiments d'identification avec cet "establishment", que j'avais eu tendance à confondre avec une "communauté mathématique" idéale (et idyllique). (Voir à ce sujet la section "La "Communauté Mathématique" : fiction et réalité" , n° 10.) Cette révélation inattendue, et le "changement de camp" qui en est résulté en l'espace de quelques'mois à peine, m'ont alors entraîné à adopter des attitudes antagonistes vis-à-vis de certains de mes anciens amis, que j'avais tendance

ne s'y meLe de composante "parasite" de nature égotique, où l'autre apparaîtrait comme un moyen, comme un instrument, ou comme une cible. C'est pourquoi sans doute, en reprenant dernièrement avec Serre une correspondance interrompue pendant dix ou douze ans, j'ai retrouvé dans l'entre-les-lignes des deux ou trois lettres que j'ai reçues de lui, les signes d'une amitié et d'une délicatesse intactes, comme si on venait de se quitter la veille seulement.

D'ailleurs, alors même que l'occasion pour s'écrire ne s'était pas présentée pendant plus de dix ans, les échos qui me parvenaient de Serre, de loin en loin, allaient tous dans le même sens d'une amitié inchangée — et nullement dans les tons d'enterrement, comme cela était le cas pour bon nombre de mes amis d'antan. C'est pourquoi aussi, jusqu'à ces toutes dernières semaines encore, l'idée de me serait pas venue que Serre aurait joué un rôle à mes Obsèques. Tout ce qui me revenait de lui, et tout ce que je savais à son égard, semblait bien aller en sens opposé. Il est sûr d'ailleurs que sa seule présence sur la scène mathématique a fixé certaines limites à l'Enterrement (limite des plus modeste, il faut bien l'avouer...). En feuilletant le livre de J. S. Milne "Etale Cohomology"[563](*), paru en 1980, donc *après* l'incroyable "opération SGA 4*s — SGA 5 ", j'ai été frappé de voir Milne suivre "de confiance", pratiquement textuellement, les termes en lesqules Serre s'était exprimé dans un certain séminaire Bourbaki (février 1974, n° 446) au sujet de la paternité de la cohomologie étale, à savoir que la théorie avait été "développée par Grothendieck, avec l'aide 1121
de M. Artin" (*î. Il est visible de plus d'une façon que Milne n'a lu que ponctuellement dans SGA 4 et SGA 5 [564](**), et il suit à la fois Serre (s'exprimant avec désinvolture sur SGA 4 et SGA 5, dans ce même exposé Bourbaki) et Deligne (débinant sans vergogne ces mêmes séminaires, dans le volume-coupde-scie de sa plume baptisé "SSA 4@ ") pour présenter, dans son introduction, les textes originaux SGA 4 et SGA 5 [565](***) comme étant d'accès difficile. C'est là justement la situation à laquelle son livre (après celui de

[563](*) Paru dans Princeton University Press, Princeton, New Jersey. C'est le même J. S. Milne qui, deux ans plus tard, participe à l'escroquerie du "mémorable volume" Lecture Notes 900 (dont il est question dans la note"... et exhumation", n° 168 (iii)). En feuilletant le livre de Milne, j'ai eu l'impression qu'il est écrit dans des disposition de bonne foi, et sans propos délibéré d'enterrement. Alors même que dans sa perception des choses il se borne visiblement à emboiter le pas aux éminences Serre et Deligne, il a le mérite néanmoins (et l'originalité...) de s'exprimer avec courtoisie au sujet du séminaire-mère SGA 4, SGA 5.

[564](*) Deux ans avant, au Congrès International de Mathématique à Helsinki de 1978, dans le discours de N. Katz (toujours le même Katzï en l'honneur du nouveau lauréat Fields Pierre Deligne, la théorie de la cohomologie étale est présentée comme "développée par M — Artin et A. Grothendieck, dans la direction prévue par Grothendieck" — comme quoi l'ordre alphabétique fait parfois bien les choses... Le fait que Milne ait choisi de suivre Serre, plutôt que Katz, dans sa version des choses, m'apparaît comme un signe parmi d'autres de sa bonne foi.

[564](**) J'ai été frappé, notamment, que Milne (pas plus que Mebkhout, qui a été pourtant un lecteur attentif de mes œuvres...) ne s'est aperçu de l'existence dans SGA 5 d'une formule de Lefschetz explicite, pour des correspondances cohomologiques générales sur une courbe algébrique, formule brillamment escamotée par les soins des deux compères prestidigitateurs-arnaqueurs Deligne et Illusie — du travail d'artiste, c'est le cas de le dire 1 Voir à ce sujet les deux sousnotes "Les prestidigitateurs — ou la formule envolée" et "Les félicitations — ou le nouveau style" (n°s 169, 169)@

[565](***) En ce qui concerne la version publiée de SGA 5, laquelle (grâce aux "soins" de l'éditeur-sic

Deligne trois ans avant, un peu mince quand même aux entournures) est censé remédier ; ou encore, en clair, éviter a l'usager le travail inutile et fastidieux d'une lecture des textes originaux. L'avis des plus hautes éminences (Serre d'abord en l'occurence, suivi par un Deligne, avec un défunt qui reste à carreau et muet dans son cercueil capitonné...), avis qu'un Milne comme un chacun suit les yeux fermés Cqnand ce n'est avec empressement, vu le contexte funéraire...), exclut péremptoirement que ces textes présentent autre chose que des "détails inutiles" (voire une "gangue de non-sensé"...), mais bien les fondements d'une nouvelle "topologie générale" version topos (enterrée d'un accord unanime en. même temps que l'ouvrier...) — et qu'on ne pourra pas plus, à la longue, faire l'économie de cette nouvelle topologie qui a permis (entre autres) l'éclosion de la théorie dont traite le livre de Milne, qu'on n'a pu faire celle de la topologie générale ordinaire, que Milne, Deligne, Serre ont eu l'avantage (tout comme moi-même) d'apprendre sur les bancs de l'école, et dont ils admettent donc docilement tomme chose allant de soi) que le jeu devait en valoir la chandelle...

Je crois que c'est l'an dernier que j'ai jeté pour la première fois un rapide coup d'œil 1122
sur cet exposé Bourbaki de Serre, sur lequel je me suis exprimé dernièrement, dans la note "Les détails inutiles" (n° 171 (vï), partie (a), "Des paquets de mille pages...". Le passage où Serre ironise sur les 1583 pages de SGA 4 avait alors si peu retenu mon attention, que j'avais même entièrement oublié la chose, quand j'ai repris ce même exposé entre les mains, il y a un mois ou deux, à l'occasion de l'écriture des Quatre Opérations. Il faut dire que cette attitude de prise de distance de Serre par rapport à mes fameux "paquets de mille pages" m'était connue de longue date, dès bien avant l'apparition de la série des séminaires SGA 4, et elle n'avait donc rien pour me surprendre. La première fois (je crois) où une telle réaction de "rejet viscéral" s'est déclenchée chez Serre, vis-à-vis d'un certain style d'approche de la mathématique qui est le mien, a été à l'occasion de la théorie de dualité cohérente, que j'avais développée dans la deuxième moitié des années cinquante. C'étaient bien là des "paquets de mille pages" potentiels tout au moins, surtout si on compte qu'il y avait toute une nouvelle algèbre cohomologique à la clef, version catégories dérivées ; mais "paquet" potentiel ou actuel, ce qui était clair, c'est que Serre n'avait pas plus envie d'en entendre parler, que weil ne souffrait de voir écrit noir sur blanc un groupe de cohomologie, ou d'entendre prononcer les mots "espace vectoriel topologique".

Cette fois-ci pourtant[566](*), quand je suis revenu sur ce texte de Serre de 1974, sur le fond d'une réflexion d'une année sur un certain Enterrement (lequel, en 1974, depuis quatre ans "allait bon train"...), ce passage a fini par faire tilt. Ça a travaillé en moi, tout doucement, au fil des jours et des semaines. Je me suis rendu compte que cette attitude-là de Serre, à laquelle j'avais fini par m'habituer et qui, avant mon départ, "ne tirait pas à conséquence", a agi comme une sorte de *feu vert* à l'Enterrement qui a eu lieu. La première chose dans ce sens qui m'est apparue, avec la force de l'évidence, c'est que les termes

Illusie) ne représente qu'une ruine défigurée du séminaire originel, Milne a des excuses de le trouver "d'accès difficile". Le bon samaritain Illusie a fait tout ce qu'il a pu pour en faire (suivant le bon plaisir du bon samaritain Deligne) un indigeste recueil de "digressions techniques" ...

[566](*) En fait, c'est la *troisième* fois seulement où j'ai eu ce texte entre les mains, que ça a "fini par faire tilt".

même de Serre (mais “avec la malveillance et l’impudence en plus”), ont été repris avec empressement par un Deligne (ou pour mieux dire, avec une secrète délectation) à peine trois ans plus tatfd, comme “bruit de fond” pour ses mémorables Manœuvres.

Je m’exprime pour la première fois dans ce sens, dans la note déjà citée, du 4 mai, et cette réflexion s’approfondit dans la partie (c) (du 27 mai) de cette même note, “Des choses qui ressemblent à rien — ou le dessèchement”. C’est là aussi là première amorce d’une réflexion sur la relation entre Serre et moi. à la lumière particulière fournie par 1123
l’Enterrement @*). En écrivant ces pages, il devait y avoir en moi déjà une perception diffuse du rôle crucial joué par Serre dans l’Enterrement. Dans les deux semaines qui se sont écoulées depuis, un travail d’intégration et d’assimilation de tout un éventail de faits et d’impressions a dû se poursuivre, et les forces d’inertie s’opposant à une perception directe et nuancée des choses se sont, je crois, résorbées, sans combat et sans effort. Le moment me semble mûr pour mener à terme ce travail, en essayant à présent du mieux que je peux, de formuler de qui est perçu.

On pourrait penser que cette propension de vielle date en Serre, à prendre ses distances par rapport à certains aspects et certaines parties de mon œuvre, aurait agi comme une sorte de hasard malencontreux, lequel aurait, hélas, favorisé un tout aussi malencontreux Enterrement. Ce serait là pourtant une vision superficielle, qui ne touche nullement au fond des choses — Pour en venir droit au cœur de la question, il est devenu clair pour moi, vu la relation unique de Serre à ma personne et à mon œuvre, et vu aussi son ascendant exceptionnel sur les mathématiciens de sa génération et de celles encore qui ont suivi, que l’*Enterrement n’aurait pu avoir lieu*, *s’il n’y avait eu en lui un secret acquiescement* à *mon enterrement*.

En plus d’un “défunt” décidément bian absent, il y a eu dans cet Enterrement *deux acteurs principaux*, dont les actes et les omissions se sont enchaînés et complétés, sans le moindre frottement ni bavures semblerait-il (mais sans qu’il soit question pourtant, pour moi, de parler ici d’une connivence, tant les deux protagonistes ont fonctionné sur des diapasons différents) : ce sont Pierre Deligne, et Jean-pierre Serre.

Du premier, il a été longuement question dès les tout débuts de cette longue réflexion sur l’Enterrement ; il représente “l’avant-plan du tableau” de l’Enterrement, en tant que Grand Officiant aux Obsèques, en même temps que l’héritier occulte et le principal “bénéficiaire” des opérations dont il a l’initiative (et ceci, dès avant même le “décès” symbolique du défunt-..). Serre, lui, dont il est question ici pour la première fois en tant que personnage de premier plan de la cérémonie Funèbre, représente le “troisième plan du tableau”, formé de “la congrégation des Fidèles”.

Depuis l’an dernier déjà, ou pour mieux dire, dès avant même que je découvre l’Enterre- 1124
ment sous ses formes les plus crues et les plus aberrantes (et sous ce nom-là), je savais bien que ceux qui m’enteraient avec un tel empressement, dans un monde où je ne m’étais pas connu d’ennemis, étaient avant tous autres mes *amis de naguère*, et dont certains n’avaient

[566](*) Dans une précédente note de b. de p. (note[567](*) page 1117) j’ai relevé également deux autres notes où je me suis exprimé au sujet de la relation entre Serre et moi, mais dans un éclairage assez différent — l’éclairage “d’avant l’Enterrement”.

pas cessé pour autant de se compter (fût-ce du bout des lèvres. . .) au nombre de mes amis. A présent, il est clair aussi pour moi que, parmi ceux de ces amis qui n'étaient aussi (et surtout) mes élèves[568](*), celui qui a été véritablement le *pilier* de la cérémonie, comme représentant de la Congrégation et comme garant de 1 *acquiècement de l'ensemble des Fidèles, a été celui aussi, entre tous, qui au niveau de notre passion commune, avait été le plus proche de moi.

Le signe le plus éclatant de l'acquiècement de Serre n'est certes pas pour moi dans une certaine boutade, envoyée avec la désinvolture que je lui connais bien — cette boutade qui a bien failli échapper à mon attention (même si elle n'a pas été perdue pour tout le monde. . .). Le signe, d'une évidence véritablement stupéfiante une fois que je m'y arrête, est pour moi *dans l'ignorance dans laquelle il lui* a *plu de se maintenir*, au sujet de cet Enterrement qui se déroulait juste sous son nez, c'est le cas de le dire[569](**) — l'enterrement d'une œuvre pour savoir qu'il n'était pas dans mes habitudes de faire les choses à moitié, bien 1125
au contraire (et je les faisais même tellement "pas à moitié", qu'il en était souvent agacé, voire excédé. . .). Cela aurait pu l'aider à lui rafraîchir ses souvenirs, sur ce qui s'était passé au séminaire SGA 5, où il avait mis les pieds assez souvent, tout au moins, pour savoir dans les grandes lignes ce que j'y faisais et à quoi j'en avais.

Visiblement, il n'a pas eu envie, ni de voir ses souvenirs se rafraîchir, ni de se poser des questions. Et c'est là un cas parmi bien d'autres, où mon ami a préféré fermer les yeux et se boucher le nez, plutôt que de prendre connaissance d'une réalité qu'il ne pourrait assumer sans se mettre profondément en cause lui-même.

(x) (22 juin) J'ai pu me rendre compte, depuis que ces lignes ont été écrites, que ce genre de "réalité déplaisante" est pourtant accueillie à présent avec empressement, comme une aubaine quasiment ! Voir à ce sujet les parties d. et e. de "L'album de famille".

à laquelle il avait été liée dès ses origines, et de plus près que nulle autre personne au monde. Et c'est pour moi un mystère total si la lecture de Récoltes et Semailles (à supposer qu'il lise ce "paquet" de plus de mille pages, encore. . .) va l'inciter enfin à faire usage de

[568](*) Tout au cours de la réflexion dans Récoltes et Semailles, il est apparu, de façon de plus en plus claire, à quel point le seul fait d'avoir été élève de quelqu'un (de moi, en l'occurenceï *marque* une relation et lui donne une qualité particulière, la rendant proche de la relation au père ou à la mère.

[569](**) On peut dire que dans son exposé Bourbaki déjà cité de 1974, où il exposait la démonstration par Deligne du dernier volet des conjectures de weil. Serre avait son nez en plein dedans l'Enterrement — sans pourtant avoir l'innocence d'en prendre note. J'ai crû sentir le malaise en lui, de se voir confronté à cette situation, aberrante en apparence : que dix ans après mon exposé (au séminaire Bourbaki également) où je donne les grandes lignes de la démonstration d'une formule cohomologique — t-adique des fonctions L, la "formule de points fixes" cruciale (que j'y avais admise) n'était toujours pas démontrée dans la littérature.

Serre a alors choisi *d'évacuer* ce malaise par un mouvement d'humeur, en ironisant sur les fameuse "1583 pages" de SGA 4 (sous-entendu : et qui ne fournissaient *même pas* la formule dont on avait besoin), c'était là la voie d'une facilité, consistant à éluder une réalité déplaisante.(x). Il savait fort bien pourtant (mais il lui avait plu peut-être de l'oublier. . .) que dans le séminaire SGA 5, j'avais démontré en long et en large une formule de points fixes allant loin au delà de celle pour la correspondance de Frobenius — et il savait également que la rédaction de mes exposés traînait depuis déjà *huit* ans aux mainS de soi-disants "rédacteurs" bénévoles. S'il s'était plu à oublier le thème de SGA 5 ("Fonctions L et cohomologie — @-adique" — le titre dit quand même bien ce qu'il doit dire) et son contenu, il me connaissait suffisamment pourtant, depuis plus de vingt ans qu'il m'avait vu faire des maths.

son nez @alors que depuis quinze ans déjà ça faisande dur...), et du reste. Mais je sais bien que pour lui, autant et plus que pour tout autre participant à mes Obsèques, accueillir mon message et faire usage de ses saines facultés, c'est aussi, accepter de se mettre lui-même en cause, profondément.

Il m'apparaît que le rôle de Serre, à la tête de la Congrégation des Fidèles venue assister et faire chorus à mes Obsèques, est à la fois typique, et exceptionnel. S'il est exceptionnel, c'est par son caractère extrême — en tant que le plus proche de moi, plus proche qu'aucun autre membre de la Congrégation ; et aussi par sa stature exceptionnelle[570](*). Celle-ci élimine des motivations profondes les composantes "parasites" habituelles d'antagonisme "par compensation"[571](**). Comme je l'ai déjà souligné tantôt, je ne décèle dans liée et 1126
apparaissent dans une sorte d'amalgame, où il est malaisé souvent de les dissocier. Je crois pourtant avoir identifié en elles *les deux grandes forces* qui ont été en œuvre dans l'Enterrement. Nais je serais bien en peine, à présent, de dire s'il y en a une qui est primordiale sur l'autre, et laquelle. J'aurais tendance a penser que c'est la première des deux que j'aie décelée, à savoir, la force de répression du versant féminin dans son propre être.

Si le cas de Serre m'est apparu tantôt "typique" (en même temps qu'exceptionnel), c'est sans doute parce que c'est cette dernière parmi les deux forces en présence (celle que j'ai tendance à voir comme primordiale) qui y apparaît dans toute sa force, à l'exclusion de toute trace de l'autre (qualifiée ici de "parasite" — en ce sens qu'elle obscurcirait une claire appréhension de ce que je croyais percevoir comme 1 '*essentiel*). Je présume (pour peu qu'un travail d'intégration et d'assimilation des faits et perceptions bruts continue à se poursuivre) que les mois qui viennent m'apporteront une compréhension plus nuancée de la part qui revient à l'une et l'autre force en présence, tant dans l'Enterrement, que dans d'autres situations conflictuelles dans lesquelles je suis impliqué à un titre ou à un autre.

la relation de Serre à ma personne ou a mon œuvre la moindre trace d'antagonisme, et il est clair pour moi qu'il n'y en a trace au niveau des forces profondes à l'œuvre dans son acquiècement. pour autant que je sache, mise à part la fameuse boutade, cet acquiècement s'est exprimé de façon purement passive seulement, par *omissions* sans plus. Mais ce "feu vert" tacite donné à un Enterrement de vastes dimensions, assorti d'opérations à tel point énormes parfois qu'elles semblent définir et le bon sens et la décence, m'apparaît

[570](*) II y a une troisième circonstance qui donne au rôle de Serre dans l'Enterrement ce caractère exceptionnel, ou "extrême". Il fait partie du groupe d'"aînés bienveillants" qui m'ont accueilli lors de mon premier contact avec le monde des mathématiciens. (Au sujet de ce groupe, je m'exprime, pour la première fois de ma vie, dans "L'étranger bienvenu" (section n° 9), puis dans l'Introduction à Récoltes et Semailles (I 5, "une dette bienvenue").) C'est peut-être là la principale raison, en plus des liens d'amitié et de sympathie entre nous, qui a fait qu'il m'ait fallu plus d'une année pour me rendre à l'évidence et faire le constat du rôle crucial joué par Serre dans mon enterrement mathématique.

[571](**) j'ai fait allusion déjà deux ou trois fois, ici et là, à cet "antagonisme sans cause" (apparente), et notamment dans la note du 3 avril (plus bas) "Le messager (2)" (n° 182). Il ne fait pas de doute pour moi qu'un tel antagonisme "archétype" est en œuvre chez la grande plupart des participants à mes obsèques — peut-être même chez tous, à la seule exception de Serre. Cette force m'apparaît comme distincte de celle qui s'exprime par le processus de répression (ou d'"enterrement") "de la femme reniée qui vit en soi-rnême". Mais ces deux forces sont néanmoins intimement liées, et dans l'Enterrement elles ont partie

à présent comme le “pendant” indispensable et crucial, le “négatif” en quelque sorte, de la participation intensément active et intéressée de Deligne à ce même Enterrement[572](*).
long de celle-ci. Il apparaît de façon implicite dès la première note de la Clef, “Le muscle et la tripe (yang enterre yin (1))” (n° 106), et passe plus ou moins à l'avant-plan de l'attention dans onze parmi les notes ultérieures (les notes n°s 124, 127, 132, 133, 138, 140, 145, 148, 151, 153, 154). Ici, je viens de tomber inopinément sur une situation de “renversement” un peu similaire, mue par la logique interne des forces profondes en œuvre dans l'Enterrement. 1127

J'ai été frappé d'ailleurs, dernièrement, par un autre aspect encore, en apparence paradoxal, de “renversement” de rôles yin et yang, dans cet Enterrement riche en apparents paradoxes ! Il s'agit cette fois des rôles respectifs du “défunt” prématuré d'une part, et de l'ensemble des participants a son Enterrement, de l'autre. Au niveau des intentions inconscientes collectives, cet Enterrement d'un défunt (censé se cantonner dans la passivité complète qui sied à son état) est celui, avant toute autre chose, de “la mathématique au féminin” — d'un style et d'une approche de la mathématique à connotations fortement “féminines” ; alors que la Congrégation enterrante est censée incarner les valeurs viriles “pures et dures”, livrant au dédain qui convient la molle déliquescence féminine. (Voir par exemple, à ce sujet, les notes “Les obsèques du yin (yang enterre yin (4))”, et “La circonstance providentielle — ou l'Apothéose”, n°s 124, 151.) Pourtant, la logique interne à la situation oblige chacun de ces participants “purs et durs* en question, à y jouer un jeu typiquement “yin” ou “féminin” : un jeu “à patte de velours”, en demi-teintes, en silences, omissions, insinuations placées là mine de rien, ou constamment on suggère telle chose tout en faisant mine de dire le contraire — le style “pouce I”, en somme, où mon ami Pierre est passé maître entre tous, et que chacun des enterreurs a dû tant soit peu faire sien, par la force des choses. (Voir, au sujet de ce style, la note “Pouce I”, et surtout les notes “Patte de velous — ou les sourires” et “Le renversement (4) — ou le cirque conjugal”, n°s 77, 137, 138.) C'est le “défunt” par contre, incarnation de la pléthorique mollesse féminine, qui sortant de son cercueil douillet au moment où on s'y attend le moins, reprend du coup un rôle “macho” qui lui fut familier, jouant cartes sur tables, fourrant son nez indiscret et un verbe impertinent, torche électrique à la main, dans les pénombres les plus exquisement

[572](*) II y a ici une *inversion* assez remarquable dans la distribution des rôles entre Serre et Deligne, dans l'Enterrement : celui de Serre apparaît comme presque exclusivement passif, celui de Deligne comme intensément actif (même si ce rôle de “meneur de jeu” se trouve constamment occulté, pour les besoins de la cause et conformément au style particulier de mon ami Pierre). En fait, c'est pourtant la personne de Serre qui est à dominante “masculine” fortement prononcée, et celle de Deligne à dominante “yin” (ou “féminine”) toute aussi marquée ; et ceci (pour l'un et pour l'autre) aussi bien au niveau des mécanismes égotiques, du “moi” et de ses conditionnements (donc celui du *“patron”*), qu'à celui de la pulsion de découverte, de ce qui est originel et échappe (dans sa nature intime) au conditionnement (le niveau de “ 1 '*enfant”*). Entre les tempéraments extrêmes opposés de Serre et de Deligne, les deux “piliers” de l'Enterrement, le défunt, lui, représente une sorte de moyen terme, à forte dominante “masculine” du côté “patron”, et à dominante “féminine” tout aussi fortement prononcée du côté “ouvrier” (ou “enfant”). (Cette répartition de “tons de base” fait son apparition dans la note “Frères et époux — ou la double signature”, n° 134.)

Les forces et mécanismes de “renversement” entre les rôles yin et yang ont été d'ailleurs 1 e principal thème de réflexion, donnant naissance à la longue méditation “La clef du yin et du yang” et restant présent en filigrane tout au ambiguës, appelant grossièrement chacun par son nom et un chat un chat et un coquin un coquin — un véritable malappris pour tout dire, et un fieffé empêcheur de tourner en rond dans les ronrons feutrés d'une belle cérémonie Funèbre...

Il me semble bien avoir vivement perçu la force qui a été en œuvre en Serre. Elle se situe à un niveau plus profond que celui d'un antagonisme personnel, ou celui de la recherche d'un "bénéfice", au sens courant du terme. Le récent échange de lettres avec lui a été à cet égard révélateur. Je sens qu'en ces quinae ans qui se sont écoulés depuis mon départ, s'est opéré en mon ami une *transformation*[573](*). Celle-ci va justement dans le sens de cette dans le même sens, et est mue par la même force de répression des traits ressentis comme 1128
"féminins".

"réaction viscérale de rejet" vis-à-vis de certains aspects dominants dans mon approche de la mathématique. Ce sont là des aspects qui ont été présents également, mais à un degré moins prononcé, dans l'approche de Serre lui-même, dans les années les plus fécondes de son passé de mathématicien — des années d'ouverture et de créativité intense, avant que ne se mette en place un processus de *répression* de ces aspects-là de sa personnalité créatrice, de "l'enfant" en lui. Ce sont les aspects et traits "yin", ou "féminins", de la créativité. La transformation que j'ai sentie en mon ami, avec une force saisissante, est celle d'un état de coopération harmonieuse des forces créatrices yin et yang, avec une "dominante" yang (ou "masculine"î prononcée, en un état de déséquilibre "viril à brin de zinc", où les qualités "yin" ou "féminines" sont extirpées sans merci.

A vrai dire, comme je l'ai déjà laissé entendre il y a deux semaines (dans la note citée tantôt), c'est là l'aboutissement d'une évolution dont je décèle les premiers signes dès les années cinquante, et qui est allée en s'accentuant au cours des années soixante. Des ce moment déjà, il y a eu une rupture d'équilibre graduelle, se manifestant par un *rétrécissement* dans la vision, et dans l'éventail des facultés créatrices admises à entrer en jeu. Les réactions de rejet vis-à-vis de certains aspects majeurs dans mon approche de la mathématique, et progressivement, vis-à-vis de tout ce qui faisait vraiment la vie, la profondeur et la force de mon œuvre — ce rejet n'a été que la projection vers l'extérieur, la manifestation tangible au niveau de sa relation à ma personne, d'un rejet d'une toute autre portée, vis-à-vis d'un versant essentiel de son propre être et de ses propres facultés créatrices.

Il est possible (comme je l'ai suggéré tantôt) qu'aussi longtemps que j'étais dans les parages, la relation avec moi ait agi à la manière d'un frein dans cette évolution chez Serre, qu'elle ait représenté dans sa vie, dans les années cinquante et surtout dans les années soixante, une sorte de contrepoids, et par là, un facteur d'équilibre relatif. S'il en est bien ainsi, mon départ soudain a dû laisser libre champ à cette force de répression des qualités féminines — un genre de force qui m'est devenue familière, comme une des

[573](*) Cette expression *"transformation"* s'associe aussitôt avec la *"métamorphose"* en mon ami Pierre, que j'ai clairement perçue, pour la première fois, lors de sa visite chez moi en octobre dernier. (Je m'exprime à ce sujet dans la note "Le désaveu (2) — ou la métamorphose", n° 153.) Le terme "métamorphose" est plus fort, et correspond au fait qu'il y a eu, chez mon ami Pierre, un véritable *renversement* d'un tempérament originel a "dominante" yin prononcée, etv des attitudes d'emprunt "macho" à brin de zincCeci mis à part, la transformation que j'ai sentie en l'un et l'autre ami va

forces égotiques dominantes qui ont agi aussi dans ma propre vie ; avec cette différence remarquable, cependant, que dans mon cas cette force de répression s'est cantonné au niveau des seuls mécanismes égotiques et de mes relations à autrui. sans interférer avec 1129
mes amours avec dame mathématique, ni (plus généralement) avec ma démarche spontanée dans l'aventure de découverte, qu'elle soit mathématique ou autre[574](*).

Pour en revenir à l'Enterrement, je ne peux mieux faire, a présent, que de citer ici les lignes qui terminent la réflexion du 10 novembre, dans la note "Les obsèques du yin (yang enterre yin (4))" (n° 124, page 564) :

"... Et ces obsèques tout d'un coup m'apparaissent sous un jour nouveau, inattendu, ou ma personne êl@e-même est devenue accessoire, où elle devient *symbole* de ce qui doit être "livré au dédain". Ce ne sont plus les obsèques d'une personne, ni celles d'une œuvre, ni même celles d'une inadmissible dissidence, mais les obsèques du "féminin mathématique" — et plus profondément encore, peut-être, en chacun des nombreux assistants venus applaudire l'Eloge Funèbre, *les obsèques de la femme reniée qui vit en lui-même.*"

Cette dernière intuition est apparue ce jour-là en flash soudain, au moment même d'écrire ces deux dernières lignes, venant là comme une révélation inattendue, en plus de celle qui faisait l'objet des lignes précédentes. Cette intuition est restée comme en filigrane dans ma réflexion au cours des semaines qui ont suivi, pour être enfin reprise et approfondie dans les trois notes consécutives du 23 au 26 décembre : "La circonstance providentielle — ou l'Apothéose", "Le désaveu (1) — ou le rappel", et "Le désaveu (2) — ou la métamorphose" .

Ni le jour où cette intuition a d'abord fait son apparition, ni dans les deux premières parmi les trois notes citées, où je la sonde plus avant, je n'avais à l'esprit un cas d'espèces précis, si ce n'est, tant soit peu, celui de mon ami Pierre (examiné de façon plus circonstanciée dans la troisième note citée). Je savais bien, par ailleurs, que ce cas-là n'était nullement typique pour l'ensemble de la Congrégation des Fidèles, formant le fameux "troisième plan" à mon Enterrement. Aussi, faute de s'exemplifier en un cas d'espèces précis, mon appréhension d'une certaine réalité, soudain entrevue, restait entachée encore d'un certain 1130
flou — celui des choses pressenties, "sues" à un certain niveau, mais pas pleinement et clairement "vues". Je me rappelle vaguement avoir été un peu gêné par ce flou, qu'il y a eu une velléité de trouver quelqu'un de "représentatif", parmi ceux de mes amis que je savais être partie prenante dans l'Enterrement, pour y "accrocher" en quelque sorte cette connaissance diffuse, la voir s'incarner en une réalité tangible.

La pensée de Serre ne m'a effleuré à aucun moment alors — il faisait partie des quelques rares parmi mes amis d'antan, pour lequel il était bien décidé (au niveau conscient, tout au moins) que *lui*, au moins, n'était *pas* partie prenante à mon Enterrement ! Mais si ma pensée tâtonnante n'a pas trouvé alors (ni auparavant déjà...) celui qui, à mes Obsèques, devait

[574](*) Je m'exprime au sujet du rôle de cette force de répression dans ma propre vie, dans la note "Le superpère (yang enterre yin (2))", n° 108. J'ai commencé à détecter cette force en 1976, année qui a marqué un tournant crucial dans mon aventure spirituelle. Il est question de ce tournant dans les deux notes "Les retrouvailles (le réveil du yin (1))" et "L'acceptation (le réveil du yîn (2))", n°s 109, t10. Je fais le constat de la prédominance des traits "féminins" dans mon travail mathématique (où lesdits traits semblent s'être réfugiés, à l'abri de tout soupçon !) dans la note "La mer qui monte...", n° 122.

incarner, dans sa personne "la Congrégation toute entière", c'est sans doute que quelque part en moi, il devait être bien clair qu'il n'y avait qu'*une seule personne au monde* apte à jouer ce rôle — et que c'était la personne, justement, qu'une pesanteur en moi m'avait fait exclure d'emblée, par une sorte de tabou tacite et péremptoire...

Maintenant que cette pesanteur s'est dissipée, à la suite d'un lent et obscur travail souterrain, il m'apparaît à présent en pleine lumière que c'est là aussi celui, entre tous, à qui cette intuition- ?i-la-recherche-d'une-incarnation s'applique d'une façon à tel point parfaite, qu'on pourrait croire que c'était nul autre que celui-là même qui l'aurait fait surgir en moi et qui lui aurait donné, dès l'instant même où elle est apparue, cette force péremptoire et sans réplique des choses "sues"[575](*). d. (17 juin) La réalité à chaque fois 1131
dépasse tout pressentiment (si aigu soit-il) et même la "connaissance" qu'on en peut avoir — et ce n'est qu'en m'y frottant, au détour du chemin et à l'improviste le plus souvent, que je m'en imprègne peu à peu, de son goût et de son odeur. Alors même que ce contact pourrait sembler *confirmer* simplement, sans plus, ce qui était pressenti ou "su", bien souvent pourtant il déconcerte, il bouscule sans ménagements une certaine *incrédulité*, quasiment indéracinable, vis-à-vis de cela même qui est bel et bien su, dit, écrit, redit et re-écrit — et qui pourtant, à un certain niveau (celui d'une immense pesanteur), continue à rester lettre morte. Plus d'une fois j'ai décelé cette pesanteur-là[576](*) et mon impatience s'en est irritée — une pesanteur obstinée qui tenacement voudrait me maintenir dans l'ornière des idées et des images familières, ou de celles qui ont un assentiment plus ou moins général — et cela, alors même que je "sais" bien aussi (ou que quelqu'un ou quelque chose *d'autre* en moi sait bien...) que ces idées et images si bien installées sont un leurre, un leurre évident souvent, qu'elles ne tiennent pas debout... La pensée, même animée par un désir intense de savoir le fin mot (de la chose à la fois "sue" et récusée) — la pensée est impuissante à elle seule a effacer cette pesanteur-là, profondément ancrée dans la structure du moi. c'est la force péremptoire du contact direct avec la réalité, seulement, qui a pouvoir parfois de bousculer cette pesanteur, de l'entamer ou de la déplacer un tantinet, sinon vraiment l'effacer.

J'ai téléphoné à Serre hier, c'était pour une simple question d'information, à propos des notes de Tate "Rigid analytic spaces", dont il a été question dernièrement[577](**). Je croyais vaguement me souvenir qu'il y avait eu une courte introduction à ce texte, mentionnant les sources de ce travail — il me semblait que cette introduction avait "sauté" de l'édition faite par les soins des Inventiones Mathematicae, en 1971. En fait. Serre m'a confirmé que dans les notes de Tate, il n'y avait aucune telle introduction. C'était un peu des notes au

[575](*) Je suis même tout enclin à penser que ce "on pourrait croire" correspond bel et bien à la réalité des choses. Cela attesterait, une fois de plus, à quel point nos facultés de connaissance vont au delà du pâle et dérisoire reflet auquel nous permettons l'accès au champ étroitement délimité du regard conscient.

(14 juin) La pensée, ou intuition soudaine, qui termine la réflexion d'avanthier, est elle aussi apparue en "flash" au moment d'écrire, sans préparation apparente ni velléité d'examen. Elle s'est présentée avec une sorte de "force de l'évidence". C'est après-coup seulement que je me suis souvenu que dans la note qui précède immédiatement celle dont est extrait. le passage cité du 10 novembre, j'avais eu occasion justement d'évoquer de façon assez circonstanciée la personne de Serre et la relation entre lui et moi (et ceci pour la première fois, d'ailleurs, dans Récoltes et Semailles).

[577](**) Voir la note "La maffia" (n° 171), partie (c), "Les mémoires défaillantes — ou la Nouvelle Histoire".

jour le jour, que Tate avait envoyé à Serre sur ses cogitations rigide-analytiques, comme des lettres quasiment, et (bien sur) sans aucune idée arrêtée de les publier. Je me rappelais avoir pris soin de les f aires diffuser par les soins de l'IHES (avec le sous-titre "Private notes published with (out) his permission"

(*ï Voir aussi, au sujet de cette "pesanteur" et de cette "incrédulité devant le témoignage de ses saines facultés", la note "Le devoir accompli — ou l'instant de vérité" (n° 163), p. 782 à 784, et notamment la note de b. de p. [578](**) p. 782. — après le nom de l'auteur), 1132
mais j'avais oublié que Serre avait été intermédiaire. De toutes façons, à part Tate et moi, c'était Serre qui avait été le plus "dans le coup", dans la naissance des espaces rigide.-analytiques, en 1962. C'est lui qui m'avait expliqué, peut-être un an ou deux avant, la théorie des courbes elliptiques dites "de Tate", sur le corps des fractions K d'un anneau de valuation discrète complet. J'avais été un peu abasourdi par ce dont je me rappelle comme un déferlement de formules explicites (et, paraît-il, "classiques"), qui me passaient un peu par dessus la tête, sans "accrocher". Mais il était resté une image géométrique frappante, suscitée sûrement par un commentaire de Serre dans ce sens : qu'en somme, la courbe elliptique de Tate (ou, tout au moins, ses "points") était obtenue en "passant au quotient" dans le groupe multiplicatif K* par un sous-groupe discret isomorphe àffi. C'était donc l'analogue du cas complexe, où on divise @C d'abord par un premier facteur 22, pour trouver (E*, et puis encore par un facteur ffi, pour trouver cette fois une courbe elliptique. Dans ce cas, les passages au quotient avaient un sens précis, dans le domaine analytique complexe, et les théorèmes à la Riemann@-Serre (type GAGA@ assuraient que le quotient final (qui était une courbe complexe compacte) avait une structure canonique de courbe *algébrique*. Dans le cas de Tate, hélas, travaillant dans le contexte des espaces analytiques tant soit peu familiers, sur le corps value complet K, on trouvait comme quotient un espace analytique compact *totalement discontinu*, et il n'y avait aucune chance d'en tirer une courbe elliptique. Et pourtant (c'est ça que Serre a du me dire alors) tout se passait pourtant, comme si... Toujours est-il que Tate arrivait a fabriquer, en termes de K* et de son sous-groupe discret, une véritable courbe elliptique, à coups de formules explicites.

Je crois bien me rappeler que ni Serre, ni Tate ne croyaient qu'il y aurait bel et bien une "explication" en termes d'une nouvelle notion de "variété analytique" sur K, pour la construction calculatoire de Tate. Quant à moi, ça avait fait tilt tout de suite, et il n'était pas question pour moi de "voir" la courbe de Tate autrement que comme résultat d'un passage au quotient, pour une notion de "variété" convenable qui restait à dégager — le genre de travail, justement, dont j'ai le béguin 1 II est bien possible que ce soit Serre également, tout sceptique qu'il soit, qui m'ait signalé qu'il y avait des gens, et tout au moins Krasner, qui "faisaient du prolongement analytique" sur les corps values complets ultramétriques, donc totalement discontinus. Cela pouvait donc sembler apporter de l'eau au moulin de mon espoir (un peu loufoque) qu'il y aurait, malgré tout, une "bonne notion" de variété analytique, plus futée que celle qu'on connaissait et proche (par des propriétés type "connexion") des variétés analytiques réelles ou complexes, voire, algébriques. Mais 1133
encore une fois, j'étais le seul vraiment, dans le trio, a y croire — c'était du moins l'impression que j'avais eue alors.

Ça a continué à me trotter dans la tête, pendant des mois, une année peut-être je ne saurais plus dire. La situation me rappelait une vieille perplexité — l'impossibilité où on était, dans le contexte conceptuel alors disponible (à coups d'espaces annelés, genre schémas et schémas formels) de donner un sens à la *fibre générique* d'un schéma formel sur l'anneau de valuation discrète envisagé A. Il devenait vite clair que c'était essentiellement la même perplexité — et que le genre de "variétés" que je cherchais pour donner un sens géométrique à la construction de Tate, devait être celui-là même qui permettrait de donner un sens à cette fameuse "fibre générique" encore inexistante. J'avais enfin un troisième fil conducteur (en plus de la rumeur concernant Krasner), apparu en 1968 — c'était l'intuition des "espaces topologiques généralisés" (qui alors n'avaient pas reçu de nom encore tel que *site* ou *topos*, vu que je n'avais pas commencé un travail conceptuel sur pièces), qui devait permettre de définir la fameuse "cohomologie de Weil — t-adique" entrant (implicitement) dans les conjectures de weil. Cela me suggérait que, tout comme pour la cohomologie de weil, la nouvelle "espèce de structure" que je cherchais ne devait pas être cherché du côté des sempiternels "espaces annelés" ordinaires, mais peut-être bien dans ces "espaces généralisés", munis d'un faisceau d'anneaux convenables.

Je ne saurais plus dire quand ces intuitions éparses ont fini par être assez fortes et convaincantes pour me pousser a ouvrir une parenthèse dans mes tâches courantes (surtout les EGA et les SGA), pour commencer un embryon de travail sur pièces. Ce que je sais, c'est que ce travail s'est fait, comme le plus souvent, dans la solitude — j'étais le seul à "voir" qu'il y avait quelque chose, et le seul aussi, par suite, qui était à même de faire alors un premier travail, qui l'amènerait au jour. Je me rappelle que j'ai commencé à y réfléchir quelques heures ici, quelques heures-là, voire une journée entière, un peu comme j'aurais fait l'école buissonnière (alors que le travail "courant" pourtant ne manquait pas 1). J'ai fini un jour par prendre les mors aux dents, pour en avoir le cœur net, et à m'y coltiner pour de bon — j'ai du y passer au moins quelques jours d'affilée, si ce n'est une semaine ou deux. Le plus dur, ça a été d'arriver à dépasser des habitudes de pensée invétérées, qui sans cesse semblaient vouloir me retirer dans l'ornière du connu — celle des espaces analytiques "ordinaires" (dits maintenant, je crois, "flasques" — ou "welk", en allemand). J'ai bien du m'y reprendre trois ou quatre fois — de ressortir de l'ornière, quand je voyais 1134
que j'y étais retourné, comme un cheval à son écurie 1 Mais décidément, ici, ce n'est *pas* le vieux qui allait faire l'affaire...

Au bout de ce travail* j'en avais le cœur net : modulo un travail technique supplémentaire, que je n'étais pas motivé alors à faire, j'avais mis sur pied une notion d'"espace, rigide-analytique" (c'est là le nom que je lui ai donné, pour exprimer par le mot "rigide" des propriétés genre connexité, proches des variétés algébriques et aux antipodes de celles des variétés analytiques dites "flasques")@ suffisante en tous cas pour répondre aux deux desiderata qui étaient alors dans mon esprit : donner une interprétation' , en termes de ces espaces, de la construction de Tate, et de la fibre générique, d'un schéma formel.

Je ne songeais pas alors à chercher plus loin, pressé que j'étais surtout de retourner aux tâches que j'avais momentanément délaissées. Si j'avais fait joujou un peu plus, je me serais vite rendu compte que des espaces aussi simples que les couronnes fermées r @ r@ R (qui eux aussi méritaient une structure "rigide-analytique") échappaient a ma construction. C'est Tate, que j'avais mis au courant de mes cogitations bien sûr, qui a fait les ajustements qu'il

fallait, pour pouvoir les inclure. A part le travail conceptuel proprement dit, que j'avais fait en majeure partie, il y avait également un travail de nature plus technique à faire, pour avoir une bonne maîtrise sur les "pierres de construction" utilisées, jouant le rôle des schémas affines. C'est le travail qui est fait justement, avec l'élégance et le soin qui le caractérisent, dans les notes de Tate de 1962 [579](*). le pas". J'ai été le premier apparemment à prévoir 1135
(en 1966) un autre champ d'applications de la théorie rigide-analytique, à part les deux motivations initiales, avec le développement de la cohomologie cristalline.

Je n'ai pas eu connaissance d'ailleurs d'autres utilisations géométriques que les trois que j'avais prévues — en y comptant, bien sur, la généralisation de la théorie de Tate à des schémas abéliens généraux. Il semblerait que les gens qui ont par la suite "travaillé dans le sujet" y ont vu matière surtout pour développer la théorie en vase clos (puisqu'elle existait, et qu'un consensus la rangeait au nombre des "thèmes de recherche sérieux"), sans l'insérer dans une vision géométrique plus vaste. C'est là un cas fjrappant de l'*atomisation*, de la parcellisation de la pensée mathématique, liée au mépris dans lequel est tombé toute espèce de travail de fondements, comme tout travail qui ne se réduise à quelque tour de force technique, permettant de résoudre tel "problème au concours". Un signe particulièrement éloquent est l'absence de toute tentative pour développer une notion d'espace rigide-analytique plus générale, qui serait à celle développée par Tate comme la notion de schéma est a celle de variété algébrique sur un corps — de façon a pouvoir relier entre elles les géométries rigide-analytiques sur des corps values complets "variables" (et notamment, de caractéristique variable, et en incluant aussi bien les cas réel et complexe, que les cas "ultra-métriques"). Cette absence est un signe parmi beaucoup d'autres de l'étonnante stagnation de la mathématique de ces dernières quinze années, au niveau de tout travail de fondements (visiblement crucial, en l'occurence).

Pour en revenir à Tate et moi, il est tout aussi probable, certes, que si ma première "percée" n'avait pas "fait tilt" chez Tate et ne l'avait déclenché pour un "deuxième round", les espaces rigide-analytiques n'existeraient pas plus 1 J'en aurais bien parlé ici et là autour de moi, mais comme les questions juteuses (y compris des questions qui avaient l'air plus "urgentes" encore) n'ont jamais manqué, il est douteux que quiconque y aurait accroché — et surtout pas de nos jours, certes, alors que décidément l'idée même d'introduire des

---

[579](*) Pour faire la part des choses, je crois pouvoir dire que tant mon travail que celui de Tate représentaient des étapes, toutes aussi indispensables l'une que l'autre, pour l'éclosion de la théorie des espaces rigide-analytiques. Ma part avait été dans la vision initiale (qui avait fait défaut aussi bien à Tate, qu'à Serre) et dans un travail surtout conceptuel, qui n'était nullement exempt pour autant de certains aspects techniques, qu'il fallait aborder de front. La part du travail de Tate avait été surtout technique, sans pour autant qu'il n'y ait eu là aussi une part de travail conceptuel. Mon travail était à note dominante "yin", "féminin* ?* (et c'est pourquoi, en plus de mon absence de la scène, il est objet de la mésestime générale), celui de Tate à — note dominante "yang", conforme aux canons de bon goût et de bonne tenue.

Si je n'étais intervenu, en poussant mon travail suffisamment pour qu'il n'y ait plus le moindre doute sur 1 '*existence* d'une bonne notion "rigide-analytique" et pour une claire vision d'un maître d'œuvre d'une théorie, il est probable que cette notion n'aurait pas vue le jour aujourd'hui encore. En effet, alors qu'on ne pouvait manquer "tôt ou tard" de découvrir et de développer cette notion, qui n'est nullement une "invention", certes, son besoin pourtant ne s'est pas fait sentir, dans les vingt-trois ans qui se sont écoulés depuis, de façon suffisamment impérieuse, pour "forcer" la main à "sauter choses aussi saugrenues aurait ressemblé un peu trop à quelqu'un qu'il est plus charitable de ne pas nommer ici…

Il m'a fallu un moment d'ailleurs, avant de me rendre à l'évidence que les pierres de construction que j'avais utilisées étaient un peu court aux entournures. Elles suffisaient aux deux problèmes initiaux qui m'avaient motivé — alors pourquoi chercher plus loin ! J'avais du mal à en démordre. Tate a fini par me convaincre, de sa façon tranquille et minutieuse à la fois, qu'après tout il n'y avait pas que ces deux exemples-là, et que même si je n'avais pas l'air d'avoir rencontré encore des couronnes circulaires dans ma vie, c'était pas une raison pour les exclure. Et il n'y avait aucun moyen, apparemment, de les "rattraper" avec mes pierres de construction à moi (si ce n'est en en utilisant un nombre infini, ce qui faisait plus ou moins retomber dans l'ornière "flasque").

J'avais fait ma part du boulot dans mon coin, comme c'était normal, alors gué j'étais le seul à y croire — mais ça n'empêche, bien sûr, qu'une fois arrivé au bout (provisoire), je n'ai pas manqué d'en parler aux deux principaux (et pratiquement seuls) concernés, à 1136
savoir Serre et Tate — Chez Tate visiblement ça a fait tilt, et je pense que Serre a du être convaincu également, quand je lui ai dit à quoi j'en étais arrivé. Je n'ai pas de souvenir précis à ce sujet, mais si par extraordinaire il en avait été autrement, sûrement je m'en serais rappelé.

Aussi, quand j'ai téléphoné a Serre hier, ça allait pour moi de soi qu'il savait, tout aussi bien que moi quasiment, quelle avait été ma part dans la naissance de la nouvelle notion de variété. Je ne prévoyais pas qu'il y aurait l'occasion d'y faire allusion, mais c'est lui qui m'a signalé, quand je lui ai parlé des notes de Tate, que celles-ci avaient été publiées ne varietur dans les Inventiones, et que d'ailleurs Remmert et deux autres auteurs venaient de sortir un livre consacré aux fameuses variétés rigide-analytiques. C'est le livre dont j'ai eu l'occasion de parler dernièrement, dans la note "La maffia", partie (c) "Les mémoires défaillantes — ou la Nouvelle Histoire", où j'accable Remmert pour une "mémoire défaillante" (alors que les notes même de Tate pouvaient bien la lui rafraîchir), au service d'une mauvaise foi qui me paraissait patente. J'en ai touché un mot en passant à Serre — j'avais déjà eu l'occasion, dans ma dernière lettre à lui, de faire allusion à un certain Enterrement[580](*), et il y avait là une illustration, ma foi, assez flagrante.

La première chose assez dingue, c'est que Serre (Dieu sait s'il avait été pourtant aux premières loges dans le temps I) — eh bien, lui non plus, il ne se rappelait pas, mais plus du tout alors, que j'avais été pour quelque chose dans ces fameuses variétés rigide-analytiques ! J'en ai été littéralement bouche bée ! C'était fou vraiment — quand je lui ai

[580](*) C'est dans la réponse à cette lettre (dans la dernière lettre de Serre que j'aie reçue) que Serre cite l'expression de Siegel, sur la "Verflachung" ("l'aplatissement") de la mathématique contemporaine, sur laquelle je commente et que je poursuis dans la note "Les détails inutiles" (n° 171 (v)) partie (c), "Des choses qui ressemblent à rien — ou le dessèchement". Comme je le dis dans cette note, Serre avait congédié cette impression de Siegel comme *"injuste"* — pourtant j'avais l'impression que ça le turlipinait un peu, que Siegel il pense comme ça. Et c'est ce même terme encore (sans faire exprès sûrement) qu'il emploie, pour congédier également mon allusion à un Enterrement.

Inutile de dire que l'idée ne lui est pas venue de me demander *quoi* donc me faisait dire qu'il y avait Enterrement (je n'en avais pas soufflé mot dans ma lettre, préférant attendre qu'il me le demande). La cause, visiblement/ était déjà entendue…

fait allusion à une modeste part que je croyais y avoir prise, à partir des deux exemples qui m'avaient déclenché, c'est *juste du contraire* qu'il croyait se souvenir, lui Serre : quasiment que je n'aurais rien voulu en savoir, de ces nouvelles variétés, disant (selon lui) qu'avec les schémas formels, on avait déjà tout ce qu'il fallait ! J'ai eu du mal a en croire mes 1137
oreilles, sur le coup @*) — et pourtant, quelques jours avant à peine, je venais d'écrire le plus sereinement du monde quelques pages, où il était question d'un certain rôle crucial, d'un rôle de "pilier", que Serre jouerait dans un certain Enterrement. Eh bien, là pour le coup, j'y étais en plein dans l'Enterrement, devant mon nez — à l'autre bout du fil, et en la personne très exactement de ce même Serre, très à l'aise comme c'est son habitude, et visiblement de la meilleure foi du monde i (Et je m'imagine mal, de toutes façons, Serre de mauvaise foi, et surtout quand il s'agit de maths. . .).

Je n'ai pas eu l'esprit à discuter, c'est sûr, et Serre encore moins, mais il y a bien eu une conversation à bâtons rompus, pendant cinq minutes ou dix. Dix minutes bien employées s'il en fût, pour m'y frotter, à la réalité tangible, couleur, goût, odeur et tout d'un Enterrement qui avait fini par devenir un peu lointain, à force de me borner à ne regarder que du papier !

La première chose que j'ai dû songer à dire, c'est que le *nom* même, "espaces ridige-analytiques", c'est moi qui l'avais donné (en laissant entendre, si je ne l'ai pas dit en clair : à un moment où j'étais encore le seul à y rêver, à ces choses que je nommais ainsi. . .). Serre a été un peu interloqué — visiblement, il ne s'en rappelait pas non plus, mais il était évident aussi que je ne m'amusais pas à affabuler. Mais qu'à cela ne tienne, un nom ce n'est qu'un nom après tout, et *tellement naturel* quand même. . . Ce "tellement naturel" laissait entendre clairement que c'était même si naturel, que ça ne signifiait plus rien, que n'importe qui ayant le nez devant la chose n'aurait pu s'empêcher de l'appeler juste de ce nom-là : "rigide-analytique". C'était en somme un compliment que mon ami me faisait sans le vouloir, au sujet de ce nom — mais sur l'air du "si ce n'est que ça. . . !". Du reste, je n'avais rien publié à ce sujet, pas vrai ? Alors il n'y avait rien à dire. . .

J'étais de plus en plus abasourdi. Publié ou pas publié, pour moi ça ne changeait rien à la réalité. Une femme qui a porté un gosse neuf mois et qui l'a mis au monde et le voilà 1138
gambadant et en bonne forme, quelqu'un lui dirait que c'est pas un gosse à elle, vu que rien n'est publié et qu'elle n'est pas foutu d'exhiber le certificat de naissance — c'est sûr qu'elle rira au nez du quidam qui lui tient un tel discours. A vrai dire, je n'ai pas ri au nez de Serre, ce qui n'est pas mon genre et de toutes façons, j'étais encore trop soufflé. Je n'ai pas songé non plus à discuter ; que Tate lui-même dans ses notes ne faisait aucun mystère de la part que j'avais prise dans le démarrage de la théorie @chose que Serre avait

[580](*) En y repensant après coup, j'ai compris quelle a été la déformation qui s'est opérée dans le souvenir (un peu défaillant sur les bords) de mon ami. Comme j'avais pris les schémas formels comme guide principal et quasiment unique, pour dégager une définition d'un espace rigide-analytique (de façon à pouvoir associer à un schéma formel une fibre générique rigide-analytique), il en avait retenu (vingt-trois ans après) que j'aurais soutenu mordicus qu'il n'y avait pas besoin d'une nouvelle notion de variété, vu que "mes" schémas formels suffiraient à tout. (Comme quoi les défaillances de mémoire font souvent bien les choses. . .) Pourtant, déjà K* (mon deuxième fil conducteur) ne provient *pas* d'un sciiéma formel. De toutes façons, ici encore, la cause était déjà entendue !

apparemment oublié tout autant que Remmert[581](*)) — et qu'en 1972, quand j'ai écrit l'Esquisse Thématique où j'y faisais allusion[582](**), Serre n'avait pas fait mine encore de tiquer à ce sujet (sa mémoire doit avoir travaillé depuis ce moment). Ça aurait été de toutes façons peine perdue, visiblement — du moment qu'il n'y avait rien de publié, tout ce que j'allais dire allait compter pour du beurre...

Mais le "pas publié" avait fait tilt, j'ai enchaîné là-dessus — que justement une majeure partie de mon œuvre consistait en des choses pas publiées, communiquées de bouche à oreille. J'ai senti Serre interloqué encore — c'était là une idée qui avait l'air de lui sembler un peu saugrenue, comme une contradiction dans les termes "œuvre — pas publiée...", pour lui ça semblait pas aller ensemble. J'ai prononcé le mot "motif", il a sauté dessus 1139
tout de suite : là il allait me détromper sur les idées d'Enterrement que je me faisais, fin heureux de m'annoncer qu'il y a deux trois, ans, justement, il y avait tout un livre qui avait paru sur les motifs — vraiment, je ne pouvais pas me plaindre sur le chapitre "motifs" !

l'Et alors, tu l'as tenu entre les mains, ce fameux livre ? "lui ai-je demandé (ça tombait bien, ça faisait un moment que j'y songeais à lui poser cette intéressante question).

Tenu entre les mains — mais je voulais rire peut-être, m'a rétorqué Serre, pour sur qu'il le connaissait, ce livre ; il en parlait même comme un qui l'aurait lu en long, en large et en travers, et c'est qu'il devait l'avoir lu en effet. J'aurais pu me dispenser de poser la question, s'il n'y avait rien trouvé de particulier — c'était visible que non, et pourtant (c'est comme ça qu'on est faits, je n'y peux rien I) je lui ai posé la question quand même ! Et comme il n'avait pas l'air de comprendre le sens de la question,. je lui ai dit que moi, le prenant entre les mains l'an dernier, j'avais eu du mal à en croire mes yeux.

J'ai du prononcer le mot "escroquerie", mais je sentais que c'était là un pur euphémisme. Tel que je l'avais ressenti réellement, et le ressens encore en écrivant ces lignes, c'était une *indécence* — mais je me suis abstenu de le lire. Au fond, je sentais bien que peu importait quel terme j'allais utiliser ; rien n'avait passé depuis quinze ans que "ça faisandait dur" et

[581](*) Je sentais bien, encore une fois, que *"de toutes façons*, la cause était entendue"[1]. Si Tate disait qu'il suivait "de façon pleinement fidèle" un maître d'œuvre que je lui avais fourni, eh bien qu'à cela ne tienne — il ne s'agissait que d'un maître d'œuvre après tout, un vague dessin autant dire que le premier gosse venu peut tracer dans le sable, une vague sauce grothendieckienne, c'est sûr — c'était encore gentil à Tate, vraiment copain comme pas un, de prendre la peine d'en faire mention...

[582](**) C'est le texte, daté de 1972, présentant une esquisse un peu sèche (et pas très inspirante) de mes contributions mathématiques à cette date, écrite à l'occasion de ma candidature à un poste au Collège de France (poste qui a été atribué à J. Tits). Ce texte, augmenté de commentaires historiques plus circonstanciés, paraîtra dans le volume 3 des Réflexions. Il en est question notamment dans l'introduction, 3 (Boussole et Bagages). Dans l'Esquisse Thématique, 5 e), j'écris : *"Espaces rigide-analytiques.* M'inspirant de l'exemple de la "courbe elliptique de Tate", et des besoins de la "géométrie formelle" sur un anneau de valuation discrète complet, j'étais parvenu à une formulation partielle de la notion de variété rigide-analytique sur un corps value complet, qui a joué son rôle dans la première étude systématique de cette notion par J. Tate. Par ailleurs, les "cristaux" que j'introduis sur les variétés algébriques sur un corps de caractéristique t@ 0 peuvent s'interpréter parfois en termes de fibres vectoriels à connexion intégrable sur certains types d'espaces rigide-analytique sur des corps de caractéristique nulle ; ceci fait pressentir l'existence de relations profondes entre cohomologie cristalline en car. p @ 0, et cohomologie des systèmes locaux sur des variétés rigide-analytiques en caractéristique nulle."

C'est encore là du Grothendieck tout craché !

que Serre choisissait de ne rien sentir (c'est bien là ce que je venais d'écrire, quelques jours plus tôt), et quoi que je dirais, ça ne "passerait" pas pour autant.

Serre, du coup, il était lancé, c'était quasiment comme s'il n'avait attendu que ça. Escroquerie ? Tu veux rêver, mon pauvre, mais c'est Deligne en personne qui l'a écrit ce livre et du beau travail encore, oui — d'accord tout le monde sait très bien que c'est toi qui as introduit les motifs, mais ce n'est pas une raison de le répéter chaque fois qu'on prononce le mot "motifs", pas vrai ? Sans compter que tu n'as jamais publié une ligne, et que ton yoga dépendait de conjectures pas démontrées (je croyais là entendre quelqu'un d'autre me parler par la bouche de Serre...), alors que justement l'intérêt du livre, c'est qu'il n'utilise aucune conjecture, en fait il n'utilise *rien* de ce que tu avais fait dans le temps...

Le ton était vif et sans réplique, d'un qui sait très bien de quoi il parle et qui n'a plus rien à apprendre — avec une pointe d'agacement, de l'homme un peu pressé, pris à partie 1140
par un lourdeau qui s'obstine à ne pas comprendre les choses les plus évidentes. C'était pas l'ambiance pour poser tant soit peu sur quoi que ce soit — tout était déjà réglé et adjugé, visiblement. Les axiomes de Serre, en matière d'éthique du métier et de ce qui est important et de ce qui est accessoire, avaient visiblement changé — et il n'y avait rien à y faire. Il fallait que je le prenne tel quel, avec ses nouveaux axiomes.

J'ai donc accroché sur "conjectural", en désespoir de cause ! J'aurais pu lui dire que les conjectures de Weil, c'était conjectural aussi — et pourtant, il n'était pas question pour lui ni pour personne de les traiter par dessous la jambe — mais il est vrai que ces conjectures-là, weil avait pris soin de les publier 1 Mais comme j'en suis justement au "Sixième clou" (à mon cercueil)[583](*) j'ai embranché plutôt sur le "groupe de Galois motivique" ; il n'avait rien de "conjectural" lui, j'avais développé toute une théorie d'une grande précision sur les catégories du type Galois-Poincaré, qui était une des notions de base utilisées dans ce fameux livre, sans qu'il ait paru nécessaire de faire la moindre allusion à ma personne.

Serre a sauté sur l'allusion, à nouveau, là encore il allait pouvoir me détromper de mes idées d'Enterrement — toute cette théorie, elle était, publiée noir sur blanc dans un livre, et d'un de mes élèves encore, Saavedra[584](**) — est-ce que ce n'est pas moi qui lui avais même fait faire cette thèse ? Là encore, visiblement, c'était un livre qu'il connaissait parfaitement, il avait eu à y référer plus d'une fois[585](***). "Et alors, dans ce livre-là, rien non plus ne t'as frappé" — lui ai-je demandé encore (et cette fois encore, il était clair pourtant que je savais déjà quelle serait la réponse).

Non, visiblement ça ne l'avait pas frappé, que mon nom ne soit pas prononcé dans ce livre, ni pour la théorie qui en fait l'objet, ni pour les notions annexes (telles que motif,

[583](*) II s'agit du groupe de notes (n°s 176 à 176) auquel je suis en train de mettre la dernière main, et où je dévisse l'escroquerie, justement, autour de la notion de groupe de Galois motivique et de catégories de Galois-PoincaréGrothendieck (baptisées "tannakiennes" pour la circonstance) — escroquerie montée par un Deligne et (dans un premier temps) par le "pion" Saavedra interposé..,

[584](**) C'est le fameux livre "Catégories tannakiennes" (sic) de ce mime Neantro Saavedra Rivano, paru dans Lecture Notes 265 (1972), Springer Verlag.

[585](***) je crois savoir d'ailleurs que quand Serre a l'occasion de citer ce livre où mon nom n'est pas prononcé (autant dire), et sans qu'il y trouve (quant à lui) rien d'anormal, il prend soin pourtant (par je ne sais quel scrupule) de référer en même temps à ma personne. Il doit être le tout dernier à prendre encore ce genre de peine...

cristal et tutti quanti) qui y sont introduites ab ovo et développées à titre d'exemples. La 1141
il n'a pas eu l'air pourtant, Serre, d'avoir des défaillances de mémoire — il se rappelle encore (pour le moment du moins...) à qui sont dues ces notions, qui apparaissent là, sous la plume d'un autre de mes élèves, sans que mon nom ne soit non plus prononcé. S'il y a bien une "défaillance" ici, en mon ami, ce n'est pas en tous cas au niveau "mémoire"...

On a épilogue pendant quelques minutes encore sur le nom "catégories tannakiennes", dont je laissais entendre que je le considérais comme une mystification, alors que Serre, lui, preuves à l'appui, il trouvait qu'il convenait à merveille. La aussi, je le savais bien déjà, au fond, avant même de soulever ce nouveau lièvre ; comme je sais aussi *pourquoi* ce nom convient tellement bien à celui qui fut mon ami, alors que moi, qui ait porté et enfanté cette chose-là, trouve à y redire.

Comme il en va généralement entre nous, c'est Serre qui a coupé court — et de fait, c'est vrai que la conversation avait bien assez duré. Il n'y avait eu "communication" à aucun moment, et c'est pourquoi sûrement elle me laissait sur ce sentiment d'insatisfaction, de disharmonie. Et pourtant, tout comme les deux ou trois courtes lettres que j'ai reçues de lui dernièrement et avec une force plus péremptoire encore, cette courte conversation m'a appris beaucoup. Des choses "sues", sûrement, mais récusées à moitié ; sues et pas crues 1 Et sûrement ce sentiment de frustration (qui ne s'est pas dissipé encore aujourd'hui) est le signe de ma résistance à accueillir et accepter le message.

Un message malvenu, certes. Il y a quelques mois encore, je ne doutais pas que Serre (tel que je me rappelais vivement de lui, incarnation d'une élégance incisive et d'une probité exempte de toute complaisance), quand il prendrait connaissance (mieux vaut tard que jamais...), grâce à la lecture du texte providentiel "Récoltes et Semailles", des turpitudes d'un certain Enterrement (dont il était à mille lieux certes de se douter, le pauvre...), eh bien que son sang il ne ferait qu'un tour et qu'il se jetterait dans la mêlée, cette fois-ci[586](*). Cette image d'Epinal s'est dissipée au cours Chevalley et de Samuel), ne faisait 1142
exception. Les paris sont ouverts sur l'effet (ou le non-effet) que produira le pavé "Récoltes et Semailles", dans ce même establishment — à commencer par Serre lui-même...

de ces dernières semaines, un anodin échange de lettres aidant. Et hier il m'a été donné de voir, sans plus la moindre possibilité de doute, que ça fait belle lurette que Serre y est installé dedans en plein, dans l'Enterrement, et qu'il y trouve bien son compte. Et ceci, est-îl besoin de le dire (et sans que j'y mette aucune espèce d'ironie), avec la meilleure foi du monde l

Cela fait d'ailleurs un moment que j'ai compris que la "bonne foi" n'est nullement une chose aussi simpliste et bien tranchée, qu'il m'avait semblé la plus grande partie de ma

[586](*) En écrivant'fcette fois-ci ", j'ai pensé aux deux autres fois où je m'étais mis en frais, pour essayer de faire passer un message à la fameuse "communauté mathématique" — et même, ces deux fois-là, à la mobiliser. La première fois était en 1970, lors de mon départ de la scène mathématique, à l'occasion de la connivence de l'establishment scientifique avec les appareils militaires. La deuxième, au niveau plus modeste des seuls collègues français, c'était a propos d'un certain article inique frappant les étrangers en France. (Voir à ce propos la section "Mes adieux — ou : les étrangers", n° 24.) Les deux fois, mes efforts ont rencontré une indifférence générale, où Serre, pas plus qu'aucun de mes autres amis dans le milieu que je venais de quitter (à la seule exception de

vie. Un certain type de "bonne foi", des plus répandus, consiste simplement à se donner le change a soi-même, comme un pavillon de bon aloi servant à couvrir des marchandises parfois douteuses. Notre psyché est faite de couches superposées, et à mesure que le regard s'affine, il voit la "bonne foi" de telle couche servir parfois de couverture et d'alibi aux supercheries de celle d'en dessous.

Pour ce qui est de la bonne foi de Serre, je continue a lui faire ce crédit, qu'il n'écrira jamais un livre faisant usage de façon essentielle d'idées d'autrui, sans le dire clairement — et ceci, même si ces idées n'ont jamais été publiées, et ne seraient connues de nul autre que de celui qui les lui a communiquées (à supposer qu'il soit encore en vie) et de lui-même. C'est dire que je crois savoir que Serre n'écrira jamais un livre comme ceux dont il avait été question entre nous hier. Je crois pouvoir dire, même, que le seul fait, pour quelqu'un comme Serre ou comme moi[587](*), d'écrire un texte (mathématique en l'occurence) s'adressant à un public, met en jeu des réflexes invétérés de conscience professionnelle, qui auront tendance à éliminer ou à corriger tout au moins (je crois) certaines "défaillances de mémoire", lesquelles ne tirent pas tant a conséquence dans une simple conversation à bâtons rompus comme celle de hier[588](**). Tout cela va dans le sens de ce que j'écrivais il y a trois semaines aller 1143
à la "pente naturelle" de passer sous silence celui qui doit être passé sous silence ; qu'il irait au delà de "défaillances" de mémoire un peu complaisantes à ladite pente naturelle, à laquelle il lui a plu de se laisser aller dans une conversation privée. Il est vrai aussi qu'il y a quinze ans encore, avec la rigueur que je lui ai connu alors, il ne se serait pas laissé aller à une telle pente, il me semble, même dans une conversation privée...

encore, dans la note "Des choses qui ressemblent à rien — ou le dessèchement" (n° 171 (v), partie (c)) : "Je sais bien que Serre, pas plus que moi, ne s'aviserait de hurler avec les loups, de piller, de magouiller et de débiner, là où "tout le monde" pille, magouille et débine".

Cela dit, je constate que tout cela n'empêche que Serre trouve bel et bien son compte, dans certains cas tout au moins, à ce que *les autres* pillent, magouillent et débinent, et ceci de façon ouverte et manifeste, "en pleine place publique'[1] et "sous les feux de la rampe". Il peut certes le faire "de la meilleure foi du monde" — il ne se salit pas les mains, en se bornant à donner sa bénédiction sans réserve au pillage, aux magouilles et aux débinages des autr. es, et ceci d'autant moins qu'il n'empoche aucun bénéfice visible : il ne se targue pas des fruits des labeurs d'autrui, tout en trouvant bon que d'autres (des concessionnaires attitrés, aurais-je envie d'écrire) jouent un tel jeu, au vu et su de tous. Les "bénéfices" qu'il encaisse sont plus subtils que des publications @un peu véreuses sur les bords) et autres comptes en banque dont d'autres sont friands. Il faut croire qu'il sont pourtant de

[587](*) En parlant ici de "Serre ou moi", je pense, en fait, à n'importe lequel des membre@ du milieu dont nous faisions partie l'un et l'autre dans les années cinquante — milieu que j'essaie de cerner tant soit peu dans les parties III et IV de "Fatuité et Renouvellement", et plus particulièrement dans la section "Bourbaki, ou ma grande chance — et son revers". Il est vrai pourtant que je constate que même dans ce milieu restreint, j'ai connaissance de deux membres qui ont "mal tourné", (dont il a été question en son lieu dans Récoltes et semailles).

[588](**) Ainsi, je ne doute pas que si Serre avait été auteur ou co-auteur (comme l'est R. Remmert) d'un livre sur les espaces rigide-analytiques, il ne se serait

conséquence, pour donner lieu à la stupéfiante métamorphosme de celui que j'avais connu, participant aujourd'hui (je ne saurais dire depuis quand), yeux fermés et narines bouchées, à la corruption générale[589](*).

e. (18 juin) J'avais eu une hésitation, hier, de rajouter encore une quatrième partie à la note "L'album de famille" (n° 173), histoire de faire un compte rendu "a chaud" du coup de fil avec Serre de la veille. Ce coup de fil, il est vrai, m'avait laissé sur un "sentiment d'insatisfaction, de disharmonie" (comme j'ai écrit hier) — et ce sont même là des euphémismes, pour exprimer un malaise si incisif, qu'il approchait de l'angoisse. Ce-malaise suscitait le besoin de revenir sur cet épisode, comme à un abcès mûr désormais, et qu'il serait grand

@*) Cette constation d'une participation à une corruption rejoint celle faite (pour les auditeurs d'un certain séminaire en mars 1980) dans la note "Carte blanche pour le pillage — ou les Hautes Œuvres" (le nom dit bien ce qu'il veut dire), n° 171, notamment page 1090 deuxième alinéa. temps de vider. Et il y a eu aussi les atermoiements habituels. Ça 1144
fait des semaines qu'au service de duplication de l'USTL on attend qu'on leur apporte la suite de ce fameux fascicule IV de Récoltes et Semailles qui n'en finit pas d'accoucher ; déjà c'est juste-Auguste pour arriver a tout tirer et brocher avant la fermeture annuelle de la Fac (le 15 juillet), surtout qu'il n'y a pas que moi — en cette fin d'année universitaire, il y a un afflux de thèses de toutes sortes, qui doivent passer en priorité. Bref, je me disais qu'il faut savoir terminer un livre ; que si je continuais à y insérer de la "dernière minute", j'en aurai pas terminé l'an prochain encore, que ça avait assez duré comme ça. . .

Et puis si, j'ai fini par m'y mettre — et tant pis, si le tirage de Récoltes et Semailles n'est que pour la rentrée ! ça a attendu quinze ans (pour ne pas dire trente), maintenant ça peut attendre encore deux ou trois mois de plus, mais que je prenne le loisir de regarder ce que j'ai à regarder, et de dire ce que j'ai à dire, sans me laisser bousculer par des "échéances". . .

Ça a été une rude journée de travail, ou plutôt une nuit et une partie de matinée — je voulais que ce texte "en rab" pour la frappe parte avec le courrier d'aujourd'hui. C'est chose faite.

La, j'ai l'impression d'être allé au bout d'un certain travail qui *devait* être fait. Je me sens léger soudain, comme délivré d'un grand poids que je traînais, sans le savoir sûrement, et je ne saurais dire depuis quand. Ça doit être le poids d'une certaine illusion tenace-, — qui a dû commencer à s'installer en moi dès la fin des années quarante, quand a commencé à éclore en moi une identité d'adoption, celle de membre d'un* certaine "communauté" (mathématique), d'un certain milieu, qui pour moi était empli de chaleur et de vie. Je parle de cetteéclosion d'une identité nouvelle, dans Fatuité et Renouvelle*, ment, dans les sections "L'étranger bienvenu" et "La "communauté mathématique" : fiction et réalité" (n°s 9, 10), et également dans "Bourbaki, ou ma grande chance — et son revers" (section n° 22). Il est vrai que cette identification a été balayée sans retour par les événements qui ont entouré et suivi mon départ en 1970, dans la foulée de mon engagement dans une activité militante. Avec le recul, je me rends compte maintenant qu'il restait pourtant un *lien* à ce milieu que j'avais quitté, dans lequel je ne me reconnaissais plus ; un lien invisible peut-être mais d'une grande force, faisant partie de ce "poids d'un passé" (que je commence à entrevoir l'an dernier, dans la section de même nom, n° 50). Alors que j'avais quitté

ce milieu sans esprit de retour, une certaine *image* de ce qu'avait été cette "famille", en somme, que j'avais quittée pour une autre aventure, est restée vivante en moi, et maintenait 1145
ce lien. Cette image a dû rester plus ou moins statique, il me semble, depuis mon départ (et dès longtemps avant, certes) jusqu'au moment de la réflexion poursuivie dans Récoltes et Semailles. Celle-ci a commencé à nuancer l'image que j'avais d'un certain passé, et à y incorporer tant bien que mal des éléments du présent, souvent déconcertants certes et ma1-venus. J'ai fini par me rendre à l'évidence d'une stupéfiante *dégradation* dans l'état des mentalités et des mœurs dans ce qui avait pris la suite du milieu auquel je m'étais identifié, et (semblerait-il) dans le monde mathématique en général. Cette dégradation, je m'en suis rendu compte, ne date pas de hier, et j'avais eu le temps, dès avant mon départ, d'y avoir ma part, (Une part entrevue, tout au moins, au cours de la réflexion poursuivie dans Fatuité et Renouvellement.) J'ai eu l'impression, pourtant, qu'il y a une sorte d'escalade effrénée dans cette dégradation après mon départ, dans laquelle certains de mes ex-élèves ont joué un rôle catalyseur de premier plan.

Quoi qu'il en soit — tout au cours des régulations se succédant dans mon enquête sur l'Enterrement, j'ai maintenu dans mon esprit une sorte de "tabou" tacite autour de ceux, parmi mes amis d'antan, qui faisaient partie de ce milieu qui m'avait accueilli en mes jeunes années — Je ne concevais pas, tout simplement, qu'aucun d'eux ait été sérieusement atteint ou "entamé" par cette dégradation profonde dont je faisais le constat. Quand il m'arrivait de parler de la complaisance de la "congrégation toute entière" vis-à-vis d'opérations qui (pour moi tout au moins) dépassaient l'imagination, sûrement il devait y avoir en moi une sorte de "clause" intérieure, mettant hors de cause ceux qui, pour moi, devaient rester "au dessus de tout soupçon". Ils ne se doutaient de rien, visiblement — c'est qu'ils devaient être occupés ailleurs, sûrement — faut pas leur en vouloir 1 Un peu dans ces tons-là. Et pour les plus âgés parmi mes aînés, cette façon de voir correspond, je veux bien croire, à la réalité, ou du moins à un certain aspect de la réalité. Mais sûrement pas pour des gens comme Serre, Cartier, Borel, Tate, Kuiper, Tits et d'autres que j'ai bien connus, qui sont de la même génération quamoi, eh pleine activité, pleinement intégrés au milieu que j'examine ici et qui continuent, aujourd'hui encore, à y exercer un pouvoir non négligeable et à y donner le ton, tout autant que certains nouveaux venus qui ont fini par y constituer une "maffia" sans scrupules, avec la bénédiction sans réserve de leurs aînés.

Il y avait donc là une contradiction tenace et flagrante dans l'image que je me faisais de la réalité, telle qu'elle apparaissait à travers le "révélateur" de premier ordre qu'est l'Enterrement. C'est cette contradiction sûrement, perçue à un certain niveau et récusée à 1146
un autre, qui créait ce "malaise" dont j'ai parlé tantôt, à la limite de l'angoisse — angoisse révélatrice d'une *division.* Et celui qui, plus que tout autre, incarnait pour moi ce milieu, de gens que quelqu'un en moi persistait à percevoir comme des "proches"@ et celui aussi qui avait été "le plus proche" de tous parmi eux, était Jean-Pierre Serre. A ce titre, c'était en lui, plus qufen tout autre, que résidait le nœud de la contradiction éludée.

J'ai commencé timidement à aborder cette contradiction il y a six semainnes seulement, dans la première partie (du 4 mai) de la note "Les détails inutiles" (n° 171 (v)). Cette réflexion s'approfondit considérablement dans la troisième partie de cette même note (du 27 mai, donc trois semaines plus tard), "Des choses qui ressemblent à rien — ou le dessèchement". Je reviens à nouveau sur la personne de Serre, à l'encontre de résistances intérieures vivaces, il y a une semaine (le 11 juin) dans la partie c. ("Celui entre tous — ou l'acquiescement") de la présente note. Cette fois, le rôle crucial de Serre dans l'Enterrement apparaît enfin en pleine lumière. C'était la un nouveau grand pas dans ma compréhension de l'Enterrement — mais le nœud de la contradiction n'était toujours pas abordé pour autant ! La personne de Serre restait pour moi (comme si rien ne s'était jamais passé) 1 * incarnation d'une "élégance" et d'une "probité" sans peur et sans reproche. Le "tabou" restait sain et sauf J

C'est le coup de fil d'avant-hier qui a fait éclater la contradiction, me mettant le nez "en plein dedans" (l'Enterrement), que ça me plaise ou non. Il y a eu, comme de juste, mobilisation immédiate de forces de résistance considérables (évoquées tantôt), pour maintenir le statu quo, plutôt que d'assumer la contradiction : en prendre acte, d'une façon ou d'une autre, et par là, la résoudre. j'étais libre de le faire, ou de ne pas le faire.

J'ai sauté le pas — et j'en suis heureux. La récompense a été immédiate : une *libération*, se manifestant par un sentiment de légèreté, Ae soulagement ; soulagement d'une tension intérieure, certes, mais plus encore, libération d'un poids.

Le seul autre moment dans Récoltes et Semailles où il y a eu un sentiment de libération semblable, est celui aussi qui a marqué un premier grand tournant dans la réflexion, dans Fatuité et Renouvellement, avec la section "La mathématique sportive" suivie par "Fini le manège I" (n°s 40, 41). J'ai l'impression d'ailleurs que ce nouveau pas que je viens de "sauter" fait suite a celui que j'avais fait l'an dernier. Je ne saurais trop dire, sur le coup, pourquoi et en quoi. L'exclamation triomphante d'alors, "Fini le manège i", était 1147
prématurée c'est sûr (comme je m'en suis aperçu dès le mois d'après). Mais le nouveau pas que je viens de faire est, pour le moins, un pas de plus qui me mène hors dudit manège. L'avenir m'en dira plus, dans quelle mesure il en est bien ainsi.

Après la réflexion de hier et celle du 11 juin, j'ai l'impression d'être arrivé a une vision moins floue de l'Enterrement. C'était surtout ce "troisième plan" qui restait dans le vague. La réflexion du 11 l'aura fait s'incarner, d'une façon tangible, dans la personne de Serre, et celle-ci a son tour a pris des contours tout ce qu'il y a de concrets (c'est le cas de le dire) au cours de la réflexion de hier.

Finalement, dans toute cette quatrième partie de Récoltes et Semailles, c'est la réflexion sur la relation avec Serre qui m'apparaît comme la partie la plus cruciale, pour ma propre compréhension de l'Enterrement, au delà des "compléments d'enquête" et des tableaux haut en couleur des bas-fond de la mégapolis mathématique. Il est vrai aussi que si je n'avais pas pris la peine, par respect pour le sujet que je me suis donné la tâche de sonder, de me coltiner cette "mise en ordre d'une enquête" avec tout le soin dont je suis capable, en prenant grand soin aussi d'éclairer de mon mieux tous les coins un peu sombres qui se présentaient en chemin, cette réflexion sur Serre n'aurait sans doute pas non plus vu le jour, et ma compréhension de l'Enterrement (et de mon implication dans celui-ci) serait resté flou comme devant. Tout se tient, dans un travail de recherche !

La partie la plus substantielle de la réflexion, dans cette dernière partie de l'Enterrement, est apparue en fait "en dernière minute". En principe, le "point final" sous cette partie avait été posé il va y avoir deux mois et demi (le 7 avril). Il restait tout juste alors

une dizaine de pages a retaper au net, et quelques notes de bas de pages à rajouter (comme ça avait été le cas aussi il y a un an, vers la fin mai...). Les imprévus ont commencé à se bousculer dès les jours suivants déjà, avec la visite de Zoghman, venu pour lire cette dernière partie (en principe terminée) et me faire ses commentaires. Ils se sont matérialisés en quelques trois cents pages de texte supplémentaire — et parmi celles-ci, ces pages où je reviens sur la relation entre Serre et moi, à la lumière (jusque là éludée) de l'Enterrement. (ï (22 mars)[590](*) Comme je l'ai déjà souligné ailleurs, il n'y a en réalité pas quatre 1148
opérations (pour u n Enterrement), mais une seule et unique *"opération Enterrement"*. Sa division en quatre grands volets a été commode pour l'exposition, mais est artificielle et (si on la prend trop à la lettre) apte a induire en erreur. Assurément, en le Metteur en scène — Chef d'orchestre — Principal Officiant aux Obsèques, il n'y a pas eu *quatre* petits diables dans quatre coins différents de la tête pour lui souffler ce qu'il avait à faire, mais un seul et unique 1 J'ai essayé, au cours de la longue méditation sur le yin et le yang[591](**), de faire mieux connaissance avec ce petit diable-là que par le passé, où je m'étais borné à constater de temps en temps qu'il était toujours là en train de s'agiter, et passais à autre chose l'instant d'après. Je ne prétends d'ailleurs pas y avoir réussi pleinement, à faire sa connaissance, et peut-être n'est-ce pas tellement mon boulot, après tout. Ce qui est sur, c'est qu'il est toujours là à s'agiter comme devant, et il n'est pas dît qu'il s'arrêtera avant le dernier soupir de mon ami. Toujours est-il que la fameuse "opération Enterrement" continue toujours, en ce moment encore où j'écris ces lignes. Et je me demande si la diffusion du présent "Album de famille" aura tout au moins pour effet de mettre fin à la plus grosse (et la plus inique) de toutes les opérations partielles : celle qui a consisté à enterrer vivant un jeune mathématicien, zoghman Mebkhout, dont "tout le monde" travaillant dans la cohomologie des variétés algébriques ou complexes utilise depuis quatre ou cinq ans les idées et les résultats...

Abandonnant la fiction des "quatre" opérations là où il y a en a visiblement une seule, il serait intéressant de faire une esquisse, par ordre chronologique, des principaux épisodes et étapes qui me sont connus. Je ne le ferai pas ici, jugeant en avoir assez fait en rassemblant, dans les quatre notes principales précédentes ("Le silence", "Les manœuvres", "Le partage", "L'Apothéose", n°s 168, 169, 170, 171) tous les épisodes qui me sont connus, et que le lecteur curieux pourra lui-même ordonner sur une échelle chronologique. Chose curieuse, du point de vue "deuxième niveau" ou "opération" (pour employer des euphémismes), il ne semblerait pas que l'année de mon départ de la scène mathématique, en 1970, marque une discontinuité dans la succession des épisodes, qui se poursuivent à allure assez régulière, m'a-t-il semblé, depuis la fin du séminaire SGA 5 en 1966, jusqu'en 1977 avec la double publication de "SGA 4*5 " et de l'éditionIllusie de SGA 5 [592](*). Cette opération m'ap- 1149
paraît comme marquant un *changement qualitatif* soudain et saisissant. Avant il y avait

[590](*) (14 juin) La présente note enchaîne sur la partie a. ("Un défunt bien entouré") de la note précédente, écrite le même jour.

[591](**) C'est la réflexion formant la majeure partie de la troisième partie de Récoltes et Semailles, avec les notes n°s 104 à 162″.

[592](*) (3 juin) II convient de corriger cette impression, en tenant compte de l'opération d'envergure "Catégories tannakiennes" (sic), dont le premier épisode (avec le "père de paille" N. Saavedra) se place

une “fauche” discrète. La je sens l’irruption tout à coup d’une rafale de violence et de mépris, s’acharnant sur l’œuvre d’un absent, déclaré “défunt”.

Après cette espèce de *défoulement* collectif de l’ensemble de mes élèves cohomologistes (sous l’œil complaisant de la “Congrégation toute entière”), il semblerait qu’il y a une accalmie pendant quatre ans. Alors que tout au cours des onze années qui se sont écoulées entre 1966 et 1977, je décèle un “épisode” bien typé tous les un ou deux ans, je n’en connais aucun entre 1977 et 1981 (année du Colloque Pervers). Au contraire, le long article “La conjecture de Weil, II” de Deligne, paru aux Publications Mathématiques en 1980, donc l’année qui a précédé l’incroyable Colloque, peut quasiment passer pour normal, par les temps qui courent. . .[593](**). C’est l’année aussi où Deligne prend connaissance, lors d’un séminaire Bourbaki et de la bouche de l’auteur lui-même, du “théorème du bon Dieu” (alias Mebkhout)[594](***). C’est là le départ d’une soudaine fonte des glaces dans une longue stagnation du thème cohomologique. Et c’est le signal aussi dès l’année suivante, pour cette deuxième et ultime (?) culmination de l’opération Enterrement, sur le diapason cette fois inique, quand toute retenue, et même la simple prudence, sont allègrement jetés par dessus bord.

L’épisode du “mémorable volume” LN 900 l’année d’après (consacrant l’exhumation des motifs sans mention de ma personne, épisode qui m’avait tellement ému un certain 19 avril de l’année dernière-..), tout comme celui du rapport de Berthelot de la même année (consacrant l’élimination de mon humble personne de l’“histoire”-sic de la cohomologie cristalline), m’apparaissent après-coup comme les prolongements naturels, et somme toute 1150
assez anodini, de ce qui s’était passé lors de ce colloque, dont le nom entrera peut-être dans l’histoire (ou de ce qui en reste), comme un *avertissement.* Et “l’Eloge Funèbre” l’année qui suit, si incroyable qu’il puisse paraître à celui qui “pose” sur lui tant soit peu, apparaît lui aussi comme un tel prolongement, ou (comme j’écrivais précédemment[595](*)) comme un “épilogue”. Quant aux deux années qui se sont encore écoulées depuis, elles n’ont fait qu’entériner, dans les écrits et dans les esprits, les “acquis” d’un brillant colloque et de ses prolongements. . .

C’est une coïncidence remarquable — ou plutôt, ce n’est visiblement *pas* l’effet d’une “coïncidence” — que dès l’an dernier, et avant d’avoir fait connaissance encore avec l’opération “SGA 4*3 — SGA 5 ” ni avec celle du Colloque Pervers, j’aie constaté deux “tournants” dans la relation personnelle de mon ami Pierre a moi, se plaçant en ces mêmes années 1977 et 1981. Je les inclus pour la première fois dans une attention commune et essaye d’en

en 1972 (et l’épilogue en 1982, avec le “vrai Père” P. Deligne prenant le relais). Voir à ce sujet la suite de notes “Le sixième clou (au cercueil)” n°s 176 — 176 .

[593](**) Bien entendu, aucune allusion n’est faite à ma personne à l’occasion du résultat principal qui fait l’objet du travail, et dont l’énoncé faisait partie du yoga des motifs que Deligne tenait de moi. Par contre, j’ai été frappé par le fait que mon nom figure, avec celui de Miller, dans un des paragraphes du travail, à propos du complexe de De Rham à puissances divisées, qui avait été introduit (vers 1976) indépendamment par Miller et par moi. J’avais donné un exposé sur ce thème en 1976, à l’IHES (ça a été d’ailleurs la dernière conférence publique que j’aie donnée dans ma vie), mais il était clair que je ne publierai rien. Sans doute personne ne se serait même aperçu, ni surtout aurait trouvé à redire, que l’auteur passe sous silence cette co-paternité toute officieuse. . .

[594](***) (i juin) En fait, cet épisode a eu lieu l’année précédente, en juin 1979, au séminaire Bourbaki.

sonder le sens, dans la note "Deux tournants" du 25 avril, six jours après que je découvre l'Enterrement (en prenant connaissance du mémorable LN 90O@. Au moment, où l'un et l'autre tournants ont eu lieu, des années avant, j'avais été bien loin de me douter (pas à un niveau conscient, tout au moins) de l'Enterrement qui se tramait, et j'aurais été bien en peine de rattacher l'un ni l'autre à aucun événement qui me soit connu, et qui aurait pu les éclairer.

([@@@]) (23 mars) Pour terminer de faire le tour de l' "opération Enterrement", il me reste ([@@@]) à passer en revue le rôle d'un dernier participant actif et empressé, dont j'ai eu l'occasion de parler "en passant" bon nombre de fois au cours de cette longue réflexion sur ledit Enterrement. Il s'agit de l'honorable établissement Springer Verlag GmbV (Heidelberg), bien connu comme éditeur de livres et de périodiques scientifiques, s'honorant d'ailleurs de la devise "Im Dienste der wissenschaft" — au service de la science[596](**).

Dans l'édition mathématique de cette maison, c'est sans doute la série de textes "Lecture Notes in Mathematics" qui est la plus connue de toutes. C'est peut-être aussi la série de textes scientifiques au monde qui a connu la fortune

@*) Dans la note "Les joyaux", n° 170 (iii). la plus prodigieuse : plus de mille titres 1151
parus, en une vingtaine d'années. Je pense d'ailleurs avoir apporté ma part à ce succès sans précédent, en apportant ma caution à cette série encore à ses débuts, par la publication de nombreux textes d'élèves ou de moi-même, au cours des années soixante et jusqu'aux débuts des années soixante-dix. J'ai également été associé à la maison Springer comme un des éditeurs de la série "Grundlehren" (der Mathematik und ihrer Grenzgebiete) où trois livres (dont la réédition de EGA I) sont parus par mes soins[597](*).

Après mon départ de la scène mathématique en 1970, je me suis d'ailleurs abstenu de toute activité comme éditeur, J'ai continué, par un simple effet d'inertie, à faire partie des éditeurs de la série jusque l'an dernier encore, où je me suis enfin retiré "officiellement" de toute responsabilité d'éditeur dans la maison Springer. J'y étais incité par deux motivations concordantes. D'une part, au moment où je retourne à une activité mathématique "orthodoxe", en me remettant à publier des maths, je tiens à tracer des limites précises à ce "retour", qui ne signifie nullement pour moi un retour dans une "powerstructure" (une structure de pouvoir et d'influence), mais uniquement à un *travail* mathématique personnel destiné à publication. D'autre part, j'avais eu occasion, depuis 1976 (avec l'épisode de la thèse de Yves Ladegaillerie), de sentir les effluves d'un certain air d'Enterrement, bien avant d'avoir le moindre soupçon de l'opération de grande envergure que j'ai découverte l'an dernier. (Voir au sujet de l'épisode de cette thèse, une des plus brillantes que j'aie eu l'honneur d'inspirer, la note "On n'arrête pas le Progrès" (n° 50), et surtout la note plus circonstanciée "Cercueil 2 : ou les découpes tronçonnées", n° 94.) Cela m'a fait comprendre que "le genre de mathématique que j'aime et que je voudrais encourager n'a plus sa place

[596](**) (1 juin) Renseignements pris auprès de Dr. J. Heinze, il apparaît qu'il ne s'agit pas vraiment d'une "devise", mais plutôt d'un slogan publicitaire. Sa forme anglaise est "Springer for Science".

[597](*) Les deux autres livres sont les thèses de Jean Giraud et de Monique Hakim (sur le formalisme des champs et de la l'-cohomologie non commutative, et sur les schémas relatifs sur des topos annelés généraux).

dans le Springer Verlag"[598](**) ; et plus encore, peut-être, que l'esprit que j'y sentais vis-à-vis de *lui-même*) que la maison Springer n'ait pas elle-même pris la peine de lui faire parvenir @et dès le mois de février 1984) la lettre en question. 1152

ne m'encourageait pas a continuer ou à reprendre des liens tant soit peu étroits avec cette maison. L'année qui s'est écoulée depuis ma lettre de démission de l'"editorial board" des Grundlehren, en février l'an dernier, n'a fait d'ailleurs que confirmer et renforcer encore ce sentiment.

Mais ceci est en marge de l'"opération Enterrement" proprement dite — de ce "deuxième niveau" dont je parlais hier, auquel il est temps de revenir. Il y a à ma connaissance *cinq livres* qui sont directement liés à l'opération en question[599](*). ce sont, par ordre chronologique de parution, les volumes SGA 7 I (paru sous mon nom en 1972) et SGA 7 II (paru sous celui de Deligne-Katz en 1973), présentant le séminaire SGA 7 sur les groupes de monodromie, de 1967/69 ; le volume nommé "SGA 4*3 " (ôe Deligne) et l'édition-Illusie de SGA 5 (paru sous mon nom) en 1977 ; enfin le "mémorable volume" consacrant l'exhumation de motifs, paru sous la signature commune Deligne-Milne-Ogus-Shih en 1982. Chose remarquable, les *cinq* volumes sont parus par les soins de la *même* maison, et dans la *même* série des Lecture Notes[600](**). Les quatre premiers volumes ont été publiés alors que c'est le Dr. K. Peters qui était en charge des Lecture Notes[601](***), le dernier avec Mme M. Byrne en charge de cette série.

Ces cinq publications se sont faites dans des conditions qui me paraissent d'une irrégularité grossière. Comme je l'ai déjà signalé ailleurs, les deux volumes SGA 7 I et SGA 5 *parus sous mon nom* en 1972 et 1977 (LN 288 et 589) ont été publiés sans que la maison Springer juge nécessaire de prendre contact avec moi, pour demander mon accord ou pour seulement m'avertir du projet de publication. La publication des deux volumes du nom SGA 7 II et "SGA 4*5 ", se présentant donc sous le sigle SGA dont j'estime qu'il n'est nullement

[598](**) Cette citation (traduite) est extraite de la courte lettre (adressée au Dr. Peters) du 18 février l'an dernier, où je l'informais de ma décision de me retirer de l'"editorial board" des Grundlehren. Le Dr. Peters avait en fait quitté déjà le Springer Verlag (il travaille à présent dans le Birkhauser Verlag), et la correspondance s'est continuée avec le Dr. J. Heinze, en charge des Grundlehren dans la maison Springer. J'avais demandé qu'une copie de ma lettre soit envoyée à chacun des co-éditeurs des Grundlehren (au nombre de dix-huit), et arvais réitéré cette prière au Dr Heinze à deux reprises (en avril 84 et janvier 85) sans qu'il juge utile de me préciser si oui ou non elle avait été respectée (il est apparu que *non*). J'ai pris la peine d'envoyer moi-même une copie de ma lettre à chacun des dix-huit éditeurs, avec quelques mots d'explication au sujet de cet envoi. Je connais bien personnellement sept parmi eux, et j'en comptais cinq parmi mes amis. Un seul (Artin) a pris la peine de me répondre, et aucun apparemment n'a rien trouvé d'anormal (ne serait-ce que

[599](*) (1 juin) Depuis que ces lignes ont été écrites, il est apparu qu'il convient d'ajouter à la liste qui suit un sixième livre/dont le nom même est une mystification : "Catégories tannakiennes", par Neantro Saavedra Rivano. Chose remarquable, ce livre aussi est paru dans la même série des "Lecture Notes in Mathematics" de Springer. Mais dans le cas de cette opération-là, la responsabilité de la maison Springer ne me paraît pas engagée, comme elle l'est pour les autres cinq volumes. Pour des précisions sur l'opération "Catégories tannakiennes", voir la suite de notes "Le sixième clou (au cercueil)", n°s 176 — 176 .

[600](**) Ce sont les volumes n°s 288, 340, 569, 589, 900.

[601](***) Comme je le précise dans l'avant-dernière note de b. de p., le Dr. Peters a depuis quitté le Springer Verlag pour Birkhauser Verlag.

disponible à tout venant, mais notoirement lié à mon œuvre et a ma personne, ont été 1153
publiés sans demander mon accord pour l'usage de ce sigle pour les publications projetées, alors que je n'y figure pas (comme on aurait été en droit de s'y attendre) comme l'auteur, ou le directeur (ou un des directeurs) du volume, ou du séminaire dont il présente une version rédigée. Enfin, le volume LN 900 présente, sans me nommer, des notions, idées et constructions dont il est notoire, parmi les mathématiciens bien informés, qu'elles ont été introduites par moi. Dans ce cas, il était donc patent (sans avoir à être parmi les rares initiés d'un séminaire SGA 5 ou SGA 7) que ce volume constituait ce qu'on appelle communément un *p1agia* t. Je ne m'attends pas, certes, que Mme Byrne, en charge des LN (sauf erreur de ma part) au moment de la parution de ce volume, ait la compétence pour reconnaître l'escroquerie par ses propres moyens, au vu du manuscrit. Mais il fait partie, j'imagine, des tâches d'une maison d'édition sérieuse, de s'assurer du sérieux de ses publications, en s'entourant de conseillers compétents.

Ces mêmes conseillers étaient en mesure aussi, s'ils font honnêtement le boulot pour lequel ils sont (j'imagine) payés, de signaler à qui de droit que le signe SGA n'est pas un sigle à tout venant, qu'il a un *sens*, qu'il convient de respecter en consultant la seule personne qui soit qualifiée pour décider de l'usage de ce sigle, à savoir moi-même. Enfin, comme circonstance aggravants concernant la publication du volume se présentant sous le nom trompe-l'œil "SGA 4*2 ", il suffit de parcourir soit l'introduction au volume, soit le "Fil d'Ariane" qui le suit, soit l'introduction au premier chapitre, pour constater le mépris désinvolte avec lequel y sont traités les séminaires SGA 4 et SGA 5 ; il est notoire de plus parmi les gens tant soit peu bien informés, que ces derniers séminaires ont eu lieu vers le milieu des années soixante, alors que le volumcse présentant comme "SGA 4@ " est formé de textes apocryphes des années 70 — J'estime donc que pour une personne raisonnablement bien informée et en possession de tous ses moyens, la supercherie ne pouvait qu'être patente. C'était une raison d'autant plus impérieuse de ne pas publier un tel volume sous un tel nom, sans d'abord demander mon accord en bonne et due forme.

J'estime donc la responsabilité du springer Verlag entièrement engagée, dans la publication de chacun de ces cinq volumes, constituant autant d'épisodes marquants dans la monumentable opération d'escroquerie qui s'est faite autour de mon œuvre sur le thème cohomologique. Par ces publications, la maison Springer s'est faite l'auxiliaire et le *convoyeur* de cette opération peu ordinaire. Je ne puis affirmer, certes, que ce soit en pleine connaissance de cause. Mais je puis dire que les discourtoisies répétées dont j'ai fait l'expérience
de la part de cette maison dans sa relation à moi, depuis l'année 1976 (je n'ai pas eu 1154
l'occasion, je crois, d'avoir affaire à elle entre 1970 et 1976) vont bien aussi dans le sens de cette opération et s'inscrivent dans un certain *esprit*, qui en est inséparable.

Dans la sous-note "L'éviction" (n° 169) de la note "Les manœuvres", j'ai fait allusion à ma lettre à Mme Byrnes concernant la publication de SGA 5, et à sa réponse, qui m'a soufflé je dois dire — (Ce n'est pas certes la première fois ni la dernière que je suis "soufflé", dans cette brillante opération "au service de la science"...) J'apprends par sa lettre (datée du 15 févirer 85) que conformément "à la façon habituelle d'agir quand un ouvrage contient des contributions de plusieurs auteurs" (sic), il n'y avait pas lieu de s'adresser plus spécialement à moi, qui n'étais que *directeur* du séminaire... Les cinq "auteurs" de SGA 5 sont Bucur, Houzel, Illusie, JouanoLou, Serre, à l'exclusion de ma modeste personne, qui ne figure que comme "directeur" — sans doute purement honorifique, en avais-je trop dit[602](*) — pour ce brillant séminaire.

Des avant de recevoir cette lettre instructive et trouvant le temps long (n'ayant rien reçu pendant un mois), j'ai pris ma plus belle plume (en allemand) pour écrire au Dr. K. F — Springer en personne, lequel fait partie des directeurs responsables de la maison Springer. Ça a été une belle lettre de deux pages machine, lui expliquant que j'étais bien peiné d'une longue série de désagréments dans ma relation à la maison Springer, et au delà de celles-ci, d'un certain nombre d'irrégularités grossières à mon égard, dont je me contentais pour le moment de lui soumettre deux, qui me paraissaient particulièrement flagrantes : la publication de deux volumes des Lecture Notes (n°s 288, 589) parus sous mon nom et sans juger nécessaire de me consulter. Que dans ces deux textes, les idées, méthodes et résultats que j'avais développés dans les séminaires oraux, étaient raccourcis ou mutilés parfois au point d'être méconnaissables. Que la coïncidence de ce dernier fait, avec les circonstances inhabituelles qui ont entourée la publication de ces deux volumes, ne pouvait être pour moi l'effet d'un pur hasard. Et que je m'attendais à des excuses publiques et sans réserve de la part de la maison Springer, sous une forme qui serait à fixer d'un commun accord, une fois qu'un accord de principe serait acquis. Que j'espérais qu'il aurait à cœur comme moi de mettre fin à une situation déplaisante et inadmissible et de trouver une solution qui soit à la hauteur des circonstances ("eine dem Fall geziemende Losung zu finden", ce qui 1155
est même plus distingué encore), "hoachachtungsvoll" (comme il se doit) signé de ma plus belle main.

Pour jouer cartes sur table, il me semble que j'ai joué cartes sur table! La il ne pourra pas dire. Monsieur K. F. Springer, qu'il n'a pas été informé personnellement de la situation, et de première main encore, par nul autre que le principal intéressé lui-même I

Le hasard fait bien les choses : j'ai fini par recevoir une réponse (un bon mois après encore) pas plus tard que hier. C'est si court que je ne résiste pas à la tentation de la reproduire ici (traduite) in extenso. Il m'a fallu un moment, d'ailleurs, pour saisir que c'était bel et bien une réponse à ma belle lettre du mois dernier. Voici donc la réponse.

Heidelberg 15.3.1985 Cher Professeur Grothendieck,

II me faut encore vous remercier pour votre lettre du 9 février. La lettre de Mme Dr. Byrne du 15 février aura sans doute répondu à vos questions.

Recevez etc

K. F. Springer

La au moins je suis fixé! Les gens "bien informés" (dont il a été déjà question) ont du lui expliquer que c'était pas la peine qu'il se fatigue pour le Monsieur un peu excité qui lui écrivait là — qu'il ne faisait décidément pas partie du beau monde. Et c'est vrai, en plus...

[602](*) Dans ce fameux "Fil d'Ariane" (à travers SGA 4 etc) dans le volume nommé "SGA 4*5 ", rien ne pourrait laisser supposer au lecteur que j'aie eu l'honneur de faire des exposés dans SGA 4 et SGA 5 (par contre, j'ai bien eu celui de "collaborer" à "SGA 4*s"...). Voir à ce sujet mes observations dans la note "Les double-sens — ou l'art de l'arnaque" (n° 169), p, 899.

En attendant de recevoir cette réponse édifiante de la direction de l'entreprise de Pompes Funèbres Springer Verlag GmbH (c'était gentil encore de m'honorer d'une réponse signée du directeur en personne), j'ai eu le temps de me sonder sur mes propres intentions. Le rôle joué par l'estimable entreprise me paraît vraiment très gros, et j'ai songé à l'éventualité d'un procès à grand spectacle, où je demanderais des dommages-intérêts astronomiques, à titre de "monsieur bien" outragé, victime d'inqualifiables passe-droits. Mais je me suis dit aussi qu'un procès comme ça, ça doit bouffer une énergie dingue. A supposer même que j'aie gain de cause et que je touche des dommages-intérêts vertigineux (soyons optimistes !), au bout de X années certes — à quoi serais-je avancé 7 Je ne suis pas dans le besoin et n'ai nul besoin de plus que ce que j'ai — et une escroquerie n'est pas plus ni moins une escroquerie, parce qu'un certain procès a été gagné, ou perdu. Je ne vais pas améliorer le monde, ni moi-même, ni les manières de Monsieur K. F. Springer et de certains employés de l'entreprise qu'il dirige, et en tous cas pas leur façon de concevoir leur métier, 1156
en mobilisant des avocats et en les faisant mobiliser les leurs[603](*). Et je n'améliorerai pas non plus un certain esprit dans un certain beau monde que j'ai quitté, l'esprit qui rend possible le genre d'opération dont le Dr. Springer et son estimable maison se sont faits (depuis treize ans) les serviteurs. Il me reste (je l'espère bien) quelques années à vivre — le temps passe vite, et je vois plein de choses passionnantes à faire dans ce temps qui me reste. Ça doit pas être bien passionnant de réunir des pièces a conviction pour convaincre des juges que j'ai quelque chose à voir avec les SGA. Ce n'est pas pour eux, pas plus que pour Monsieur K. F. Springer, que je me suis fatigué à les écrire. . .

Quant à ceux (à part moi-même) pour qui j'ai écrit les SGA, la relation qu'ils entretiennent à ce qui (pour moi en tous cas) reste une part de moi-même, ne m'est nullement indifférente. Elle fait partie de leur relation à ma personne, Chose étrange, je ne connais bien cette relation (ou du moins, tant soit peu) que pour mes cinq élèves cohomologistes : ceux-là même grâce auxquels il est devenu possible aujourd'hui à un Dr. K. F. Springer de m'envoyer balader, comme un malpropre qui n'aurait rien à dire sur ce qu'on fait ou ne fait pas avec des textes portant le sigle SGA, que le quidam en question figure ou non sur la couverture.

Le lecteur mathématicien qui m'aurait suivi jusqu'ici, et qui aurait un jour hanté les SGA (les vrais, j'entends), peut-être qu'il aura idée de me toucher un mot sur ce qu'il en pense lui-même. C'est sûr que ça me ferait plaisir de recevoir un mot de quelqu'un qui trouverait, lui, que l'ouvrage dans lequel j'ai été seul a me mettre tout entier, pendant dix ans de ma vie, et que *personne* au monde nfa eu à cœur de continuer une fois l'ouvrier parti — que cet ouvrage porte bel et bien l'empreinte de celui qui l'a conçu et porté en lui le temps qu'il a fallu, avant qu'il ne prenne forme sous ses mains et ne devienne une *maison pour tous*[604](**). Et qu'une maison pour tous n'est pas une vespasienne dans un bas

[603](*) Jfai songé d'ailleurs aussi qu'il se pourrait bien que la situation se renverse, et que ce soit l'estimable entreprise qui m'intente un procès, pour atteinte à sa réputation. Ces gens "au service de la Science", ils doivent être pointilleux sur ce chapitre (du moment que c'est de *leur* réputation qu'il s'agit. . .).

[604](**) Cette idée-force de bâtir des "maisons", et qui soient bonne "pour tout", a joué un rôle considérable dans mon œuvre mathématique, et ceci depuis le début des années cinquante déjà. Cela a été l'expression concrète dans mon travail que ce que j'ai appelé la "pulsion de service", qui a fait partie (sans même que

quartier, où chacun se sentirait libre de se soulager à sa guise et de griffonner ses obscénités sur des murs délabrés et poisseux... décèle avant la réflexion "La clef du yin et du yang") 1157
des forces profondes donnant leur force vive à mon travail mathématique. L'archétype de la "maison" apparaît pour la première fois dans ma réflexion, sans que je ne l'aie pressentie et avec une grande force, dans la note du 26 novembre "Yin le Serviteur, et les nouveaux maître*" (n° 135).

Et si celui qui me lit est un de ceux qui furent mes élèves, ou de ceux qui furent mes amis, et qu'il ne se sent incité à m'écrire ou à me parler, à ce sujet-là tout au moins à défaut de tout autre, qu'il sache que son silence aussi est éloquent, et qu'il sera entendu.

(@@$_1$) (*ï (19 avril) J'ai enfin eu l'occasion de prendre connaissance (le 10 avril) de (@@$_1$)
l'article de R. P. Langlands cité dans la note "La pré-exhumation" (n° 168). A en croire le "bibliographie commentée" sur les motifs que Deligne m'a communiqué en août dernier, cet article de Langlands, est, avec celui de Deligne paru dans le même volume (article qui fait l'objet de la note citée), le premier où les motifs soient utilisés, depuis mon départ en 1970 [606](**). Je suis excusable de n'avoir pas eu connaissance jusqu'à l'an dernier encore de l'article de Langlands (pas plus que de celui de Deligne), vu que l'auteur n'a pas jugé nécessaire (pas plus que mon ex-élève) de m'envoyer un tirage à part. On se demande d'ailleurs pourquoi il aurait pris cette peine, alors qu'il est clair, en parcourant son article, que ma modeste personne n'a strictement rien à voir avec le sujet "Automorphic 1158
représentations@ Shimura varieties, and motives" dont il est question dans son article. Mon nom (pour reprendre une formule que ma machine à écrire connaît par cœur, depuis une année jour pour jour !) ne figure nulle part dans cet article, ni dans la bibliographie. J'ai crû reconnaître pourtant certaines idées que j'avais dégagées vers l'année 1964 (ou rêvé que je-les avais dégagées — décidément je me répète encore...), et j'ai même mis noir sur blanc ce souvenir d'un rêve (ou le rêve peut-être d'un souvenir d'un rêve...), ce même dix-neuf avril 1984 [607](*)@ Je me croirais revenu en ce même jour, un an en arrière.

Il est vrai que j'ai eu le temps d'être blasé, dans l'année qui s'est écoulée entretemps.

---

je la

[604](*) (16 juin) Legroupe de notes qui suit (n°s 176 a 176), sous le nom "Le sixième clou (au cercueil)" doit être considéré : comme une suite naturelle au groupe de notes "Le silence" (n°s 168 (i) à (iv)), consacré à l'opération "Motifs", et plus particulièrement à la dernière parmi celles-ci, "La préexhumation" (n° 168 (iv)), datée du 8 avril. Les notes qui suivent, à l'exception de la dernière (n^0_{1117}@, sont du 19 et du 20 avril. Si j'ai préféré les rejeter ici, à la fin des "Quatre opérations", au lieu de les joindre à l'opération "Motifs", c'est parce que la réflexion qui s-[1] était poursuivie dans les semaines précédentes sur les trois autres opérations, et surtout sur celle (dite "du Colloque Pervers" ou "de l'inconnu de service") qui fait l'objet du groupe de notes "L'Apothéose", jetait une lumière imprévue sur le "fait nouveau" (tout aussi imprévu) qui venait d'apparaître. Je rappelle qu'au moment d'écrire les notes qui suivent, j'avais déjà, en principe, posé le "point final" sous l'Enterrement (dont la note ultime, "L'amie" (n° 188) est du 7 avril), et je pensais confier à la frappe le manuscrit complet de l'Enterrement III d'un jour à l'autre. C'est dire que ces notes ont été écrites dans des dispositions de "compléments dernière minute"...

[604](**) A l'exception toutefois des exposés de Kleiman et Saavedra en 1972, dans la lignée des quelques modestes "gammes" sur la description de la catégorie des motifs (comparer avec la note de b. de p. [605](**) page 794, dans la note "Les points sur les i", n° 164) .

[607](*) Voir à ce sujet la note "souvenir d'un rêve — ou la naissance des motifs", n° 51.

Si déplaisir il y avait, c'était à peine une surprise (vu le peu, dira-t-on...), et sûrement pas un choc. Il y a d'ailleurs une différence de taille, entre cet article précurseur du mémorable volume LN 900 qui devait le suivre trois ans plus tard, et ce dernier : je n'ai pas eu l'honneur de rencontrer en personne Langlands, et ce n'est pas de ma bouche qu'il a appris (comme cela a été le cas de Deligne vers l'année 1965 ou 66) le yoga du groupe de Galois Cou "groupe fondamental") dit "motivique". Mais, tout au cours de la deuxième moitié des années soixantes, j'en ai suffisamment parlé autour de moi, à qui voulait l'entendre (et Langlands après tout ne vient pas de débarquer tout juste...), pour avoir une présomption que Langlands sait pertinemment d'où vient cette philosophie "géométrique" nouvelle concernant les groupes de Galois et fondamentaux en tous genres, vus comme des groupes pro-algébriques affines convenables. Je présume qu'il sait pertinemment que cette philosophie n'est pas née en 1972 du cerveau d'un certain Neantro Saavedra Rivano, qui a disparu de la circulation depuis sans laisser de traces[608](**). J'estime que ce ne serait pas un luxe que Langlands s'explique à ce sujet, s'il le juge utile bien sur. Il est vrai que vu les temps qui courent, c'est peut-être un excès d'optimisme de ma part d'espérer qu'il prendra cette peine...

1159

($^{@@_2}$) Comme les bonnes surprises ne viennent jamais seules, le lendemain du jour où j'ai pris connaissance de l'article cité de Langlands, j'ai eu l'occasion aussi de parcourir le volume de Neantro saavedra Rivano (auquel Langlands réfère abondamment), ayant nom "Caté*gories tannakiennes" (Lecture Notes in Mathematics 265, 1972). ($^{@@_2}$)

Parmi les neuf élèves (hommes) que j'ai eus avant mon départ, Saavedra avait été le seul dont à aucun moment je n'avais plus eu écho, et de ce fait, pas d*écho non plus qui m'aurait indiqué qu'il aurait tant soit peu pris la "couleur" ou "l'odeur" d'un certain Enterrement. J'en avais conclu hâtivement, avec cette confiance naïve dont je suis coutumier, que (ne serait-ce que faute d'occasion peut-être, ayant quitté les eaux mathématiques d'après ce que j'ai ouï dire...), il était l'élève entre tous qui était resté* entièrement étranger à l'esprit de l'"opération" Enterrement. Pourtant, comme dans le cas de Jouanolou, j'en avais eu si peu d'écho, que ça aurait pu justement me mettre la puce à l'oreille. J'ai su bien sur que ce qui, du temps où il travaillait avec moi, était censé devenir sa thèse, avait finalement paru aux Lecture.. Notes en 1972 dans le volume cité, que je ne me rappelle pas avoir jamais pris la peine de regarder avant la semaine dernière[609](*). Pleinement absorbé par d'autres tâches, la pensée ne m'était pas venue que c'était un peu étrange que Saavedra ne m'ait plus donné signe de vie, ne serait-ce que pour m'informer de sa soutenance de thèse, et pour me demander de faire partie du jury, comme étant la personne la mieux placée pour savoir de quoi il retournait, c'est en prenant connaissance de ce volume qu'il devient clair pourquoi il a préféré ne pas me déranger dans mes autres occupations, et passer sa thèse "à la sauvette", devant un jury dont j'ignore entièrement la composition[610](**). L'Enterrement à ce moment allait déjà bon train, puisqu'aucun des membres du jury n'a

[608](**) D'après ce que Deligne m'a laissé entendre lors de sa visite chez moi au mois d'octobre dernier, Saavedra aurait pratiquement changé de métier (il serait maintenant "dans l'économie"), et ne ferait plus du tout de maths depuis sa soutenance de thèse en 1972.

jugé utile de seulement m'informer de la soutenance, et encore moins de demander ma participation au jury (comme cela avait été le cas également pour la thèse de Jouanolou, qui a dû se passer vers le même moment)[611](***).

@*) (16 juin) saavedra n'a pas dû juger utile de m'envoyer ce livre, dont je ne possède pas d'exemplaire, mais il est possible par contre que je l'aie tenue dans les mains dans les années soixante-dix. J'avais gardé le souvenir, sans plus, qu'il avait fait un travail soigneux et parfaitement utilisable tel quel, mais je ne saurais situer avec exactitude la provenance de cette impression. Celleci avait été présente, notamment, en écrivant la note "La table rase" (n° 67, et notamment p. 252–253), où je commente sur ce "mystère" d'un Deligne "Recopiant" pratiquement la thèse que Saavedra avait faite avec moi.

@**) Le mystère de la composition de ce jury a'élucide de façon entièrement imprévue dans la septième et dernière des notes du "sixième Clou" (n° 176), dont je ne dirai ici un mot de plus. . .

Ce volume expose un volet crucial de cette "géométrie arithmétique" dont la vision était 1160
née et s'est développée en moi tout au cours des années soixante (sans y avoir reçu encore de nom), et dont le yoga des motifs était (et reste toujours[612](*)) l'âme. On peut dire que pour l'essentiel, le livre de saavedra est un exposé en forme soigneux et circonstancié de mes idées sur une sorte de "théorie de Galois-Poincaré" de certaines catégories (que je n'aurais jamais rêvé appeler "tannakiennes". . .), idées que j'ai longuement et patiemment expliquées à Saavedra, à un moment où il était encore douteux s'il ferait l'effort de mise au courant et d'assimilation nécessaire pour pouvoir les inclure dans une partie "expositoire" de son travail de thèse. Je lui avais confié des notes manuscrites circonstanciées, avec énoncés à quatre épingles, esquisses de démonstration et tout,, et j'attends encore qu'il veuille bien me les renvoyer[613](**). Bien entendu, le sujet de la thèse proprement dite n'était pas d'exposer les idées d'un autre, dont les motivations lui échappaient complètement. Il s'agissait d'expliciter une caractérisation intrinsèque "serviable" des catégories "tensorielles" que j'appelerai ici "de Galois-Poincaré"[614](***), c'est-à-dire d'une catégorie admettant une

[611](***) Pour une rectification de tir, voir la note citée dans la précédente note de b. de p.

[612](*) Mais entretemps, cette "âme" s'est enrichie du yoga "anabélien", dont il est question tant soit peu dans "L'Esquisse d'un Programme". (Voir, au sujet de ce texte, l'Introduction 3 "Boussole et Bagages". Il sera d'ailleuis inclu dans le volume 3 des Réflexions J

[613](**) C'était mon habitude de distribuer mes notes manuscrites à droite et à gauche entre mes élèves, selon les besoins — et une des premières choses qu'ils devaient apprendre, était de déchiffrer mon écriture. Il était toujours entendu que je tenais à ce qu'ils me retournent mes notes, dès qu'ils auraient fini d'en faire usage — mais il est rare, je crois, que ce désir ait été respecté. C'est là un signe, parmi de nombreux autres, du fait que je n'étais nullement craint par mes élèves, mais que j'étais vu plutôt comme la "bonne pâte", exigeant pour le travail c'est sûr, mais à part ça accomodant comme pas un. . .

[614](***) Pour ne pas les appeler "catégories de Grothendieck" I Pourtant, parmi les nombreuses espaces de catégories (et autres notions nouvelles) que j "ai eu l'honneur d'introduire et de nommer (et qui, pour cette raison, ne portent pas mon nom), s'il y en a*un*pour qui cette appellation s'imposerait, par simple décence serais-je tenté d'écrire, c'est bien celle-là 1 (Mis. à part les topos, mais dont le nom me paraît parfait tel quel. . .) Quant au nom "catégories tannakiennes" glissé subrepticement par un génial ex-élève (et adopté complaisamment par une Congrégation unanime), c'est là ni plus ni moins qu'une mystification — comme je l'explique de façon circonstanciée plus bas. (Voir la note qui suit "Celui qui sait attendre. ..**, n° 176 .)

description “à la Galois-Poincare-Grothendieck”, en termes de représentations linéaires d’une “gerbe (pro) algébrique affine” sur l’anneau de base k @ End (1) de la catégorie envisagée. Quand celui-ci est un corps, j’avais indiqué une telle condition par la propriété dite “de rigidité” (dans la terminologie que j’avais introduite), et crois me rappeler que j’en avait écrit une démonstration complète (dès mes premières réflexions sur le groupe de 1161
Galois motivique, en 1964/65)[615](*). J’ai dû lui en indiquer le principe, en m’abstenant de lui communiquer mes notes écrites a ce sujet, vu que c’était à lui, et non à moi, d’apprendre son futur métier, en faisant le travail par lui-même. Si mes souvenirs sont corrects, la seule question qui restait en suspens pour moi était de dégager le domaine naturel de validité d’une telle théorie à la GaloisPoincaré, en ce qui concerne l’hypothèse à faire sur l’anneau de base k, étant intéressé notamment par le cas où celui-ci serait un anneau tel queZZ (à cause des applications à la théorie des motifs).

De tous les élèves que j’ai eus avant mon départ, Saavedra, le tout dernier arrivé[616](**), était aussi celui qui était le moins bien préparé, et (initialement du moins) le moins motivé pour “en mettre un coup”. C’est pourquoi je n’espérais guère qu’il irait au delà du problème technique très limité que je lui avais proposé, qui ne demandait que des connaissances des plus modestes (un peu de langage des schémas, algèbre linéaire, descente plate, langage des gerbes, et rien de plus). Les questions plus délicates qui font l’objet des Chapitres IV à VI de son livre (filtrations des foncteurs fibres, structures de polarisation sur une catégorie de Galois-poincaré sur 3R et liste des telles catégories qui sont “polarisables”, applications aux catégories de motifs et à de nombreuses variantes) demandaient des connaissances un peu “tous azimuts”[617](***), et par là un effort de mise au courant considérable, dont je ne croyais pas que Saavedra serait en mesure de le fournir ; j’espérais tout au plus qu’il joindrait peut-être à son travail un résumé (qui lui serait plus ou moins dicté par moi) des points importants de la théorie qui n’auraient pas été inclus dans un travail d’exposition en forme. Je n’ai été détrompé que la semaine dernière, et me rends compte que Saavedra a fourni un 1162
travail vraiment impressionnant et en un temps record[618](*). Ce travail est concrétisé par un livre présentant un exposé circonstancié et soigneux* impeccable même et parfaitement utilisable tel quel, présentant de façon pratiquement exhaustive (ainsi m’a-t-il semblé) le formalisme géométrico-algébrique que j’avais développé dans les années soixante. De ce point de vue donc, j’estime qu’il a fait un travail utile et en tous points honorable, et la

[615](*) Je n’ai pas voulu prendre le temps de vérifier la chose dans mes notes sur le groupe de Galois motivique (ou plutôt, de ce qui m’en reste, que je n’avais pas donné à Saavedra). J’y reviendrai de toutes façons dans le volume 3 des Réflexions, probablement dans le Chapitre “Les motifs mes amours”.

[616](**) si mes souvenirs sont corrects, Saavedra a demandé à travailler avec moi en 1968 ou 69, un an ou deux avant mon départ inopiné de la scène mathématique.

[617](***) il fallait surtout une connaissance approfondie de la théorie de structure des groupes algébriques réductifs, de leur classification sur le corps des réels, plus une familiarité avec tout un éventail de notions comme celle de motif, cristal, F-cristal, modules stratifiés, systèmes locaux (pour quelqu’un qui avait tout au plus une vague teinture sur le groupe fondamental singulier d’un espace topologique), plus la théorie de Hodge, et des propriétés de “polarisation” délicates, qui n’avaient jamais été explicitées dans la littérature mais restaient “entre les lignes” dans les textes de référence courants.

[618](*) Pour une réflexion plus approfondie au sujet de ce “record”, et pour son explication (évidente) voir la note “Monsieur Verdoux — ou le cavalier servant” (n° 176).

“surprise” dont je parlais tantôt a été bel et bien “une bonne surprise” .

Ce travail a consisté, très exactement@ à mettre sous forme “canonique” et publiable tel quel (suivant les critères rigoristes qui étaient encore les miens à l’époque) un ensemble d’idées, d’énoncés et de démonstrations, qui avaient été fournis par moi. Paire un tel travail d’exposition fait partie du métier de mathématicien, certes, qu’il s’agisse de ses propres idées et résultats, ou de ceux d’autrui. Contrairement a beaucoup de mes collègues, je ne pense pas qu’un tel travail doive être compté comne quantité négligeable pour évaluer la qualité d’une thèse ou de toute autre publication, et à la limite même, pour décerner à celui qui le fait le titre de “docteur” en mathématique — c’est-à-dire, pour le considérer comme mathématicien à part entière. Par contre, il me paraît essentiel que soit respecté une certaine éthique élémentaire du métier, et que là où un travail consiste à exposer et à développer les idées d’autrui, la chose soit clairement indiquée, de façon à ne laisser subsiter à cet égard la moindre ambiguïté.

Dans le cas d’espèce pourtant, rien dans tout le volume, sauf trois lignes de “remerciements” vagues et de pure forme perdues à la fin d’une introduction brillante[619](**), ne pourrait faire soupçonner au lecteur que ma modeste personne soit pour quelque chose dans aucun des thèmes qui s’y trouvent développés, à commencer par celui qui fait l’objet même du livre. Je me serais cru revenu au jour de ma première rencontre avec le mémorable volume-exhumâtion des motifs (il y a aujourd’hui un an exactement, jour pour jour) 1 Mon nom n’apparaît pratiquement nulle part dans le volume, sauf en deux ou trois occasions, quand des références en forme sont nécessaires et qu’aucune n’est disponible qui ne soit de 1163
ma plume.

Ce n’est d’ailleurs là nullement le seul effet d’une *gêne*, pour n’avoir pas l’air de reconnaître en clair que l’auteur ne fait “que” exposer des idées et résultats d’un autre — ce qui (et surtout dans le cas d’espèce) n’est déjà pas mal, quand le travail est fait avec intelligence. Mais j’ai pu me rendre compte, par nombre de “petits détails” qui ne trompent pas, qu’il ne s’agit nullement ici de juste un peu de “fauche” pour dorer un peu son blason, avant de disparaître dans les coulisses. C’est vraiment l’*Enterrement pour* l’*Enterrement*. Pour en donner juste u n exemple — Dieu sait si j’ai passé des jours et des semaines à expliquer en long et en large à Saavedra, qui débarquait tout juste et n’était au courant de rien, les notions de cristal, de F-cristal (remplaçant en car. p *@ 0 les “coefficients” p-adiques manquants, permettant de définir des fonctions L. . .), de module stratifié (et ses relations avec les systèmes locaux), et enfin un minimum de yoga des motifs (en prenant comme base heuristiqueprovisoire les conjectures standard) ; tout ça pour lui faire comprendre, par un large éventail d’exemples, où je voulais en venir avec ces catégories de GaloisPoincaré, et pour le cas (on ne savait jamais. . .) où il trouverait le courage et

[619](**) Cette introduction consistait pour l’essentiel à recopier texto les quatre énoncés principaux, que j’avais indiqués à Saavedra comme étant les “piliers” du yoga de Galois-Poincaré à développer (à l’exclusion des questions liées aux filtrations sur les foncteurs fibres, qui se prêtaient difficilement à un résumé en un seul énoncé lipidaire) ; mais en augmentant un de ces énoncés, celui qui était sensé constituer le “programme minimum” de sa thèse, d’une erreur monumentale et évidente, qui le rendait trivialement faux 1 II en est question dès la prochaîne note (“Celui qui sait attendre. . .”, n° 176), et surtout dans la note déjà citée “Monsieur Verdoux — ou le cavalier servantv (n° 176.) et celle qui la suit “Les basses besognes” (n° 176).

la persévérance pour inclure tout au moins, a "u-delà du "programme minimum" prévu, un chapitre d'exemples typiques. Comme il le savait très bien, sans que j'aie eu à le lui expliquer longuement, ce sont là des notions géométriques cruciales et qui ne remontent pas à Adam et Eve ; c'est nul autre que moi, qui les lui expliquais et réexpliquais sans me lasser, qui les avais introduites au cours des cinq ou dix années précédentes, pour servir d'outils à une certaine vision (même si celle-ci lui passait par dessus la tête, comme elle a passé par dessus la tête de tous mes élèves sauf un[620](*)). Mais mon nom n'apparaît pas plus là où il introduit et développe un tantinet ces notions (dans le Chapitre VI consacré aux exemples), que dans la partie du texte consacrée au développement de la théorie dont il fait mine de se présenter comme l'auteur. Pourtant, je vois mal Saavedra s'imaginant que le lecteur, si mal informé soit-il et même s'il est tout disposé à le croire père de ces catégories (qu'il appelle généreusement "tannakiennes"), aille jusqu'à penser que c'est ce même Saavedra aussi qui aurait inventé pour les besoins de la cause les F-cristaux, motifs et autres gadgets de la panoplie "tannakienne" (sic). Si ces notions sont traitées comme du tout-venant qu'on viendrait à l'instant d'improviser, ou de ramasser à l'orphelinat le plus 1164
proche, j'ai bien reconnu là un *style* que je ne connais que trop bien, depuis une année que je n'en finis pas de faire le tour de 1 * Enterrement…

Mebkhout m'avait apporté le volume en question, tout heureux de pouvoir me montrer le cas d'un de mes élevés qui, lui au moins, avait été "honnête"[622](*)@ Il avait été ébloui, visiblement, par les trois lignes de remerciements à la fin de l'introduction — il est vrai qu'en 1972 cela ne courait déjà plus tellement les rues de remercier un certain défunt, et depuis lors c'est plutôt le ton du persifflage ou de la plaisanterie qui est devenu de mise chez plus d'un de mes ex-élèves, là où ce n'est le silence complet. Toujours est-il que j'ai droit cette fois à de la "reconnaissance profonde", pour "avoir introduit @l'auteur@ à ce sujet", et pour mes "conseils et encouragements… indispensables pour mener à bien ce travail…"[623](**). C'est là ce qu'on appelle se payer de mots, alors qu'une simple honnêteté dans la présentation de

[620](*) Qui s'est empêché de l'enterrer, sitôt que le maître a eu le dos tourné…

[620](*) (16 juin) II a d'ailleurs été absolument désolé que ça ait raté, et a fait de son mieux pour m'amadouer — ça me rappelle le cas de Kawai (voir note de b. de p. [621](*) page 1078), où celui de Beilinson, que Mebkhout trouvait "plus honnête" que Bernstein (voir page 1072) — tel Diogène avec sa lanterne, mais à la recherche cette fois d'un mathématicien honnête dans le "gang" de ceux qui trempent dans le thème décidément mal famé de la cohomologie en tous genres…

[623](**) Ces "remerciements" sont une plaisanterie, vu les circonstances : on pourrait croire que j'ai "introduit" l'auteur au "suj@t" des fonctions d'une variable complexe, ou à tout autre sujet classique de la même eau. En fait, le "sujet" en question *n'existait pas* quand j'ai parlé de la chose à un Saavedra en mal de thèse, si ce n'est dans une vision seulement qui s'était développée en moi en symbiose avec celle des motifs, et dans mes notes manuscrites qui lui donnaient forme. Je m'exprime au sujet de la naissance et du développement de cette vision dans la note "Souvenir d'un rêve — ou la naissance des motifs", et sur le mépris désinvolte avec lequel un de ceux qui furent mes élèves (et sous l'œil complaisant de tous) fait table rase de ces racineslà, dans la note qui la suit "L'Enterrement — ou le Nouveau père" (notes n°s 51,

(16 juin) Ces remerciements de Saavedra sont d'autant plus "une plaisante — @@ rie", que leur auteur ne s'est jamais soucié de me faire parvenir seulement un exemplaire de son livre et de ces remerciements bidon. Ayant fini de faire le tour de l'opération "catégories tannakiennes (sic)", je comprends d'autant mieux maintenant à quel point mon ex-élève n'avait pas lieu d'être fier de son "travail"-sic, et qu'il ait été peu empressé de me voir en prendre connaissance. Et telles que les choses semblaient parties alors et

son travail m'aurait semblé une façon plus convainquante d'exprimer une "reconnaissance", à un moment où l'Enterrement allait décidément bon train. (3) En fait, il a suffi que je 1t65
tienne ce livre entre les mains pour me rendre compte qu'avant la mémorable "opération SGA 4*5 — SGA 5", il n'y a pas eu un seul épisode dans tout l'Enterrement, qui soit d'une portée comparable à celle de ce volume LN 265, au nom anodin "Catégories tannakiennes" . Les épisodes précédents[624](*) se bornaient tous à une "fauche" plus ou moins discrète, en cachant la filiation de certaines idées importantes. Ici, c'est tout un volet crucial de ma vision de la "géométrie arithmétique" qui se trouve "détourné", mine de rien ; et ceci, par le truchement de celui qui avait pu sembler le plus "anodin" parmi tous mes élèves 1

II est vrai que derrière celui-ci, je reconnais bien, par un style qui ne trompe pas, celui qui tire les ficelles — et qui figure d'ailleurs en bonne place parmi ceux auxquels mon ex-élèves prodigue ses remerciements[625](**). Le seul *nom* donné au volume de la plume de Saavedra et à la notion cruciale que j'avais introduite@ est un acte subtil de *dépossession.*11 ne sera surpassé, dans son efficacité lapidaire, que cinq ans plus tard, par la seule vertu d'un *nom* encore, donné à un autre volume, mais de la plume cette fois de Deligne en personne[626](***).

Si le nom "SGA 4*a" donné à un certain volume-coup-de-scie est une imposture de génie, le nom "catégorie tannakienne" est une *mystification*, tout aussi géniale. Même dans le cas d'une catégorie de Galois-Poincaré "triviale" ou "neutre", équivalente à celle des représentations linéaires de dimension finie d'un schéma en groupes affine G sur un corps k, le yoga que j'avais développé est typiquement "grothendieckien", inspiré qu'il est du yoga analogue que j'avais développé dans le cas du groupe fondamental d'un espace topologique, d'un schéma ou (plus généralement) d'un topos. L'idée de définir le groupe fondamental comme le groupe des automorphismes d'un foncteur fibre sur la catégorie des revêtements d'un "espace" ou "topos", et l'idée (toute aussi saugrenue, car nouvelle, donc inhabituelle) de travailler systématiquement avec la catégorie des revêtements étales *pas nécessairement connexes*, m'avait dans le temps attiré bien des sarcasmes. Je ne m'en suis jamais soucié, 1166
sachant bien qu'aucun de ces plaisantins, qui croyaient connaître la théorie de Galois ou celle de Poincaré parce qu'ils l'avaient apprise sur les bancs de l'école, ne l'avait vraiment comprise — et aucun d'eux jusqu'à aujourd'hui encore ne saurait faire même *les premiers pas* élémentaires de la théorie de Galois des revêtements d'un schéma (disons) tant soit peu général[627](*), sans répéter texto le travail que j'ai fait à ce sujet, et la formulation que

jusqu'à il y a deux ans encore, il semblait bien qu'il n'y avait guère de chance* que l'ouvrier en prendrait connaissance jamais…

[624](*) Les "épisodes" en question sont esquissés rapidement dans la note "Enterrement…" (n° 168 (ii)), faisant partie de la suite de notes consacrées à l'opération "Motifs".

[625](**) Du côté "mathématique" proprement dit, ces personnes sont (dans l'ordre d'apparition) moi-même (hors ordre alphabétique, c'était gentil), Berthelot et Deligne.

[626](***) Comme il va apparaître plus bas (dans la note "Monsieur Verdoux — ou le cavalier servant", déjà citée), il y a pour le moins de fortes présomptions qu'au lieu de lire ici "mais de la plume cette fois de Deligne en personne", il soit licite de lire "et *également* de la plume de Deligne en person-, ne"…

[627](*) "Tant soit peu général" pouvant s'interprétait ici, de façon précise, comme "un schéma non normal". Avant moi, le groupe fondamental d'une variété algébrique n'avait été introduit (par Lang et Serre) que dans le cas des variétés normales, en le décrivant comme un quotient convenable du groupe de Galois

j'ai donnée de la théorie de Galois-Poincaré des revêtements en termes d'équivalence de catégorie[628](**).

Et de même, l'idée de reconstruire un schéma en groupes affine (sur un corps, pour fixer les idées) à partir de la catégorie "abstraite" de ses représentations linéaires de dimension finie, munie de sa structure multiplicative naturelle et de son "foncteur fibre" naturel "oubli des opérations de G", comme le *schéma en groupes des automorphismes de ce foncteur* — cette idée-là n'est due ni à Tannaka (qui n'en a jamais demandé tant), ni à mon modeste ex-élève Saavedra, ni a mon plus brillant élève Deligne (à mon grand regret — mais il n'était pas encore dans les parages), mais c'est une idée typiquement "grothendieckienne". Et pareil pour le fait qu'on trouve ainsi une correspondance parfaite entre schémas en groupes affines sur k, et k-catégories tensorielles rigides munies d'un foncteur fibre sur k. Et pareil encore pour l'idée que, si par hasard (comme ça a tendance à être le cas pour des catégories de motifs sur un corps de caractéristique non nulle) on a une catégorie tensorielle rigide qui (par malheur, ou par surcroit de bonheur…) n'a *pas* l'avantage de posséder un foncteur fibre, que le "groupe algébrique" doive alors être remplacé par une "*gerbe* algébrique". Cette idée a été explicitée en long et en large au moment où le jeune Deligne n'avait pas encore entendu prononcer en maths le mot de "gerbe", et n'avait jamais rêvé encore à quelque chose de semblable. La aussi, quand Giraud a pris sur lui de développer dans les années soixante un. arsenal d'algèbre cohomologique non commutative en dimension @2, 1167
à coups de champs, de gerbes et de liens[629](*), les ricanements n'ont pas manqué. C'est le genre de choses que de nos jours et depuis belle lurette les Deligne et consorts appellent une "gangue de nonsensé". Ces ricanements ne m'ont pas gêné[630](**), je savais où j'allais — et c'était avec "ravivement" (comme j'écris ailleurs) mais sans vraiment de surprise, que je voyais cette "gangue" saisir avec une finesse parfaite des relations délicates et profondes dont je savais bien qu'aucun autre "langage" ne serait apte à les saisir.

Ceci dit, quand les mêmes ricaneurs un jour s'aperçoivent d'une "tarte à la crème" qui leur avait échappée, que ce soit les catégories que d'aucuns s'empressent de baptiser "tannakiennes" (en attendant mieux…), ou une certaine "correspondance" ou "relation" ou

profini "absolu" de son corps des fonctions, Gal (K/K).

[628](**) Aujourd'hui, cette façon-là de formuler la relation entre groupe fondamental et revêtements, même dans le cas particulier "scolaire" (si on peut dire) des espaces topologiques ordinaires (localement simplement connexes par arcs) commence à traîner un peu partout, sans allusion à l'ancêtre est-il besoin de le dire…

[629](*) cette terminologie suggestive a été introduite par Giraud, à la place d'une terminologie provisoire (un peu à la va-comme-je-te-pousse) que j'utilisais à partir de 1955 (genre "catégories fibrées de nature locale" et autres noms mal venus, pour des notions dont la nature fondamentale exigeait des noms lapidaires et frappants).

(16 juin) A la première page de l'introduction à son livre, Saavedra parle du "formalisme pour l'algèbre homologique non commutative *introduit* par Giraud". C'est un des nombreux endroits où j'ai pu sentir quelqu'un de plus futé que l'auteur de ce livre, qui lui a "tenu la main"… le même qui se plait à ne parler de "catégories dérivées" que pour ajouter dans la foulée *"introduites* par Verdier" (alors qu'il sait parfaitement, dans l'un et l'autre cas, à quoi s'en tenir…).

[630](**) Mais Giraud si — qui s'est distancé sans retour du thème qu'il avait poursuivi avec moi, en l'entamant tout juste. Voir à ce sujet la note "Les cohéritiers…" (notamment p. 386–387), et la note qui la suit"… et la tronçonneuse" (notes n°s 91, 92).

“construction” (tin peu néo-grothendieckienne sur les bords) qu’on expédie par euphémisme ou qu’on baptise “de Riemann-Hilbert” (en attendant mieux également. . . ï[631](***) — tout le monde alors se précipite et c’est à qui jouera les génials inventeurs. Voilà “l’esprit du temps” mathématique, dans les années soixante-dix, quatre vingt de ce siècle. . .

Ce qui est sur, en tous cas, c’est que ce n’est pas un Saavedra qui aurait pu avoir l’idée d’appeler ces catégories (que je lui avais longuement expliquées) du nom véritablement génial de “catégories tannakiennes”. Laissé à lui-même, il n’aurait déjà jamais osé changer la terminologie qu’il tenait de moi, sans au moins demander mon accord — et c’était bien là la moindre des choses l il fallait que l’exemple et l’encouragement viennent de haut, pour qu’il se permette de me traiter ainsi en quantité” négligeable. De plus, le malheureux 1168
avait bien déjà assez de travail pour se mettre au courant de ce qui était indispensable, s’il voulait réaliser ne serait-ce qu’une partie du programme de rédaction ambitieux que je lui avais soumis[632](*), sans qu’il aille encore fouiller dans la littérature et lire du Tannaka et que sais-je, dont il n’avait sûrement jamais entendu parler, au temps où il travaillait encore avec moi[633](**).

Le nom est “génial” par la subtile combinaison de deux qualités, qui pourraient sembler contradictoires. L’une, c’est que pour un observateur superficiel, ce nom ne paraît pas totalement loufoque. “Tout le monde” se rappelle vaguement qu’il existe ure “dualité de Tannaka” dans laquelle la structure multiplicative joue un rôle — * et ça semble bien ressembler un peu a ce qui se passe pour ces fameuses @8@ — catégories qu’un certain Saavedra (qui c’est celui-là ?) appelle “tannakiennes” ; alors va pour “tannakiennes”, pourquoi pas !

Mais pour celui qui sait attendre, les choses mûrissent d’elles-mêmes. Treize ans ont passé depuis, et au lieu du livre d’un inconnu que personne n’a jamais vu, il y a depuis trois ans une référence autrement plus prestigieuse, dans le brillant volume LN 900, dû à la plume de nul autre que Deligne, et d’un dénommé Milne faisant tandem, ces auteurs bien connus développent ab ovo tout le formalisme des catégories qu’il* appellent, eux aussi, tannakiennes. Visiblement, c’est là une notion fondamentale, utilisée depuis des années par des gens comme Langlands, Deligne, Serre et d’autres, et promis à un brillant avenir, personne certes ne croira que c’est un certain Saavedra, cité deux ou trois fois en passant dans cet article, qui est l’auteur de cette notion cruciale, et du formalisme d’une grande finesse auquel elle donne lieu. Le ton même de l’article des deux brillants

[631](***) voir, au sujet de ce dernier “en attendant mieux”, tout le paquet “Colloque Pervers”, et notamment les notes “Le prestidigitateur” et “Marchés de dupes — ou le théâtre de marionnettes” (ncs 75″, et 171 (e), cette dernière faisant partie de la longue note “La maffia” n° 171).

[632](*) II a bouclé ce programme dans le temps record de deux ans à peine, à partir du moment de mon départ, où ce programme n’était pratiquement pas entamé encore, (au delà d’un début de nise au courant des techniques de base schématiques). Même épaulé par un Deligne (qui ne s’était aucunement intéressé à cet élève avant mon départ), cette performance tient tout simplement du prodige — lequel “prodige” est examiné d’un peu plus près dans la note “Monsieur Verdoux — ou le cavalier servant” (n° 176).

[633](**) Je rappelle que Saavedra a travaillé avec moi juste pendant un an ou deux avant mon départ (vers 1968, 1969), après quoi je l’ai pratiquement entièrement perdu de vue. Son bagage à ce moment-là n’était ni plus ni moins étoffé que celui de tout autre étudiant de 3° cycle en provenance du tiers monde (ou d’une de nos facultés de province).

auteurs, reprenant le sujet avec toute la maestria qu'on connaît à l'auteur principal, ne laisse d'ailleurs subsister à ce sujet aucun doute[634](*). Sans compter qu'ils relèvent dans la 1169
théorie présentée dans le livre de Saavedra une erreur à tel point grossière (ce qui les oblige même à partir d'une définition toute différente, qui enfin semble la bonne[635](**)) qu'on est fondé à se demander si ce malheureux Saavedra (auquel quelqu'un — et on devine qui...- avait dû essayer jadis d'expliquer de quoi il retournait) avait vraiment bien compris de quoi il parlait. Et ce n'est pas Milne, tout brillant qu'il soit, et qui a eu l'honneur de co-signer avec le prestigieux Deligne un article développant une idée visiblement fondamentale, qui aurait l'idée qu'il pourrait passer pour père ou seulement co-père de celle-ci ; pas plus que Beilinson ni Bernstein ne viendraient prétendre qu'ils ont inventé (ou ne serait-ce que co-inventé...) la fameuse "relation qui eût dû trouver sa place dans ces notes..." qu'ils ont eu l'honneur de co-signer avec ce même prestigieux Deligne, après que celui-ci ait eu l'insigne gentillesse de les mettre sur la voie d'une démonstration de Kazhdan-Lusztig... Et *qui* donc, enfin, croirait *sérieusement* que ce fameux Tannaka qui a prêté son nom (sans sûrement qu'on le consulte) pour désigner cette notion fondamentale, y soit *vraiment* pour quelque chose ? Ce n'est pas lui non plus qui viendrait réclamer, à supposer qu'il soit encore en vie, le jour où il sera bien clair pour tout le monde qui est le *vrai père* de cette notion, et de toute la théorie d'une délicatesse parfaite qui va avec. Pour celui qui pourrait avoir a ce sujet le moindre doute, il lui suffira de parcourir les travaux de Tannaka, ou s'il y en a trop pour sa patience, celui sur la "dualité de Tannaka", pour se rendre compte que ça n'a au fond rien à voir...

Ici encore, une fois quelques jalons posés, il suffit de laisser faire le temps. Visiblement, cette théorie, qui de plus en plus va se révéler comme le moyen technique d'une nouvelle *philosophie* pour relier la géométrie et l'arithmétique, est appelée dans les années qui viennent à venir de plus en plus sur le devant de la scène mathématique. D'ici cinq ans vois ! dix, plus personne n'aura idée de référer à ce sujet à un certain livre d'un auteur inconnu, alors que celui qui lui avait sans doute tenu la main a pris la peine d'écrire l'exposé qui s'imposait, avec l'assistance d'un collaborateur brillant, pour former le cœur du non moins brillant volume où se trouve enfin développé sur un

(*ï Au sujet de l'article en question, voir notamment les notes "L'Enterrement — ou le Nouveau père" (n° 52, notamment p. 214) et "La table rase" (ne 67, notamment p. 252–253). terrain solide la notion de motif. (Volume où il a paru plus charitable, d'ailleur 1170
de ne pas faire mention de la "gangue de non-sensé" conjecturale habituelle, sur ce thème qui visiblement le dépassait, d'un vague et brouillon précurseur, depuis longtemps tombé dans l'oubli...) ce sera devenu une seconde nature, de citer "Tannakian catégories" par P. Deligne et J. S Milne comme on citerait FAC ou GAGA (de Serre) ou les SGA (le séminaire anonyme bien connu de l'IHES, dit "du Bois Marie"). Et ce faisant, il n'y aura dans l'esprit de personne la moindre ambiguïté quant à la paternité de ces idées novatrices — laquelle n'est certes pas le fait du co-auteur Milne, et encore moins de Tannaka, voire même d'un certain auteur rigoureusement inconnu (un dénommé saavedra), nommé deux ou trois fois

[635](**) voir, au sujet de cette prouesse de Deligne (assisté de Milne faisant office de figurant), le début de la note maintes fois citée "Monsieur Verdoux — ou le cavalier servant" (page 1176).

en passant dans leur article, pour avoir écrit (dans l'introduction d'un volume de sa plume) un "excellent résumé" (à quelques réserves près) sur le sujet.

Mais on ne s'attendra pas de la part du père de la théorie, qu'il fasse violence à sa modestie bien connue, au point d'appeler "catégories de Deligne" (ou "correspondance de Deligne", dans un tout autre domaine...) ce qui, de toute évidence et par le consensus unanime des gens "bien" qui décident en ces matières, devrait pourtant bel et bien s'appeler ainsi...

(16_4) (20 avril) La réflexion de hier m'a fait voir avec des yeux nouveaux une chose qu* (16_4) l'an dernier, alors que je débarquais tout juste dans l'Enterrement, m'avait laissé ébahi : "... cette chose en apparence absurde : Deligne "refaisant" la thèse de saavedra, dix ans après !". Il en est question dès ce 19 avril de l'an dernier oîi je découvre le "mémorable volume" LN 900, dans lequel (entre autres belles choses) se trouve reproduite pratiquement texto la thèse de Saavedra[636](*). J'y reviens une semaine plus tard encore, dans la note "La table rase". A ce moment, j'en étais arrivé à "l'intime conviction" que le *sens* derrière ce non-sens, c'était le désir chez le brillant Deligne (se faisant le scribe de Saavedra) de "se donner l'illusoire sentiment de libération par rapport à quelque chose qu'il ressentait sûrement comme une pénible obligation : d'avoir a référer constamment à celui-là même qu'il s'agit de supplanter et de nier, ou ne serait-ce qu'a tel autre qui se réfère à lui."

Mais la semaine dernière, prenant pour la première fois la peine de feuilleter le travail de ce "tel autre", j'ai pu constater à ma surprise qu'il ne songeait absolument pas à "se 1171
référer a moi" (si ce n'est par les trois lignes citées de "profonde reconnaissance"-bidon, visiblement destinées à donner le change). Du coup mon "intime conviction" d'il y a un an devenait boiteuse — il devait y avoir un élément juste dedans, sûrement, mais il restait pourtant un mystère : ce n'est quand même pas les trois lignes en question, qu'aucun lecteur ne songera à aller dénicher à la fin de l'introduction, qui auront motivé un Deligne pour jouer les copistes du plus obscur des élèves dfun maître depuis longtemps défunt ! Sans compter que dans cette fin d'introduction je figure quasiment en une haleine avec lui et avec Berthelot, qui ont droit (au même titre que moi, dirait-on[637](*)) aux remerciements pour leur "aide et conseils qu'ils ont généreusement apportés pendant ce travail"...

Ce "mystère" s'est éclairci complètement lors de la réflexion de hier, et sans que j'aie eu à chercher, et sans même que j'aie seulement à me l'évoquer. En y resongeant, après m'être arrêté d'écrire, diverses associations ont fait surface — elles devaient déjà être présentes en écrivant, sans même que j'en aie conscience, et guider ma plume à mon insu. J'ai été frappé par une similarité non seulement de style, mais de *procédé breveté* d'appropriation, à travers les trois grandes "opérations" dans l'Enterrement (parmi les quatre dans lesquelles Deligne lui-même est le principal (sinon l'unique) "bénéficiaire"). Il s'agit du procédé qu'on pourrait appeler "du père de substitution provisoire", introduit subrepticement sur l'échiquier du racket mathématique pour escamoter une paternité réelle, alors que la personne de mon ami pierre reste provisoirement à l'ombre. Une fois le père naturel entièrement éliminé de la scène à la satisfaction de tous, le père de substitution est lui-même escamoté comme

[636](*) Voir les notes citées dans l'avant-dernière note de b. de p.

s'il n'avait jamais existé, et le *vrai père*, modeste et souriant, apparaît sur la scène, sans même avoir à dire que c'est lui ; car pour celui qui sans bruit a su tirer les fils et qui a su attendre, les choses se font d'elles-mêmes sans résistance aucune : l'accord unanime de la Congrégation toute entière, déjà, l'a investi du rôle qui lui incombe de droit.

Ce procédé n'a commencé à être perçu par moi que depuis quelques jours à peine, en retraçant les mésaventures de mon ami zoghman à travers les divers épisodes de l'opération IV dite "de l'inconnu de service". Le "père de substitution" dans ce cas-là (pour une certaine "correspondance"...) a été *Kashiwara* — je ne saurais dire s'il est tombé du ciel comme ça,

(*ï Avec cette différence quand même que je l'ai "introduit à ce sujet" (sic), et qu'il "me doit en outre une grande partie de sa formation de mathématicien" (c'est vraiment trop d'honneur). dentiellement et par le plus grand des hasards, ou si le futur vrai père lui 1172
a fait comprendre délicatement que ce résultat-là d'un @inconnu, qui traînait là sans père digne de ce nom, n'était ma foi pas à dédaigner[638](*). Toujours est-il que l'ami Pierre a su jouer à la perfection sur une prétendue ambiguïté de paternité, fabriquée de toutes pièces par le consensus péremptoire des "compétences", et ceci dès avant même que la portée de la chose nouvelle ne soit encore généralement reconnue. Le père de substitution Kashiwara apparaît dès le mois de mars 1980 [640](**), si ce n'est déjà lors du Colloque des Mouches six moix avant ; il est escamoté sans laisser de traces (et sans trop s'en formaliser, semblerait-il) lors du mémorable colloque de juin 1981, quinze mois plus tard. Ici, l'escamotage se fait avec un doigté parfait, par l'introduction de deux autres, appelons-les cette fois "co-pères présomptifs" (et de pure forme) Beilinson et Bernstein, qui entrent sur la scène comme une simple clause de style — "pouce !", alors que personne bien sûr n'irait s'imaginer que c'est l'un ni l'autre qui aurait fait l'enfant (même si l'un et l'autre en ont bien profité...).

L'analogie avec "l'opération Motifs" est véritablement saisissante 1 Alors que la paternité de ce qu'on pouvait présenter comme le "non-sensé" de tout venant sur les motifs était trop notoire encore (et surtout au début des années 70) pour donner prise à manœuvres, il y avait *deux volets cruciaux* du yoga des motifs qui n'avaient jamais fait encore l'objet d'une seule ligne publiée, fut-ce sous forme allusive. L'un de ces volets, le "yoga des poids", avait été approprié par le Méga-père dès 1970 sans faire l'ombre d'une ride — ce qui avait été escamoté n'était de toutes façons que "conjectural" et ne valait pas mieux qu'une allusion de pure forme. L'autre volet par contre était parfaitement au point, sans rien de conjectural pour le coup, dès la deuxième moitié des années soixante. Un vague étudiant un peu largué était censé faire une présentation tout au moins du mécanisme de démarrage du yoga — tâche techniquement peu ardue, mais qui (jusque vers le moment

[638](*) (16 juin) II semblerait bien que l'initiative des opérations de pick-pocket sur l'œuvre de Mebkhout revienne bien à l'entreprenant Kashiwara, et ceci dès 1978, quelques mois à peine après que Mebkhout lui ait communiqué le Chapitre III de sa thèse qu'il venait de terminer. Voir à ce sujet la note "La maffia" partie (b) ('premiers ennuis — ou les caïds d'outre-Pacifique "), note de b. de p. [639](*) p. 1060.

[640](**) (16 juin) En fait, il commence déjà à montrer le bout du nez deux ans avant — voir la précédente note de b. de p. L'épisode de mars 1980 est celui du séminaire Goulaouic-Schwatz, dont il est question dans la note cité, ainsi que dans la note "Carte blanche pour le pillage — ou les Hautes Œuvres" (n° 171, notamment pages 1088–1090).

du “décès” du père naturel et indésirable, tout au moins) semblait plutôt dépasser le malheureux. C’était cet étudiant, Saavedra donc, qui était le père de substitution tout trouvé, 1173
suffisamment crédible, grâce à la caution provisoire de celui qui reste dans les coulisses, pour emporter l’assentiment d’une Congrégation qui ne demande qu’à oublier celui qui doit être oublié ; mais en même temps (et c’est ça l’intérêt) ce “père”-là ne fait visiblement pas “le poids”. Le moment venu, l’idée ne viendrait à personne, et sans doute à Saavedra moins qu’à quiconque (*ï, d’avancer le supposition qu’il pourrait être le père d’une philosophie nouvelle — supposition tout simplement grotesque pour peu qu’on veuille bien s’y arrêter ne fat-ce qu’un instant… Ici, l’évacuation du père de substitution, qui a fait son temps, ne se fait que dix ans plus tard, avec la publication du mémorable LN 900 en 1982. Il faut dire qu’entre 1972 (mise en avant du “père de substitution” dans l’opération I dite “des motifs”) et 1980 (apparition du père de substitution tout aussi providentiel dans l’opération IV dite “de l’inconnu de service”), de l’eau avait passé sous les ponts, et il n’y avait plus lieu d’y aller encore par quatre chemins ! Chose remarquable, ici aussi, s’introduit un “co-père présomptif et de pure forme”, pour faire la. transition “en douceur” (et sans que personne n’ait l’air de se mettre en avant) entre la paternité de substitution (la paternité de polichinelle, en somme…) et *la vraie*. Et je suis sur que Milne n’a pas plus vu les invisibles fils qui le manoeuvraient à la guise d’un autre, que Beilinson et Bernstein ne se sont souciés de les voir. Tout le monde a eu ses miettes, et tout le monde (ceux du moins qui ont voix au chapitre…) a tout lieu d’être pleinement satisfait.

Tout ça m’a fait aussi resonger cette nuit à la troisième grande opération pour le bénéfice direct du “futur père tous azimuts”, l’opération “Cohomologie étale”. J’avais pu me convaincre précédemment que la motivation initiale de cette opération (**V a été le propos d’appropriation d’une certaine *formule de points fixes*, du fait qu’on pouvait présenter une certaine “formule des fonctions L” à paternité indésirable comme un corollaire trivial de ladite formule. L’ennui, c’est que la formule des traces en question était 1174
entachée de la *même* paternité indésirable. Heureusement qu’il y avait aussi un autre père possible, un bon copain lui (Verdier pour ne pas le nommer), qui en avait fait même deux de formules, l’une trop générale (mais heuristiquement cruciale), l’autre un peu étriquée mais quand même suffisante pour “coiffer” ce qu’on voulait. Mais copain ou pas, ce n’est certes ni le copain, ni le défunt indésirable, qui est 1 e “père” qui convient ici, alors qu’il s’agit de *la* formule-clef pour *“la”* fameuse conjecture[641](*). Vu la notoriété, hélas, de la formule des fonctions L et de sa malencontreuse paternité, le point délicat ici n’était pas le copain (entre copains on finit toujours par s’arranger…), mais bien le défunt. Pour comble de malheur, sa démonstration du “corollaire” était publiée noir sur blanc dans un séminaire

[640](*) (16 juin) AU terme du “marché” qui a dû être conclu entre lui, Saavedra, et un Deligne (provisoirement) dans les coulisses (prêt à réapparaître quand le temps serait mur…), la “part” de Saavedra, c’était une thèse de doctorat d’état en poche et la notoriété relative acquise à un auteur de la prestigieuse série des “Lecture Notes” — ce qui allait lui donner le départ pour faire carrière dans son pays, loin des arides poursuites mathématiques qu’il n’avait entrevues que de très loin…

[640](**) Voir à ce sujet le groupe de notes “La formule” (n°s 169@-169). Ce propos initial s’est considérablement élargi ensuite — voir notamment à ce propos les notes “L’Eloge Funèbre (1) — ou les compliments” (n° 104) et la note “Les joyaux” (n° 170 (iii)).

Bourbaki en 1964, mais à un moment (heureusement) ou le cas de routine (euh pardon, le cas crucial, je voulais dire M, de cette formule (ou de la formule des traces c'est kif kif, mais ça il faut surtout pas le dire... [642](**)), n'avait pas encore eu le temps d'être vérifié.

Ici, la manip a consisté à utiliser le copain en question pour faire figure de père de sa formule ultra-générale (ce qui n'était que l'exacte vérité, à cela près seulement qu'il n'a jamais pris la peine de la démontrer...), mais en glissant par la bande une confusion avec la formule *explicite* démontrée par l'encombrant défunt (formule a laquelle surtout il n'est fait allusion à aucun moment), et en *débinant* la formule ultra-générale (comme conjecturale, incomplète et, pour tout dire, inutilisable). C'était là une façon de noyer un poisson, et d'ôter au lecteur toute envie d'aller regarder dans un certain séminaire SGA 5 (qu'on lui fait d'ailleurs un devoir "d'oublier") ce qu'il aurait a dire sur la question. Quant la formule explicite (un peu étriquée sur les bords, mais parfaitement valable) du copain, d'un commun accord il n'en est plus question non plus, sauf une référence ambiguë et de pure forme, noyée à la fin d'un texte filandreux et décourageant au possible, qu'aucun lecteur au monde n'aura eu le courage de lire jusqu'au bout. On peut donc dire, en résumé, que le "père de substitution" (Verdier en'1′occurence) est bien intervenu, mais moins par son accord tacite pour une "paternité" sur un résultat (celui du

(*ï II s'agit bien sûr de "la" conjecture de Weil. Voir à ce sujet la note *"La* Conjecture" (n° 169). défunt) qu'il s'agit ici *d'escamoter complètement*, que par sa connivence plutôt 1175
dans un jeu de brouillage-débinage de deux "enfants" dont il est bel et bien le père, histoire d'escamoter dans la mêlée le troisième enfant, de père inavouable lui, orphelin que plus personne n'arrive, ni surtout ne se soucie, de retrouver[643](*). Dans cette manip, Illusie joue un rôle d'appoint, un peu similaire à celui des "co-pères présomptifs" de tantôt — à cela près que sa paternité, pas plus que celle de verdier, n'est censée à aucun moment porter sur la sacro-sainte formule des traces *pour Frobenius*, la seule qui compte et réservée (avec tout le doigté qui s'impose, certes) au seul Deligne, mais qu'elle porte elle aussi sur l'enfant inavouable qu'il s'agit d'escamoter — ce à quoi Illusie collabore avec cette dévotion exemplaires qui le caractérise.

(^{17i_5}) Mais je voudrais revenir encore sur la "thèse" de Saavedra. C'est vers le moment de mon départ de la scène mathématique, début 1970 (si mes souvenirs sont corrects), que Saavedra avait fait mine enfin de vraiment "accrocher" à son travail, après un an (^{17i_5})

[642](**) Ces deux formules sont en fait chacune corollaire immédiat de l'autre. Comme ma paternité sur l'une (la formule des fonctions L) était notoire, Deligne s'est arrangé (dans le mémorable texte ayant nom "SGA 4*3 ") de la présenter comme'corollaire de l'autre, en faisant de plus l'impossible pour donner l'apparence d'être le père de celle-ci, par des tours de prestidigitation-arnaque infiniment plus ardus, que ma modeste démonstration (et énoncé à la clef) pour ladite formule. Voir le groupe de formules déjà cité, pour ce tour de force sans doute unique dans les annales de notre vénérable Science (notes n°s 169 — 169g).

[643](*) Voir à ce sujet la note "Les prestidigitateurs — ou la formule envolée" (n° 169) — et également la note de b. de p.[644](**) page 1121 à la note "L'album de familIëT montrant k quel point les efforts d'escamotage-envolage des bons samaritains Deligne et Illusie ont été couronnés de succès.

@**) En comparaison, tout au moins, avec la disponibilité qui avait été mienne avant mon départ ; mais non avec celle que je peux constater chez la plupart de mes collègues, assumant des directions de recherche.

ou deux pendant lesquels il n'avait pas semblé trop décidé. Il m'a dit alors qu'il avait dégagé une formulation et une démonstration de l'énoncé initial que je lui avais proposé, de façon à s'appliquer au cas d'un anneau de base k *quelconque*. Il m'a même fait une esquisse de démonstration, que j'ai dû écouter d'une oreille un peu distraite. La quasi-totalité de mon énergie était occupée par la mutation dans ma vie que j'étais alors en train de vivre. Sans songer alors a vérifier avec soin ce que Saavedra me disait, j'avais l'impression qu'il avait finalement démarré, et qu'il allait pouvoir se débrouiller maintenant par ses propres moyens. Peut-être ai-je été un peu pressé de prendre rres désirs pour des réalités, à un moment où ma disponibilité pour une véritable direction de recherches était devenue quasiment nulle.[645](**). Après ça je n'ai plus eu signe de vie de lui, pour autant que je me rappelle[646](***). Je présumais jusqu'à la semaine dernière encore qu'il devait
avoir accompli le programme minimum que je lui avais proposé, et juste un peu au delà 1176
peut-être en traitant le cas des motifs (d'après ce que Deligne m'avait écrit en août dernier, avec sa bibliographie commentée sur les motifs).

Je viens seulement de m'apercevoir *qu'il n'en est rien*. Le malheureux a trouvé moyen, après trois ou quatre ans passés sur le sujet, de faire une erreur grossière dans la *définition* même de ce qu'il appelle "catégorie tannakienne" (la définition par propriétés intrinsèques, j'entends[647](*)), dont il s'agissait de prouver qu'elle implique la description "gaj. oisienne" en termes de représentations d'une gerbe convenable. Le théorème 3 qu'il énonce dans l'introduction (cette introduction où il est censé tout au moins *énoncer* les quatre théorèmes essentiels de la théorie, tels que je les lui avais donnés) est donc *trivialement faux*. Deligne et Milne se font un agréable devoir de signaler l'erreur monnumentale, proposent comme "nouvelle" définition des catégories étudiées la description en termes de gerbe (dont il est évident a priori que c'est la bonne, quitte a modifier la description intrinsèque au besoin...), et s'interrogent gravement si la définition "de Saavedra" (une fois débarassée de l'erreur idioteî implique bien "la leur" (sic)[648](**) — ce qui était très exactement le sujet qui était censé constituer le travail de thèse de Saavedra 1

La situation est du pur père Ubu l Et ceci de trente-six façons à la fois. Ainsi, ce qui était le sujet du travail proposé à Saavedra, la seule partie qui demandait une contribution originale, si modeste soit-elle (dégager les bonnes conditions intrinsèques pour une catégories de Galois-Poincare sur un anneau de base aussi général que possible) n'a pas été traité même dans le cas (que je crois avoir traité depuis longtemps[649](***) au moment de rencontrer Saavedra) où

(*ï L'erreur provient de ce qu'il y a eu confusion, dans l'esprit de Saavedra, sur ce que j'entendais par *anneau de base* d'une catégorie tensorielle ; ce n'est pas n'importe quel anneau par rapport auquel ladite catégorie soit "linéaire", et le produit tensoriel soit

[646](***) Ma mémoire ici me trahit un tantinet — voir la note n° 176@ pour des révélations inattendues à ce sujet.

[648](**) LOC. cit. page 160 (je n'invente rien !).

[649](***) c'était en 1964 ou 65, donc sept ou huit ans avant la fameuse "thèse"-sic de Saavedra, et dix-sept ou dix-huit ans avant qu'un tandem Deligne-Milne n'accourre à la rescousse pour *ne pas faire*, lui non plus, ce modeste travail-là — le seul travail "original" auquel je m'étais attendu de la part du plus modeste de mes élèves...

“bilinéaire”, mais bien l’anneau canonique End (*@) (où 1 est l’objet unité de la catégorie). Au moment où j’ai expliqué à Saavedra le B. A. BA de la théorie, il devait être a tel point “pas dans le coup” que ça a dû lui passer entièrement par dessus la tête, et sombrer dans l’oubli. Deligne, qui semble avoir pris plus ou moins ma succession auprès de Saavedra (avec visiblement une idée à lui derrière la tête…), s’est bien gardé de lui faire rectifier le tir. Cela lui a permis (dix ans plus tard) de faire s’écrouler discrètement le château de cartes Saavedrien, et d’apparaître comme l’Ange Sauveur et (cette fois encore) comme le Père véritable que tout le monde attendait… l’anneau de base k @ End (H) est un *corps*1 1177
Le travail de “thèse” de Saavedra a donc consisté, très exactement, à copier pieusement la partie de la théorie (au delà du démarrage du yoga grothendieckien), au dessus d’un corps de base, qui était déjà entièrement achevée par mes soins, et a présenter, en lieu et place du travail qui était un préalable à tout ce qui devait suivre, une définition canulée et une “démonstration” d’un théorème faux, démonstration se réduisant (comme Deligne se fait un devoir de le signaler — loc. cit. p. 160) à un simple cercle vicieux !

Ce nfest pas tout. La thèse ne tient pas debout — et le jury de thèse ne s’aperçoit de rien ! Il faut croire qu’aucun des membres n’a dû saisir très bien de quoi il s’agissait. Cela n’a pourtant incité aucun à me faire signe, qu’il y en ait au moins un parmi eux qui soit en mesure de donner une caution valable au sérieux du travail qu’ils faisaient mine gravement de juger[650](*). Si la soutenance a pourtant eu lieu, et sans que j’y sois associé, ça n’a guère pu être que grâce à la caution de Deligne, qui (comme les remerciements de Saavedra le laissent bien entendre) a dû suivre tant soit peu son travail, une fois que j’avais pratiquement disparu de la scène[651](**).

Il me semble d’ailleurs inimaginable, dès lors, que Deligne ne se soit pas aperçu de cette erreur, lui dont je connais la vivacité et l’acuité jusque dans le plus petit détail — et il ne s’agit nullement ici de “petit détail” I Bien sûr, je lui avais raconté dans toute sa finesse le yoga auquel j’étais parvenu, et il n’est tout simplement pas possible que parmi les toutes premières choses que je lui ai expliquées, il n’y ait eu ce contre-exemple que lui et Milne font mine de sortir là comme la dernière nouveauté, et qui m’était connu dès les tout débuts de ma réflexion sur le yoga (que je vais finalement appeler “grothendieckien”, au lieu de référer à Galois-Poincaré qui n’en demandent pas tant…). S’il a laissé subsister dans la “thèse” (sic) de son “protégé” (resic) une erreur aussi grossière, de nature a pouvoir discréditer purement et simplement le “père de substitution” (tout provisoire) dès qu’il lui paraîtrait opportun, ce n’est sûrement pas sans de bonnes raisons. La réflexion de hier rend celles-ci d’ailleurs bien assez évidentes.

On dira peut-être que j’affabule, et que “l’aide et les conseils” dont fait état Saavedra, 1178
n’impliquent pas forcément que Deligne ait pris la peine de lire avec tant soit peu de soin les quatre énoncés de l’introduction qui résument l’essentiel de la théorie[652](*). Ces énoncés

[650](*) La composition de ce lamentable jury va d’ailleurs finir par être dévoilé (au lecteur qui aura résisté jusque là) dans la note ultime 176 du “Sixième Clou” à mon cercueil…

[651](**) Cet intérêt subit d’un Deligne pour un obscur étudiant fen mal de thèse n’a fait d’ailleurs son apparition, on se demande bien pourquoi, qu’après le décès du père naturel (et indésirable…) de la théorie que ledit étudiant (visiblement débordé par la tâche…) était censé exposer.

lui étaient bien sûr familiers longtemps avant de faire la connaissance de l'intéressé. Cela aurait été alors une simple légèreté, de cautionner un travail sans avoir pris au moins la peine de vérifier, l'espace d'un quart d'heure, la correction des principaux énoncés annoncés dans l'introduction. Mais en fait il n'y a aucun doute dans mon esprit que Deligne a bel et bien dû prendre cette peine-là. Ce travail, en effet, *n'était pas n'importe quel travail*, présenté par un étudiant un tantinet paumé et en mal de thèse. Deligne était le mieux placé après moi (et avant Serre encore) pour sentir toute la portée du formalisme qui était présenté là, comme formant un volet crucial de l'héritage non écrit (ou du moins, non publié) laissé par le maître défunt, s'il lui a plus, certes, de prendre à l'égard de ce volet ses airs désinvoltes habituels (**@ au fond il savait mieux que personne de quoi il retournait, si lui, le brillant Deligne, l'élitiste à outrance, a pris la peine ici de suivre le travail de quelqu'un qui, visiblement, était médiocrement doué, ce n'est sûrement pas pour les beaux yeux de l'intéressé et dans le but de l'aider a obtenir ce qui, selon les consensus courants (et d'autant plus, suivant les critères d'exigence poussé à leur degré extrême, qu'il s'honore de professer) est une *thèse bidon*.

Une fois ce mot lâché, on est confronté aussitôt à une contradiction étrange. D'une part, une erreur si monumentale, chez quelqu'un qui est censé s'être investi à plein temps dans le sujet pendant des années, qu'il est difficile de ne pas l'interpréter comme un signe d'incapacité foncière — il semblerait que le problème même qui était posé, même dans son aspect simplement technique (qui n'était pas bien sorcier pourtant), n'était tout simplement pas saisi encore lors de la soutenance, et lors de la publication du livre en question. D'autre part, ce même étudiant, après un an ou deux passés avec moi sans faire grand chose, acquiert soudain, *en moins de deux ans*, une culture mathématique qui peut a juste titre sembler impressionnante : théorie de structure des groupes algébriques, tant sur les corps généraux que sur le corps des réels, théorie des schémas à brin de zinc, théorie de Hodge, 1179
motifs... Non seulement cela — mais alors que je ne me rappelle pas avoir lu un texte mathématique rédigé de sa main, ne serait-ce que de quelques pages, et sachant très bien à quel point (surtout pour des étudiants ayant des moyens modestes) il n'est pas évident du tout d'apprendre à rédiger les maths — j'ai été frappé, en parcourant le livre paru sous son nom, de sa "tenue" d'une qualité exceptionnelle. La pensée m'était venue que, techniquement parlant tout au moins, ce texte, qui visiblement se veut un texte de référence standard au même titre gué les textes EGA et SGA, aurait pu être écrit de ma main, ou de celle de Deligne ou d'un parmi les quatre ou cinq autres élèves que j'ai eus, tous remarquablement doués, qui sont rompus a la tâche de présenter sous forme précise, complète, et élégante un ensemble d'idées et de faits imbriqué et complexe. Je sais fort bien que, moins encore qu'une culture mathématique, une telle virtuosité rédactionnelle n'est une chose qui s'improvise (sauf chez des êtres aux dons exceptionnels, comme ce même Deligne et quelques rares autres), et qu'elle ne s'acquiert (quand on finit bel et bien par l'acquérir) qu'au bout de longues années de pratique. J'ai moi-même mis plus de dix ans à l'acquérir,

[652](*) Mis à part les résultats sur les filtrations des fonçteurs fibres, plus techniques et plus malaisés a comprimer en un seul énoncé frappant.

[652](**) Voir, au sujet de ces airs, et de la technique d'appropriation qu'ils servent, la note "Appropriation et mépris" (n° 59′).

alors que pourtant le contact que j'avais avec la substance qu'il s'agissait d'exprimer, était très fort. Ce contact a été sans aucune commune mesure, certes, avec celui de Saavedra pour son sujet de thèse, toujours pas compris après avoir écrit sur ce thème se qui s'avère être, pourtant (du moins jusqu'en 1982...), 1 a "bonne référence" pour un formalisme délicat et crucial. Décidément, il y a là deux choses qui tout simplement ne "collent" pas l'une avec l'autre...

La pensée qui m'avait effleurée dès la nuit dernière, et qui revient maintenant avec la force de l'évidence, une fois que je prends la peine de me raconter la situation noir sur blanc, est celle-ci : il est inpensable que ce soit Saavedra, que j'ai bien connu et dont je connais fort bien les possibilités et surtout, les limites — il est impensable, réflexion faite, que ce soit bien lui l'auteur de ce livre brillant, exposant, dans son aspect exclusivement technique il est vrai mais d'une façon (sur ce plan-là) exhaustive et à quatre épingles, les bases d'une "philosophie" qui le dépasse entièrement. Peut-être les premiers trois chapitres, dont deux consistent surtout en des généralités fonctorielles que tout le monde connaissait déjà, et dont le troisième présente la version complètement canulée de Saavedra de la notion centrale du livre — ces chapitres donc qui étaient censés constituer le "programme minimum" qu'il n'a jamais accompli — peut-être ceux-là sont ils entièrement de la main de Saavedra. Tout canule que soit le chapitre central III, il suffit néanmoins à donner une 1180
idée de ce à quoi on voulait en venir — à savoir, la vision "grothendieckienne" (pour ne pas le nommer), ou "gerbienne", de certaines @ — catégories, vision qui donne son sens aux chapitres ultérieurs IV à VI. Une fois admis la description par gerbes (sagement prise comme *définition* des catégories soi-disant "tannakiennes", dans le texte doublement pirate de Deligne et Milneï, ce sont ces trois derniers chapitres qui constituent le cœur du formalisme qu'il s'agissait de s'approprier. Je présume que ces chapitres ont été écrits in toto par Deligne, ou peut-être en partie par lui, en partie par Berthelot ; et ceci de façon beaucoup plus détaillée encore que les notes que j'avais passées à Saavedra, de telle façon qu'il n'a eu pratiquement qu'a les recopier textuellement, si tant est qu'on lui a même demandé de prendre la peine de cette formalité-là. Il devait se sentir "gagnant", car on lui faisait "cadeau" d'une thèse et du titre à la clef, alors qu'il devait bien sentir que ce qu'il avait fait lui-même (et même en se faisant illusion que ça tenait debout), c'était sans doute un peu maigre pour une thèse de doctorat d'état. Et Deligne (déguisé en samaritain encore...) gagne : voici la référence qu'il fallait, sinon pour dans l'immédiat du moins pour "plus tard" (pour celui qui sait attendre...), et où le nom indésirable ne figurait plus, a toutes fins pratiques du moins.

Pour mettre la joie à son comble, j'ajoute que le dénommé Saavedra semble avoir disparu de la circulation sans plus laisser aucune trace. L'an dernier, en prévision de l'envoi (que je voyais imminent) des exemplaires tirés et brochés et tout de Récoltes et Semailles, j'avais feuilleté dans l'Annuaire International des Mathématiciens, qui est gros pourtant — tout le monde y est (et l'annuaire est là pour ça), à la seule exception pourtant de l'intéressé, qui n'y figure ni sous Saavedra, ni sous Rivano (ni même sous Neantro, que j'ai regardé par acquit de conscience). Du coup, l'histoire prend des allures de sombre intrigue policière. On frémit en imaginant le souriant et affable Deligne, tel un second Monsieur Verdoux (alias Landru), une fois parvenu à ses tortureuses fins avec cette "bonne référence" à sa guise (quatre ans avant celle de son ami Verdier ! [653](*)) — on frémit, dis-je, en le voyant faire disparaître la “pièce à conviction” de sa diabolique machination, savoir le malheureux Neantro Saavedra Rivano en personne, en le faisant longuement calciner dans une coquette cheminée des Ormails[654](**), spécialement conçue à de telles fins.

(*ï Au sujet de celle-ci, voir la note nommée (comme de juste) “Les bonnes références”, n° 82. Landru (et déguisé en cavalier servant) a pris la succession à point nommé d’un 1181
certain défunt, évincé de la place et envoyé dans les oubliettes par le genre de coup-mine-de-rien dont mon ami a le secret. La partie résidentielle consiste en une dizaine de pavillons familiaux, et un bâtiment plus important formé de confortables studios, lesquels ne tarderont pas sûrement, eux aussi, à avoir chacun sa petite cheminée individuelle tous usages. . .

Je me suis rassuré en me disant que je n’avais pas entendu que Kashiwara ni Verdier aient disparu de ce monde — pour tout dire, j’ai eu ce dernier au bout du fil pas plus tard qu’avant-hier encore, pour lui demander (sans trop de conviction et sans succès, me semble-t-il) s’il ne pouvait pas me donner des nouvelles d’une autre “disparue”, dont tout le monde parle et que personne apparemment n’a jamais vue — je veux dire, la thèse de Jouanolou. Je n’en sais toujours pas plus long sur cette thèse-là, mais il semblerait du moins que Verdier est toujouis en vie, tout “pièce à conviction” qu’il soit — et j’ai bon espoir qu’il en est de même de Neantro Saavedra Rivano.

(@@6) Avec tout ça, je n’ai pas même fini de faire le tour encore des aspects ubu de (@@6)
l’histoire de la thèse de Saavedra — décidément je les collectionne, les thèses et thésitifs pas comme les autres 1 La j’étais arrivé à la présomption (pour ne pas dire, l’intime conviction) que si Deligne (assisté d’un collaborateur empressé et bénévole) a fait mine de recopier gravement la thèse de Saavedra dix ans après la soutenance de celle-ci, il n’a sans doute fait là que “reprendre” ce qu’il avait bien voulu lui “prêter” pour un temps (le temps pour Saavedra de passer sa thèse et de disparaître), et que ce n’était donc là qu’un juste retour des choses — à cela près que ce qu’il avait “prêté” pour un temps, il l’avait “emprunté” au défunt jamais nommé. Mais comme il n’est pas d’usage de rendre aux défunts ce qu’on leur emprunte (il ne manquerait plus que ça 1), tout est pour le mieux, de ce coté là aussi.

Le plus beau dans tout ça, c’est que même après qu’un deuxième ex-élève soit passé par là (le plus brillant de tous ceux que j’ai eus, par dessus le marché), l’humble problème que j’avais donné à Saavedra, qui avait été mon point de départ il y a plus de vingt ans et la première chose que je crois avoir résolu dès ce moment, dans le cas où l’anneau de définition de la @ — catégorie envisagée est un corps — cet humble problème n’est toujours pas “résolu” à l’heure actuelle, même dans ce cas-là ! Deligne s’est contenté de relever l’erreur grossière de Saavedra (repérée sûrement depuis plus de dix ans, mais il attendait son heure. . .). Il ne s’est pas soucié, tout en copiant sur 128 pages le texte de 1182
référence précédent, de réparer cette erreur. Pourquoi se seraitil donné cette peine — alors que le but poursuivi était visiblement atteint l II aurait fallu pour cela qu’il y ait présent

[654](**) “Les Ormails” est le nom de la partie résidentielle de l’IHES (Institut des Hautes Etudes scientifiques), où l’ami Pierre — alias Monsieur Verdoux-alias

en lui, dans cette opération, *autre chose* que la seule fringale d'appropriation, mais bien un intérêt en éveil, un *respect* pour la substance mathématique qu'il traitait, et une vision qui dépasse la perspective du "gain" immédiat.

Si j'ai pris la peine, vers les années 64–65, de dégager un yoga "grothendieckien" pour les "@-catégories représentables en termes de "gerbes algébriques", au lieu de me contenter de celles qui peuvent se décrire par un schéma en groupes, c'est parce que dans l'exemple qui me "motivait" le plus, celui des motifs sur un corps, il était bien connu (par un argument de Serre très simple) que lorsque ce corps est de car. p @ 0, il n'y a *pas* de foncteur fibre "rationnel sur g" (ni même sur IR). Cela *me forçait la main*, alors, pour exprimer la théorie en termes de quelque chose d'aussi "peu sérieux" que le formalisme des gerbes et des liens, et en même temps bien sur, pour trouver des critères intrinsèques de nature algébrique simple, assurant que cette vision "galoisienne" ou "grothendieckienne" marchait pratiquement "toujours", et en tous cas, à très peu de frais. La caracterisation que j'avais dégagée (et, si je ne me trompe, prouvée), par l'existence d'un foncteur fibre sur une extension du corps k'du corps de base k, n'est toujours pas établie dans la littérature, vingt ans après ! Aujourd'hui encore, en termes de ce qui est écrit par le soin des Saavedra, des Deligne et consorts, même en admettant tout ce qu'on voudra sur un formalisme de "classes de cohomologie motiviques" sur un corps fini (disons), il n'est toujours pas établi (pas dans la littérature, du moins) que la catégorie des motifs semi-simples (disons) sur un tel corps est "grothendieckienne" (ou "tannakienne", comme disent ces messieurs). Voilà 418 @ 128 @ 546 pages de texte, de la plume de Saavedra (assisté par un Deligne et par un Berthelot), puis de Deligne et de Milne, et tout ça pour ne pas même arriver à dégager ce qui avait été mon point de départ il y a vingt ans, me convainquant que les "groupes de Galois motiviques'[1], *ça existait*.

Oui, pourquoi un Deligne se serait-il donné cette peine, alors qu'il avait depuis longtemps oublié la vision, que le crédit qu'il cherchait était acquis de toutes façons, et que le corps sur lesquels il travaillait pour faire s a théorie des motifs (qui n'a rien à voir surtout avec celle d'un certain défunt…) sont tous des corps de caractéristique nulle — de sorte que ses fameuses catégories soi-disant "tannakiennes" sont toutes "neutres" (ou "triviales"). A ce compte là, ce n'était pas la peine certes de faire tout@une salade sur les gerbes
et consorts, qui dès lors n'est plus que de la poudre aux yeux. Ce n'était pas la peine, si 1183
ce n'est *pour s'approprier la lettre d'une chose dont on* a *oublié l'âme et l'esprit*.

Et je vois que l'épilogue de cette époustouffiante et lamentable histoire, c'est que tout comme pour le B. A. BA de la vision des motifs enterrée depuis quinze ans, c'est le croulant encore, à peine terminé de faire le tour du brillant Enterrement et de ses prouesses, qui va se taper ce petit boulot-là qu'aucun de ses élèves après son "décès" n'a eu encore à cœur de faire. Car ça fait belle lurette qu'ils sont bien trop occupés à jouer les maîtres, pour avoir encore le temps, ne fût-ce que l'espace de quelques jours, d'être aussi *serviteur*[655](*).

[655](*) J'ai été un peu hâtif ici, en faisant mine de mettre tous mes élèves dans le même sac avec le plus brillant d'entre eux. D'avance, je fais mes excuses à tous ceux parmi eux qui ne se sentent pas flattés de se trouver en si brillante compagnie 1 Je suis heureux en tous cas de me rappeler de Giraud, se tapant le travail (qui lui tombait dessus à l'improviste) de lire la thèse de Contou-Carrère, dans des dispositions de

@ 7) (19 juin) Cela fait aujourd'hui exactement deux mois que je me suis mis, en coup de vent, à écrire les notes qui précèdent (des 19 et 20 avril), avec le nom tout trouvé "Le sixième clou (au cercueil)" (n°s 176, à 176, sans compter celle-ci, faisant partie du lot). Zoghman Mebkhout venait de m'apporter le livre de Saavedra la semaine d'avant — et il avait suffi d'un coup d'œil pour me rendre compte déjà de quoi il retournait.

Je dois avouer que cette découverte a été une émotion, à peine moins forte que celle du "mémorable volume" d'exhumation des motifs (Lecutre Notes n°900), un an avant jour pour jour. Pour mieux dire, l'émotion de l'an dernier est réapparue, en quelque sorte, relancée inopinément par la découverte d'une "opération" intimement liée à cette exhumation ; une opération (cela était évident d'emblée) qui l'avait préparée, et d'une envergure toute comparable. J'ai été saisi alors à nouveau, pour ne pas dire suffoqué, par ce sentiment. d'une tranquille impudence — *la même* impudence (cela aussi était clair d'emblée, par bien des signes qui ne trompent pas), s'en prenant à une chose intimement liée à moi, une chose que nul autre personne au monde que moi avait longuement portée et nourrie... Cela a été si fort, à la limite même de l'angoisse, que j'en ai été moi-même étonné.

La réaction spontanée, et l'exutoire naturel, aurait été de faire comme l'an dernier 1184
— de dire mon émotion alors qu'elle était toute fraîche, et par II entrer dans le vif de ce nouveau volet à mon enterrement vivant par ceux qui furent mes proches. Je me suis retenu pourtant[656](*), car il me fallait un minimum de disponibilité à la visite de Mebkhout, sans compter qu'il avait des choses à me dire dont je sentais bien, même si elles ne me touchaient pas de façor aussi névralgique, qu'elles étaient tout aussi "névralgiques" pour lui, en tous cas, et tout aussi significatives pour l'Enterrement. De plus, il me semblait important de noter ces choses que je venais d'apprendre par lui et qui ne m'étaient encore familières, tant qu'elles étaient fraîche* dans mon esprit encore — alors que les tenants et aboutissants autour de ce fameux livreenterrement ne risquaient pas de m'échapper-, même en m'y mettant plus tard seulement, c'est pourquoi, dès le lendemain du départ de mon ami, je me suis mis (du 15 au 18 avril) au récit de ses mésaventures, dans le groupe de notes (n°s 171 à 171) formant à présent la fin de l'Apothéose.

C'est dire qu'avant d'en venir au fameux "sixième clou", j'avais eu le temps de me resaisir. A vrai dire, reparcourant à l'instant les premières pages je ne retrouve trace, dans ma description sarcastique (et un tantinet distante) du nouveau pot-aux-roses, de l'émotion qui m'avait d'abord assailli, au point d me faire passer une nuit blanche, a un moment où j'avais pourtant grand besoin de sommeil, pour le coup je l'ai senti, ça oui, le "poids d'un passé" 1

C'était le dix juin, trois jours après avoir mis le fameux "point final" sous l'Enterrement — qui du coup redémarrait de plus belle ! Bien sûr, j'étais loin de me douter à quel point c'était redémarré — qu'il y avait encore trois cents pages (a peu de choses près-) qui restaient a écrire 1 Quand j'ai terminé avec la sixième des notes ("Les basses besognes")

"service", c'est sûr, vis-à-vis de Contou-Carrère et de moi tout au moins, et peut-être aussi vis-à-vis de la communauté mathématique ; voir à ce sujet le dernier alinéa de la note "Jésus et les douze apôtres" (n° 19, page 151).

[656](*) J'ai quand même écrit quatre ou cinq pages sous l'émotion du moment, mais il n'en reste plus guère trace dans le texte écrit neuf jours plus tard, le 19 avril.

formant le “Sixième clou”, je croyais bien en avoir fait le tour, et des “Quatre opérations” aussi du même coup — à part une dizaine de pages (pour les opérations III et IV) à retaper au net et à y ajouter les notes de bas de page prévues. Dans quelques jours, je pensais pouvoir confier à la frappe l’ensemble du manuscrit de l’Enterrement II :

pourtant, dès les jours qui ont suivi (peut-être même le lendemain ou le surlendemain du jour où j’avais crû en terminer avec le dernier “Clou”) il y a eu un coup de théâtre imprévu, sur lequel il me reste à revenir. La encore, mon mouvement spontané aurait été de m’y mettre tout de suite. Si j’ai attendu deux mois encore avant de le faire, ce n’est pas que l’envie m’en manquait, certes. Maïs il y avait des choses plus pressées à préparer pour 1185
la frappe. En relisant les Quatre Opérations depuis le début, il était apparu qu’il y avait grand besoin d’étoffer encore ici et là — et on connaît la suite i

Toujours est-il qu’aujourd’hui (et sauf nouveaux imprévus encore — touchons du bois 1) voici enfin le jour faste où je mets le *vrai* point final a l’Enterrement, pratiquement parlant j’entends : celui où j’écris les toutes dernières pages, censées faire partie de ma réflexion sur l’Enterrement, au sein de Récoltes et Semailles tout au moins. Après ça, il reste juste encore à écrire cette “Lettre” qui doit tenir lieu d’avant-propos pour Récoltes et Semailles — après quoi je pense prendre quelques jours de repos, bien mérités et dont j’ai de plus bien besoin…

Quelques jours après avoir écrit les six notes précédentes, j’ai pris connaissance de la composition du jury de thèse de Saavedra — ce jury que je couvrais de sarcasmes bien mérités dans l’avant-dernière note “Monsieur Verdoux — ou le cavalier servant”. La thèse a été soutenue le 25 fév@@er 1972 à la Faculté des Sciences d’Orsay, devant un jury formé par J. *Demazure* (rapporteur), *Castelle* et A. *Grothendieck.*

Pour un “coup de théâtre”, c’était un coup de théâtre 1 Le couronnement de l’Ubu! J’ai eu d’ailleurs du mal à en croire ces informations de source officielle, alors que je n’avais pas gardé l’ombre d’un souvenir d’avoir assisté à une telle soutenance de thèse. Décidément, l’histoire de Monsieur Verdoux– Landru se corsait encore! J’ai téléphoné à tout hasard à Demazure, s’il se rappelait avoir fait partie avec moi d’un jury de thèse pour un dénommé Saavedra. Demazure ne se rappelait plus de grand chose, lui non plus, mais quand même suffisamment pour pouvoir m’assurer que la soutenance avait bel et bien eu lieu (il n’aurait certes plus trop su dire quand et comment), et qu’on y avait été l’un et l’autre, en plus de Castelle (dont je ne me rappelais pas même le nom…). Il n’en savait guère plus, si ce n’est qu’il avait été rapporteur de thèse. C’est moi qui lui ai appris que la thèse, officiellement, aurait consisté en un texte de 25 pages (ce qui a du lui faciliter son travail de rapporteur, j’imagine). Du coup c’était lui qui était surpris. Il m’a promis qu’il s’occuperait de m’envoyer une copie de la thèse. Ça m’aurait bien intéressé de savoir à quoi elle ressemblait, mais je l’attends encore — apparemment (d’après ce que Demazure a fini par me dire quelques semaines après) cette thèse serait introuvable; peut-être aussi qu’il n’a pas fait de gros efforts. Toujours est-il que pas plus que moi apparemment, il n*-en a trace dans ses papiers. Mais c’est là un détail…

Du coup, j’avais l’air fin 1 Avec les gorgées chaudes que je m’étais payées au sujet de 1186
ce jury, visiblement inepte, “faisant mine doctement de juger” un travail dont il “n’a pas dû saisir très bien de quoi il s’agissait” 1 On peut s’imaginer que j’ai eu une envie folle de

remballer ces sarcasmes, de sauver les meubles en somme, garder une contenance — et puis non, ça aurait été tricher. Il y a déjà assez de triche comme ça dans tout cet Enterrement, sans que j'y mette encore du mien. Encore une fois, ces sarcasmes. étaient entièrement justifiés — Maintenant que je connais la composition du jury, je peux même préciser que c'est moi, avant tout autre, qui ai pleinement mérité ces sarcasmes. Après tout, ce qu'ils ont dû retenir surtout, Demazure et Castelle, c'est que cette thèse, saavedra l'avait préparée avec moi, ou du moins qu'il avait commencé avec moi, sur un sujet que je lui avais donné. C'est moi qui étais censé être dans le coup, et eux ils me faisaient confiance. Si ça se trouve, ces fameuses 25 pages dont Demazure est censé avoir été rapporteur, elles tenaient peut-être debout — et même si la même bourde monumentale y était, dans un simple résumé de théorie, Demazure qui n'était pas dans le coup et qui me faisait confiance, n'avait aucune chance de s'en apercevoir.

Quant à moi, qui avais pratiquement décroché des maths depuis deux ans, à part mes cours, cette soutenance que j'expédiais là en coup de vent sûrement, entre un cours à Orsay et quelque réunion de Survivre et Vivre ou quelque discussion publique (si ça se trouve) sur les déchets atomiques stockés tout près (à Saclay), ça devait être ni plus ni moins qu'une simple formalité administrative. Ce qui est sûr, c'est que je n'avais plus suivi le travail de Saavedra depuis deux ans, pas plus que celui de quiconque — et que je n'avais aucun doute que le travail de saavedra tenait debout. Je ne saurais plus dire exactement d'où me venait cette conviction. Contrairement a tous les autres élèves que j'avais eus jusque là, je n'avais aucune présomption directe, par un travail déjà accompli avec moi, du sérieux de Saavedra. Aurais-je pris mes attributions universitaires, en ces temps là, à tel point à la légère, que je lui aurais fait confiance sur sa mine, pour ainsi dire ? Si le texte du livre (paru la même année), dont la thèse do. 25 pages constitue sans doute un résumé, était déjà prêt à ce moment et m'a servi pour me faire une idée, il est bien vrai qu'"au coup d'œil" ça présentait tellement bien, que l'idée ne m'. est peutêtre pas même venu de vérifier la partie du travail qui était censée constituer la contribution personnelle de Saavedra. Il est possible aussi et même probable (mais je n'ai plus aucun souvenir à ce sujet) que je me sois fié à l'avis de Deligne, qui après mon départ avait suivi le travail[657](*)-

Dans l'un comme dans l'autre cas, il me faut bien reconnaître que ma responsabilité est 1187
engagée au même titre, pour avoir décerné le titre de docteur es sciences au vu d'une thèse qui, vingt-trois années après, apparaît comme une *thèse-bidon*, pour reprendre l'expression de la note déjà citée. Mais ce n'est pas le fait que j'ai été moi-même et à mon insu un instrument dans cette supercherie, et y porte une responsabilité pour avoir donné ma caution (à la légère), qui lui enlève pour autant son caractère de supercherie. Celle-ci apparaît seulement d'autant plus géniale. Car après tout, la véritable motivation (pour celui qui tirait les fils) n'était certes pas de permettre a un vague thésard en détresse d'avoir un titre à bon compte, avant de changer de métier et de disparaître dans les coulisses — mais bien à quelqu'un de nullement paumé de s'approprier, délicatement et mine de rien, la paternité sur une certaine vision née en moi et portée a terme avant qu'il n'ait entendu

[657](*) Je n'ai pas même le souvenir du fait que Deligne s'était occupé du travail 'de Saavedra. C'est là une chose que j'ai apprise au mois d'avril, en regardant l'introduction au livre de Saavedra.

encore prononcer (en mathématique) des mots tels que “gerbe” ou “motif”. C’est a la faveur de mon activité soudaine et intense pour la survie de l’espèce et autres belles causes des plus urgentes (dont ce même ex-élève et ami m’avait dit devoir se distancer, à cause de sa dédication entière et absolue à la seule mathématique[658](*)), à un moment où mon énergie était pleinement absorbée ailleurs, que mon génial élève et ami a réussi ce tour de passe-passe véritablement unique, de faire de moi l’instrument de ma propre dépossession l Dans les dispositions où j’étais alors, complètement débranché de mes intérêts mathématiques d’antan et faisant une confiance aveugle à ceux parmi mes élèves, Deligne en tête, qui depuis la fin du séminaire SGA 5 déjà avaient commencé à jouer un petit jeu à leur façon, n’importe quel nom (par exemple) qu’on aurait concocté pour ses fameuses catégories dont je ne me rappelais plus que de très loin, j’aurais dit oui et amen 1 Comme j’ai dit oui et amen à Verdier m’annonçant qu’il n’y av. rait pas de livre sur l’algèbre homologique nouveau style, ou a Deligne m’annonçant qu’une moitié du séminaire SGA 7 qu’on avait fait ensemble allait soudain changer de paternité…

Mais le fait que celui qui fait les frais d’une opération d’arnaque y donne son accord benêtement, et sans se douter de rien, ne change pas la nature de l’escroquerie, si ce n’est qu’elle se double d’un abus de confiance. Et le fait que des Serre et autres augures y trouvent, eux aussi, leur compte et y donnent leur bénédiction sans réserve. [659](**), donne à la chose une dimension inhabituelle — celle de la corruption de tout un milieu et de 1188
toute une époque — sans pour autant le rendre honorable, toute géniale qu’elle soit, ni lui enlever un iota de son indécence.

Comme les surprises-coups de théâtre ne viennent jamais seuls, quelques jour à peine après avoir eu la révélation de la composition du jury de thèse de mon ex-élève Saavedra, j’ai eu aussi les renseignements idoines pour la thèse de Jouanolou, une thèse un peu spéciale également, et dont j’ai eu occasion de parler tant soit peu ici et là dans ma réflexion[660](*). Pas plus que Saavedra, il ne s’était jamais soucié de me faire parvenir un exemplaire de sa fameuse thèse (“que tout le monde cite (depuis le Colloque Pervers) et que personne nfa jamais vue”), aussi j’avais fini par lui écrire une lettre un peu sèche (du 25 avril) pour lui poser un certain nombre de questions au sujet des étranges vicissitudes de cette thèse. Il m’a répondu pratiquement par retour, le 1 mai, de façon évasive pour les questions de fond (vu qu’il était “toujours très douloureux de revenir sur le passé”), mais avec par contre des informations on ne peut plus précises au niveau des coordonnées administratives : la thèse a été soutenue le 3 juillet 1969 à l’iHES (Paris), devant un jury présidé par P. *Samue*1, avec comme examinateurs J. *Dixmier*, A. *Grothendieck*, J. L. *Verdie* r. Mon correspondant ajoute, avec une pointe de malice : “Autant que j’ai pu en juger, tous les membres du jury étaient présents 1” (chose qui mfa été également confirmée par J. L. Verdier, que j’ai eu

[658](*) Voir à ce sujet la note “Frères et époux — ou la double signature” (n° 134), notamment pages 614–615.

[659](**) Voir, pour cette bénédiction des plus explicites, la note “L’album de famille”, partie d. (“l’Enterrement — ou la pente naturelle”).

[660](*) II a été question de cette thèse dans la sous-note n^0 85-j (p. 349) à la note “La solidarité”, et également dans la note “Les cohéritiers…” (n° 91), p.387- 88. Voir également la section “L’élève et le Programme” (n° 25).

au bout du fil à ce propos peu après).

La encore, je n'avais pas l'ombre d'un souvenir de cette soutenance de thèse-là, qui visiblement s'était faite également à la sauvette (désolé de devoir dégrader ainsi mon image de marque !)[661](**). Si je croyais que la soutenance s'était faite à Strasbourg (et plaçais par suite cette soutenance au début des années soixante-dix, sachant que Jouanolou avait un poste à Strasbourg en ces années-là), c'est sans doute à cause d'une référence sibylline de J. L. Verdier à cette thèse (dans un exposé Bourbaki de février 1975, n° 464), citée comme "J. P. Jouanolou Thèse, Fac. Se. Strasbourg" (sans date, ni titre). Pourtant, il avait fait partie comme moi du jury — sa. mémoire serait-elle aussi défaillante que la mienne, ou plutôt, capricieuse, en plaçant l'IHP (Institut Henri poincaré) où la soutenance s'était faite, 1189
à Strasbourg ? Comprenne qui pourra !

Ce même Verdier a eu d'ailleurs la gentillesse de me faire parvenir son propre exemplaire de la thèse. J'ai crû d'abord, en regardant ce paquet de 208 feuilles volantes[662](*), qu'il s'agissait d'une photocopie d'un brouillon, que je me rappellais d'ailleurs avoir moi-même tenu entre les mains et commenté de façon circonstanciée, du temps où Jouanolou travaillait avec moi sur cette thèse qui n'en finissait pas de traîner. Mais Verdier m'a confirmé que c'était bel et bien là l'exemplaire définitif de la malheureuse thèse, qui apparemment n'a jamais eu l'honneur d'être tirée a plus de trois ou quatre exemplaires (le mien, avec mes annotations, a dû retourner aux mains de Jouanolou, et je ne l'ai plus jamais revu...), ni d'être brochée.

Les explications un peu plus circonstanciées que Jouanolou a bien voulu me donner par la suite (dans une lettre du 3 juin), plus le coup de fil à Verdier, m'ont permis de me remettre un peu dans le bain de la situation. Jouanolou en était arrivé, visiblement, à un "point de saturation" pour son travail de thèse, qu'il avait poursuivi sans conviction depuis le début (mais sans que je me soucie de me rendre compte clairement de la situation[663](**)). En 1969, il devait être arrivé a un point de bloquage tel, qu'il aurait été hors d'état de reprendre son travail tant soit peu, pour tenir compte de mes nombreuses observations. J'ai dû alors me rendre à l'évidence et "laisser courir". De toutes façons, il m'a semblé, en le reparcourant à nouveau, que ce texte représenté un travail de mise en forme sérieux et utilisable, même s'il est loin d'être parfait — c'était nettement mieux que "mieux que rien", et pouvait passer comme fournissant un texte de référence indispensable, en l'absence de tout autre qui m'aurait plei– nement satisfait[664](***).

Bien entendu, l'idée ne me serait pas venue ("même en rêve") que Jouanolou prendrait sa revanche à sa façon, sur le manque de conviction avec lequel il avait poursuivi ce travail 1190

[661](**) La soutenance de thèse se place à une époque, je crois, où je venais déjà de "décrocher" des maths, pour m'intéresser à la biologie (et plus particulièrement, la biologie moléculaire).

[662](*) Au Service des Thèses de la Sorbonne, il y a une thèse déposée de 215 pages — apparemment il manque six pages à l'exemplaire de Verdier. Si ça se trouve, l'exemplaire déposé audit Service est le seul complet qui existe au monde — et broché par dessus le marché m'a-t-on assuré. Ils doivent avoir un service de brochage pour les théses-enfants trouvés, qui arrivent en pièces détachées...

[663](**) Voir la section déjà citée "L'élève et le Programme", n° 25.

[664](***) De toutes façons, c'est aujourd'hui encore le seul texte au monde qui présente la théorie des coefficients A-adiques, version catégories dérivées — et un texte introuvable par dessus le marché, pour mettre la joie à son comble. La tronçonneuse a passé par là...

avec moi, en le sabordant lui-même et en effaçant pratiquement toute trace de cette fameuse "référence" que je tenais tant à avoir ! C'est là encore un "retour des choses" dont je serais mal fondé de me plaindre (alors que l'envie ne m'en manque pas !). Dans ma relation a. Jouanolou, ce qui avait compté pour moi, c'était de trouver en lui "des bras" pour pousser aux roues d'un certain chariot aux imposantes dimensions. Je comptais comme acquis d'avance que lui, Jouanolou, était partie prenante dans *mes* desseins, sans que je songe à aucun moment a m'arrêter sur les signes insistants qui me montraient pourtant qu'il n'en était rien. Il est vrai, certes, que c'est Jouanolou lui-même qui avait choisi de venir travailler avec moi @il devait trouver son compte à travailler avec un "patron" prestigieux, sans se douter dans quoi il s'engageait. . .), et c'est lui aussi qui a choisi librement son sujet de travail, parmi le large éventail de sujets sur lesquels j'étais disposé à l'épauler (sujets tous liés, certes, à ce même "chariot" qui sans doute, au fond, ne lui disait rien qui vaille). Pour le dire autrement : comme un chacun, Jouanolou était aux prises avec certaines contradictions en lui-même, au niveau de ses propres désirs et de ses choix, dans son travail en l'occurence.

Ma propre contradiction ne se plaçait pas dans ma relation à mon travail, mais dans une polarisation telle sur mes tâches, que j'étais hors d'état de voir dans mes élèves autre chose que des bras bienvenus, et de m'imaginer qu'aucun d'eux puisse être divisé dans le travail qu'il faisait avec moi. Avec le recul supplémentaire que me donne la longue réflexion sur l'Enterrement, je me rends compte d'ailleurs que Jouanolou était loin d'être le seul parmi mes élèves, à être "divisé" d'une façon ou d'une autre, dans ce travail. Mais il représente un cas extrême, du fait qu'il est le seul parmi eux qui n'a pas su s'identifier à la tâche qu'il avait choisie, et dont le travail se soit fait sans conviction et sans joie. Ma responsabilité dans cette situation, c'est de n'avoir pas consenti à en prendre vraiment connaissance, préférant mettre ce qui devrait être accessoire (l'accomplissement de *mes* tâches) *avant* ce qui est essentiel (que la tâche "choisie" par l'élève soit véritablement *sienne* également, et poursuivie avec joie).

C'est pourquoi sûrement Jouanolou est aussi le seul de mes ex-élèves en qui il me soit arrivé de percevoir une rancune (qui ne dit jamais son nom, certes). Cultiver une telle rancune est un exutoire et un dérivatif, qui n'avance à rien certes, si ce n'est à éluder ses propres problèmes (et il est rare qu'on cherche plus loin). Cela n'empêche qu'elle est fondée, et que je n'ai pas a me plaindre si aujourd'hui (vingt ans plus tard) j'en récolte certains fruits.

De me trouver confronté coup sur coup, il y a moins de deux mois, avec les épisodes 1191
peu ordinaires de la thèse de Saavedra, puis de celle de Jouanolou, a rendu saisissant pour moi cette chose, tout juste entrevue dans la première partie de Récoltes et Semailles ; que dès avant mon départ et dans les années qui ont suivi immédiatement, tout n'allait pas pour le mieux (comme je le croyais comme chose allant de soi 1) entre mes élèves et moi. Ainsi, parmi les douze thèses qui ont été passées par les élèves qui ont travaillé avec moi au niveau d'une thèse de doctorat d'état, *quatre* de ces thèses constituent, de façon flagrante, des "thèses d'Enterrement" du maître 1 Elles se suivent sur une période de cinq ans, entre 1967 et 1972, et deux de ces thèsesEnterrement ont lieu avant mon départ. La première est celle de Verdier en 1967, thèse réduite à un résumé de 28 pages, prélude

à l'enterrement de la nouvelle algèbre homologique que j'avais introduite, et que Verdier s'était chargé de développer. Il en a été question de façon assez circonstanciée déjà[665](*), pour qu'il soit inutile d'y revenir encore. La deuxième est celle de Jouanolou en 1969, qui consacre l'enterrement du formalisme de la cohomologie A-adique, du point de vus (visiblement crucial pour les six opérations) des catégories dérivées et triangulées (pour lesquelles Verdier était censé fournir la référence de base). La troisième est celle de Deligne en 1970 (?î, thèse brillante s'il en fut et profondément enracinée aussi dans les idées qu'il tenait de moi[666](**), sans que mon nom y soit seulement prononcé I La quatrième est la thèse de Saavedra, dont il vient d'être question longuement, où un autre que l'auteur présumé[667](***) expose, avec la maestria technique qu'on lui connaît, les idées et résultats 1192
d'un troisième sur le groupe de Galois motivique (via une théorie complète des catégories soi-disant "tannakiennes", et de quatre 1) sans faire allusion à ma modeste et défunte personne 1

Ces quatre opérations-enterrement (qui préludent aux "Quatre Opérations" à majuscules 1) sont visiblement liées et de bien des façons[668](*). Elles se suivent en l'espace de moins de cinq ans, en commençant l'année même qui suit la fin du séminaire SGR 5. Celui-ci semble bien avoir été le point de départ et le lieu de ralliement pour les dispositions fossoyantes en mes ex-élèves, et ceci bien dès avant mon départ ! Que celles-ci soient antérieures à mon départ est une circonstance remarquable, concernant ce "deuxième plan" de l'Enterrement formé par l'ensemble de mes ex-élèves "d'avant" — circonstance que je n'ai pas su vraiment intégrer encore dans une compréhension d'ensemble. C'est ce "deuxième plan" qui, en ce moment, me semble le moins bien compris des trois. Mais ce n'est pas maintenant le moment de relancer une réflexion à ce sujet. Sûrement, les mois qui viennent ne manqueront pas de m'apporter de nombreux éléments nouveaux, me venant de mes ex-élèves eux-mêmes. A ce moment, il sera temps de les assembler en un tableau d'ensemble vivant du "deuxième plan" ;

[665](*) Voir notamment, à ce sujet, les notes "Thèse à crédit et assurance tous risques" et "Gloire à gogo — ou l'ambiguïté" (n°s 81, 170 (ii)).

[666](**) C'est-le travail "Théorie de Hodge II" de Deligne. Je donne des précisions sur l'enracinement de ce travail dans le yoga des motifs et dans ma vision des "théories de coefficients" (y compris une théorie de "coefficients de Hodge"), dans la note "Les points sur les i" (n° 164), notamment pages 739–740, ainsi que la sous-note n° 164@ (p. 805–806). Comme M. Raynaud et C. Contou-Carrer. e, Deligne a choisi ses thèmes de travail et notamment celui pour sa thèse, sans attendre que je lui en propose un, et a poursuivi ce travail de façon entièrement indépendante, sans même m'en parler avant qu'il ne soit pratiquement mené à terme. Cela n'empêche que son travail (sur les structures de Hodge mixtes) est enraciné dans mes idées plus profondément que ce n'est le cas pour Raynaud et Contou-Carrère, qui utilisent surtout le langage et les techniques que j'ai apportées, alors que la problématique poursuivie par l'un et par l'autre est entièrement originale.

Il est vrai que (selon le vent qui souffle aujourd'hui) les idées autant en emporte le vent, surtout si elles ne sont pas publiées par dessus le marché (comme Serre vient encore de me l'expliquer péremptoirement, il y a quelques jours à peine)…

[667](***) c'est du moins là la conviction à laquelle je suis arrivé, dans l'avantdernière note "Monsieur Verdoux — ou le cavalier servant" (n° 176..@.

[668](*) II serait intéressant bien sur de sonder plus avant ces liens — mais comme je le dis quelques lignes plus loin, ce n'est pas maintenant le moment.

II y a une cinquième thèse encore[669](**) qui pour moi s'insère dans la série des thèses-Enterrement, mais une thèse "d'après", et même dix ans après la série précédente. C'est celle de Contou-Carrère, passée en décembre 1982, et spéciale de plus d'une façon, elle aussi. Elle se distingue des quatre précédentes par ceci, que les valeureux efforts fossoyants de Contou-Carrère, pour être agréable aux gens qui comptent et se faire pardonner d'avoir été peu ou prou mon élève, ne lui ont pas épargné pour autant que Verdier (qu'il avait crû sage de choisir comme directeur de thèse[670](***)) ne fasse mine inopinément de le "couler" sans sommation — sur quoi, faute de mieux, il s'est rabattu à nouveau sur moi. 1193
Ça ne s'imposait pas que je fasse figure de directeur de thèse, vu que Contou-Carrère avait trouvé son thème de travail et développé ses méthodes par ses propres moyens, et que je n'avais pas suivi son travail, et que celuici se plaçait dans un contexte (celui des schémas en groupes réductifs) que j'avais un peu perdu de vue. Cela n'empêche que l'idée de départ de son travail, savoir une certaine méthode de résolution des singularités "équivariante", pour les adhérences des cycles de Schubert, est directement inspirée d'une idée que je lui avais expliquée de façon circonstanciée (vers 1975 ou 76), concernant une résolution des singularité canonique et simultanée des adhérences des orbites, pour la représentation adjointe dfun groupe réductif sur lui-même[671](*). Inutile de dire que Contou-Carrère, qui a senti depuis belle lurette comment souffle îe vent dans le beau monde auquel il a le légitime désir d'accéder, ne souffle mot de cette filiation. O@ irions-nous si on se mettait à nouveau à faire mention de tels impondérables qu'une *idée* (et pas publiée encore), censée en *susciter* une autre (ou vous demande un peu...) — sauf, bien sûr, quand celui qu'on s'honore de citer est un de ceux dont le nom réhausse l'éclat du travail présenté (auquel cas d'ailleurs il est entièrement superflu de préciser pourquoi on lui prodigue des remerciements, lesquels dès lors ne peuvent être que fondés...).

FIN DES "QUATRE OPERATIONS (SUR UNE DEPOUILLE)"

[669](**) Sur un total de quatorze thèses, faites par les quatorze élèves (tant "d'avant" que "d'après") qui ont travaillé avec moi au niveau d'une thèse de doctorat d'état. Ça fait donc dans le nombre, plus *d'une thèse sur trois* qui est une thèse-Enterrement — ce qui n'est déjà pas si mal 1

[670](***) A un moment d'ailleurs où je croyais toujours (d'après ce que Contou-Carrère lui-même m'assurait) être son directeur de thèses officiel. Je n'ai appris l'existence d'un directeur de thèse "parallèle" (dans une paire où c'est plutôt moi qui devait faire figure de directeur de thèse "de secours", pour le cas où...) qu'au moment où Contou-Carrère s'est vu obligé de se rabattre sur moi, et en même temps (vu la situation qui était devenue un peu trop, merdique) de me dévoiler le rôle tenu par Verdier. C'est pas étonnant si avec de telles magouilles pas possibles se suivant au long des années, Contou-Carrère ait fini par cesser pratiquement de faire encore des maths. Il faut dire qu'il n'est pas le seul...

[671](*) J'avais été intrigué, vers la fin des années soixante, par les beaux travaux de Brieskorn sur les singularités (de surface) dites "rationnelles", et leurs liens à certains systèmes de racines simples (ceux où les racines sont toutes de même longueur), et je m'étais posé la question (saugrenue, il va sans dire) de trouver une description directe d'une singularité rationnelle, en termes du groupe algébrique simple correspondance à son diagramme de racinesC'est comme ça que je suis parvenu à une description géométrique très simple (et même évidente, pour tout dire) de la résolution des singularités dont il est question, a coups de couples de Killing, avec tout un bel ensemble de conjectures à la clef que j'ai un j : eu oubliées depuis, et que j'ai racontées dans le temps à qui voulait l'entendre. Mais comme je n'ai rien publié et suivant les nouveaux axiomes que vient de m'expliquer aimablement Serre, c'est au premier qui ramasse qu'on adjuge — et j'ai pu constater d'ailleurs qu'il y en a qui en ramassent beaucoup comme ça, forcément. C'est bien pratique parfois, de changer d'axiomes...

([176]) (25 mars) La nuit dernière, jfai passé au lit plusieurs heures à me remettre dans le bain du "yoga des motifs", au lieu de m'endormir tranquille comme je devrais. Et tantôt encore, au lieu de me remettre à mes notes, j'ai passé encore une heure ou deux a gribouiller des diagrammes d'implications pour les conditions intrinsèques qui me sont connues sur une classe de cohomologie de De Rham (d'une variété projective non singulière sur un corps de car. nulle, disons) pour qu'elle soit "algébrique". J'ai trouvé *douze* variantes, en tout et pour tout, des conjectures de Hodge et de Tate[672](*). En même temps, j'ai pu me convaincre qu'on devait avoir à peu près en mains ce qu'il faut pour définir "la" catégorie (triangulée) des motifs sur un schéma de type fini surffi, ou du moins une approximation très serrée de celle-ci (à supposer que ce ne soit pas encore "la" bonne), à condition toutefois qu'on dispose d'une théorie du "foncteur mystérieux", que j'avais postulée vers la fin des années soixante[673](**). ([176])

Ce n'est pas le lieu ici de m'étendre à ce sujet, certes. Mais dès à présent je vois que c'est le moment ou jamais, vu l'état de lamentable abandon où je vois le thème motivique quinze ans après l'avoir laissé en des mains douteuses, de tracer quelques lignes-force des idées auxquelles j'étais parvenu naguère. Je n'ai pas le cœur d'attendre encore, le temps de trouver le loisir (une fois achevé "A la Poursuite des Champs") d'écrire "1 e" livre systématique qu'il faudrait écrire ; ce récit circonstancié d'un *rêve*, comme premier grand 1195
pas pour que le rêve prenne racine, enfin ! dans le terreau des formulations soigneusement mûries (et publiées. . .), et qu'il s'épanouisse suivant sa nature propre. En plus d'un premier jalon déjà prévu et annoncé pour ce livre de "mathématique-fiction", savoir une esquisse du formalisme algébrique de dualité dit "des six opérations", je vais donc joindre au volume 3 des Réflexions[674](*) un court travail où je compte poser quelques questions cruciales liées

[672](*) (27 mars) Chacune de ces douze variantes devrait donner lieu, pour tout schéma de base de caractéristique nulle X, à une "catégorie de coefficients" d'un type correspondant sur X (où la notion de "type de coefficients" est celle dont il a été question dans la note "La mélodie au tombeau — ou la suffisance", n° 167). Si la conjecture envisagée est vraie, cette catégorie de coefficients devrait contenir celle des motifs sur X comme une sous-catégorie (triangulée) pleine (la conjecture n'étant autre que cette même assertion, dans le cas particuler où X est le spectre d'un corps. . .). Pour des précisions, je renvoie à la partie du volume 3 des Réflexions qui sera consacrée à la théorie des motifs ("Les motifs mes amours").

C'est dire aussi que ces douze variantes de conjectures bien connues, donnent lieu à autant de notions différentes (a priori du moins) d'une notion de "motif" sur un corps de caractéristique nulle. Cela permettra à l'avenir à onze émules de mon ami Pierre de "découvrir" chacun sa propre notion de motif, tout en faisant mine d'ignorer celles des autres et surtout (comme il est de rigueur depuis quinze ans. . .) un certain défunt (connu surtout pour sa prédilection pour les détails inutiles. . .).

[673](**) Cette question du "foncteur mystérieux", établissant le "chaînon manquant" entre cohomologie cristalline en car. p (via la notion de F-cristal filtré, F comme "Frobenius"), et cohomologie p-adique en car. nulle, question visiblement cruciale pour notre compréhension de la cohomologie des variétés@algébriques, n'a toujours pas été abordée sérieusement, près de vingt ans après que je l'aie soulevée en termes on ne peut plus clairs. . .

[674](*) Dans l'état actuel de mes projets de publication, les premières quatre parties de Récoltes et Semailles (se terminant avec la troisième et dernière partie de l'Enterrement) doivent former les volumes 1 et 2 des Réflexions. Le volume 3 sera formé de la cinquième partie de R et s (notes de lecture sur l'autobiographie de C. G. Jung) et d'un certain nombre de textes plus courts, dont la plupart ont été

aux motifs et aux cycles algébriques. J'ai eu peine de les voir croupir dans un tombeau, et il me tarde de les voir revenir à la lumière du jour et participer à nouveau au rythme des saisons...

Cela fait plus de cinq semaines que la réflexion est revenue sur l'Enterrement, sans plus le quitter. C'est sans doute pourquoi la pensée des "orphelins", laissés pour compte dans un monde malade, m'est revenu dernièrement avec une certaine insistance. La dernière note où il est question de façon circonstanciée d'un de ces orphelins, est "La mélodie au tombeau — ou la suffisance" (n° 167), sur un thème tout proche de celui de la réflexion motivique de la nuit dernière et de tantôt (dont je viens de parler). C'était il y a un mois jour pour jour, la veille du jour où j'aillais me lancer (sans me douter encore de ce qui m'attendait M dans une note qui serait appelée (c'était déjà décidé d'avance) "Les quatres opérations". Finalement, ça a été seize note au lieu d'une, je croyais que je n'en finirais jamais — et puis si, j'ai pourtant fini par en faire le tour, de ces "opérations" à rallonges[675](**) !

Et là, j'ai envie avant tout d'en revenir à ces orphelins, à les appeler tout au moins chacun par leur nom, ça leur fera peut-être du bien, et à moi sûrement ça en fera. La première fois que j'en ai parlé, c'était il y a un an, dans la note de ce nom justement, "Mes orphelins", de fin mars l'an dernier, en une haleine avec la note qui la suit "Refus d'un héritage — ou le prix d'une contradiction" (notes nes 46, 47). En écrivant ces notes et en leur donnant ces noms, comme guidé par une préscience obscure, je ne me doutais pas encore à quel point ces choses que j'avais laissées avaient été orphelines en effet — dans un sens plus fort et plus poignant que je n'aurais pu me l'imaginer même en rêve ; ni 1196
jusqu'où allait cette "contradiction" dont je faisais alors un premier et timide constat. Et ce souvenir m'en rappelle aussitôt un autre, du mois d'avant, quand je me suis vu écrire, comme si c'était un autre, plus pénétrant que moi, qui écrivait par ma main : *"on ne combat pas la corruption"*. C'était en écrivant la section "Le monde sans amour" (n° 19). Je me rappelle encore, en voyant noir sur blanc ce mot *"corruption"*, j'ai été pris d'abord de court. Quelqu'un de "raisonnable" en moi me gourmandait : vraiment, tu n'y vas pas avec le dos de la cuiller — c'est un grand mot que "corruption", faut pas charrier ! Tu as intérêt à changer de registre 1

J'ai bien dû me sonder pendant quelques instants, des minutes peut-être. Puis j'ai su que je n'allais pas changer ce "grand" mot-là, ni non plus ajouter une note pour expliquer que le mot m'avait échappé dans l'élan de la plume, et qu'il ne fallait pas trop le prendre au sérieux. Ces "bouffées" qui m'étaient revenues ici et là de ce monde-là, quelqu'un au fond de moi, plus perspicace que le "moi" qui décide des étiquettes "raisonnables", savait bien quel était : leur sens, avant même que j'aie pris la peine d'essayer de m'en faire le récit[676](*)...

---

annoncés dans l'Introduction. Le permier tome de "A la Poursuite des Champs" est donc prévu comme quatrième volume des Réflexions.

[675](**) (9 mai) Deux semaines à peine après avoir écrit ces lignes des faits nouveaux, apparus in extremis, relancent l'enquête "quatre opérations", laquelle s'est déjà augmentée d'une bonne vingtaine de notes et sous-notes nouvelles —

[676](*) J'en fais le récit, tout d'abord au mois de mars l'an dernier dans la sec-@ tion "La note — ou la nouvelle éthique" @n° 33), puis deux mois plus tard, après la découverte de l'Enterrement, dans l'ensemble

Je me rappelle bien aussi de l'instant précis où la réflexion de ce jourlà soudain a changé de qualité, quand cet *autre* en moi a pris le relais pour écrire, c'était juste après avoir évoqué la chaleur affectueuse qui avait entouré mes premières années dans le nonde mathématique, grâce à l'accueil reçu auprès de mes aînés, et jusque dans leur famille : les Schwartz, les Dieudonné, les Godement… Le changement a lieu quand j'enchaîne avec "Visiblement, pour beaucoup de jeunes mathématiciens aujourd'hui, c'est d'être coupés… de tout courant d'affection, de chaleur… qui coupe les ailes au travail et lui enlève un sens plus profond que celui d'un gagne-pain maussade et incertain…" — et quand au même moment, apparaît soudain et prend vie sous mes yeux ce *monde sans amour*, qui à nouveau m'interpellait…

C'est sans avoir à le chercher, que m'était venu l'an dernier ce nom "mes orphelins", pour ce que j'avais laissé lors de mon départ (décrété "décès" par les proches auxquels je les avais confiés…). C'est sans doute que ce nom exprimait une *réalité* simple et tangible : 1197
ce que j'avais "laissé" ou "confié", ce n'étaient pas des "objets" ni "de la propriété", mais c'étaient des *choses vivantes*. Quand j'y pense, c'est toujours comme à des choses vivantes, vigoureuses et fécondes, faites pour croître, pour s'épanouir et pour concevoir et engendrer d'autres choses vivantes, vigoureuses et fécondes. Si j'ai bien le sentiment d'une "richesse" que j'ai laissée, ce n'est pas la richesse du banquier, mais bien celle du jardinier, ou celle de l'ouvrier maçon, qui de leurs mains ont fait surgir ces jardins exubérants et ces maisons spacieuses et accueillantes. Ce sentiment de quelque chose de précieux (voire fragile) me lie surtout aux *notions*, aux *questions*, aux *grands thèmes* que je connais féconds, et que j'avais laissés en de plus jeunes mains — ces choses qui ont besoin encore de travail et de sollicitude ; bien plus qu'aux outils bien au point que j'avais façonnés, ou aux "maisons" que j'avais fini de construire jusqu'au bout et d'aménager[677](*). D'autres que moi s'y affaireront à leur guise pour y faire leur cuisine et pour s'y prélasser ; si l'une s'avère trop petite ils l'agrandiront suivant leurs besoins, comme moi-même souvent ai du agrandir et agrandir encore, là où pourtant il avait semblé naguère que je "voyais grand". Mais c'est par *ce qui reste en suspens*, par les chantiers qui venaient de démarrer sur des sites splendides et avec ces pierres de toute beauté (et déjà les ouvriers sont partis, ayant emporté ce qui leur a plu et dégradé le reste…) — c'est par là que mon passé de mathématicien continue à avoir prise sur moi. Ce sont ces *chantiers* à l'abandon, et que je retrouve aujourd'hui pillés et délabrés, que je voudrais maintenant passer en revue.

(@) (27 mars) La journée de hier a été occupée par de l'intendance. Il m'a fallu relire (@)
les cinquante premières pages de la troisième et dernière partie de l'Enterrement, pour les confier à la frappe. Ça m'a pris pas moins de cinq heures, en faisant des petits rajustages@d'expression ici et là, et en rajoutant encore quelques notes de bas de page. La frappe de "La clef du yin et du yang" est sur le point d'être terminée. Après les ennuis pas possibles que j'ai eus avec la frappe de cette partie-là[678](**), j'ai fini par me rabattre sur

---

de notes nettement plus circon-, stancié, formant le Cortège X ou "Fourgon Funèbre" (en compagnie du Fossoyeur), notes 93–97.

[677](*) Au sujet de la pulsion en moi qui me pousse à "construire des maisons" (mathématiques), voir la note "Yin le serviteur, et les nouveaux maîtres" (n° 135)

les services d'une secrétaire de la Fac, qui fait le travail en dehors de son travail officiel. 1198
Les ennuis sont terminés. Dieu merci — elle fait un travail consciencieux et efficace, une trentaine de pages impec par semaine. On finira par y arriver. Il était temps 1

En dehors de ça, la question d'une construction en forme de la catégorie triangulée des motifs sur un schéma de type fini sur la base absolue E a continué à me trotter par la tête — j'ai encore passé le plus clair de la nuit à y réfléchir au lit, au lieu de dormir — gare 1 II avait semblé tout d'abord que l'idée que j'avais ne marcherait que pour les schémas de caractéristique nulle (de type fini sur le corps Q, disons), déjà sur la base Spec TL elle-même ça n'avait pas l'air de marcher. Puis je me suis rappelé que j'avais déterminé en principe la structure de la catégorie des motifs sur un corps fini, dans les années soixante. En supposant précisé le travail que j'avais fait alors, je vois apparaître finalement le principe tout au moins d'une description complète dans le cas général, assez vissée il faut bien le dire, mais nullement inabordable il me semble. Le seul ingrédient nouveau par rapport à mes idées des années soixante est la philosophie de Mebkhout, exprimée dans son "théorème du bon Dieu" d'étrange mémoire. A part ça, j'utilise comme ingrédient hypothétique la théorie du "foncteur mystérieux". Si celle-ci n'est pas disponible dès à présent, ce n'est sûrement pas qu'elle soit "inabordable" (pour reprendre une expression que j'ai déjà rencontrée[679](*)), mais parce que les gens que jfai connus pour travailler sur la cohomologie des variétés algébriques ont perdu, même en maths, le sens des choses essentielles, trops absorbés certes par un enterrement qui demande tous leurs soins...

Il faut être juste, le travail fait par Deligne sur les conjectures de Weil, dans "Weil I" et surtout "Weil II", viendra sûrement à point nommé, quand il s'agira de construire les six opérations sur les catégories de coefficients censées exprimer les motifs. N'empêche qu'il aura fallu qu'un défunt "confus" et croulant à souhaits ait l'idée, après quinze ans, de sortir du cercueil capitonné où ses chers élèves et héritiers s'étaient plus à l'assigner, lui qui nfest au courant de rien et qui a oublié autant dire le peu qu'il avait su, pour que le problème de la description de la catégorie des motifs au dessus d'un schéma de base S soit seulement *posé* en toutes lettres, et du même coup et comme par hasard, que le principe 1199
tout au moins d'une construction en forme @qui tienne compte de tous les éléments de structure connus associés à un motif) soit enfin clairement explicité[680](*).

Après le "mémorable volume" de 1982 sur les motifs, il semblerait que le "magot motifs", lequel pendant dix ans ou douze avait été le domaine réservé et secret d'un seul, soit devenu un magot commun à trois ou à quatre, lesquels communiquent entre eux avec des airs de conspirateurs, ou comme de Grands Initiés de quelque secte secrète et ultra-sélecte, il suffit pourtant de quelques jours, pour poser noir sur blanc quelques questions simples et les soumettre à l'attention de tous, et de quelques semaines si on tient à les cerner avec quelque

[678](**) Voir, au sujet de ces "ennuis" (c'est là un euphémisme), les débuts de la note "La prière et le conflit" (n@ 161), ainsi que ceux de la note "Jung — ou le cycle du "mal" et du "bien"", qui ouvre la cinquième et dernière partie de Récoltes et semailles.

[679](*) C'est le qualificatif péremptoire par lequel mon brillant ex-élève Deligne s'est plu à enterrer les "conjectures standard" — auxquelles du coup aucun de mes hardis contemporains n'a osé s'attaquer pendant bientôt vingt ans ! Pour une citation complète, voir la note "L'Eloge Funèbre (1) — ou les compliments" (n° 104).

soin, en indiquant clairement de quels ingrédients on dispose, et quels autres doivent être développés. Si dans les quinze ans depuis 1970, et dans les trois ans depuis le "mémorable volume", ni l'un, d'abord, ni aucun des quelques-uns ensuite, n'a voulu prendre ces quelques jours de son temps certes précieux, sans même parler de semaines, c'est sûrement pour d'excellentes raisons, qu'aucun d'eux certes n'a souci de sonder. Mais cette ambiance qu'ils se plaisent à entretenir, et cet esprit dans lequel ils se maintiennent, sont par eux-mêmes déjà une dégradation d'une aventure de découverte, devenue simple moyen pour se hausser au dessus des autres, quand ce n'est de les mépriser. Une telle ambiance est de nature à propager une corruption, et elle est aux antipodes de la création, alors même que ceux qui s'y complaisent seraient les plus brillants des génies. En se maintenant dans de telles dispositions — celles de l'avare couvant ses écus — ils se coupent de la force créatrice en eux-même, comme ils se plaisent à l'étouffer en autrui.

([178]) (30 mars) Avant-hier j'ai eu cinquante-sept ans, et j'ai fait un peu relâche. J'ai ([178])
fait juste un peu de corrections de frappe pour la fin de "La clef du yin et du yang", que j'ai continuées hier. C'est un travail reposant et agréable — dans le cas, du moins, où la personne qui fait la frappe y met elle aussi du sien, et qu'un texte où je m'investis tout entier ne me revienne défiguré. Là c'est une récréation que je me suis payée pendant deux jours, de relire avec

(M Comme je l'ai annoncé dans la réflexion de hier, je pense inclure cette description dans le volume suivant des Réflexions, avec une esquisse d'ensemble (très sommaire) du "vaste tableau des motifs" — jugeant que la magouille des motifs occultes a suffisamment duré. Je signale dès à présent que le principe de construction envisagé ne dépend d'aucune espèce de conjecture sur les cycles algébriques, genre "Hodge" ou "Tate" (ou une des douze
variantes dont il a été question hier). soin une cinquantaine de pages au net, pour y détecter 1200
ici et là une virgule encore qui n'est pas a sa place...

Le tonus travail n'est du reste pas au zénith. Depuis des semaines, une tristesse en moi m'avertit qu'il y a des choses plus essentielles qui m'attendent, que de mener vers leur fin naturelle ces notes que je suis en train d'écrire. J'écris comme à contre-courant, et pourtant je sais que, sauf accident et cas de force majeure, je ne m'arrêterai que quand j'aurai mis enfin le point final sous l'Enterrement. Mais le fait de comprimer, d'exiler cette tristesse, qui dès lors se fait lourde comme une pierre, de ne pas lui donner voix au chapitre dans ces notes (si ce n'est allusivement et en passant en ce moment même), est un signe assez clair que depuis un bon moment, ma réflexion n'a plus qualité de "méditation". Elle s'inscrit dans la division entre celui qui écrit (en n'ayant garde de s'y-mettre tout entier[681](*) !ï, et celui qui vit et qui sent (sans s'arrêter pourtant, pour "poser" sur ce qu'il vit et s !imprégner de son sens). La je sens qu'il est grand temps d'arriver à ce "point final" (sans pour autant bâcler ce peu qui reste encore à voir et à dire...), et de faire retour, en moi-même...

En plus du travail sur les notes, il y a autre chose ces derniers jours qui fait diversion, C'est la reprise, comme malgré moi, d'une réflexion mathématique. J'ai compris depuis

[681](*) Pourtant, dans l'alinéa précédent je viens d'écrire (sans aucune réserve intérieure) que je "m'investissais tout entier" dans les textes que je confiais à la frappe. Comme quoi les mêmes mots (ou presque...), suivant le contexte, peuvent avoir un sens différent ou indiquer une nuance différente.

quelques jours qu'une construction en forme d'une théorie des motifs, avec toute l'ampleur que je lui voyais il y a vingt ans, n'est nullement aussi loin "à l'horizon" qu'il m'avait semblé. Il se pourrait même qu'une théorie "pleinement adulte", avec le formalisme complet des six opérations (plus la bidualité), soit une question de quelques années de travail seulement, pour quelqu'un qui s'y investirait tout entier (sans dégrader son énergie créatrice par des dispositions fossoyantes). Il m'apparaît aussi qu'il y a deux "clefs"[682](**) pour la
description explicite de "la" catégorie des motifs était duale de l'approche (jamais publiée) 1201
suivie par Deligne dans le séminaire (déjàaxentionné ailleurs) donné par lui à l'iHES en 1969/70 (sauf erreur), à coups de promodules à connexion. Je présume que le passage d'un point de vue à l'autre se fait par le foncteur dualisant RHom (. , çx.) par rapport au faisceau structural du schéma envisagé, qui transforme @t@-modules de type fini (qu'on peut considérer comme des "Ox-modules ind-cohérents" munis d'une connexion intégrableï en des modules "pro-cohérents" (munis également d'une connexion intégrable). L'avantage du point de vue de Mebkhout, c'est qu'il fournit une expression algébrique simple et profonde (M-cohérence, hoLonomie, régularité) pour les "bons coefficients", qui manquait à Deligne. L'avantage du point de vue de Deligne, c'est qu'il fournit une équivalence (au lieu d'une antiéquivalence) avec les coefficients de nature transcendante qu'il s'agit d'exprimer, et qu'il se prête mieux à l'expression de la structure multiplicative (produit tensoriel) pour la catégorie de coefficients envisagée. Je présume qu'en pratique, on aura souvent intérêt à travailler sur les deux tableaux à la fois, mutuellement duals l'un de l'autre. L'interprétation de Deligne me semble plus proche d'une intuition géométrique directe, via celle de module (ou promodule) à connexion intégrable. Cela s'exprime notamment par le fait que (si le corps de base est C) à un faisceau constructible de Cvectoriels correspond un promodule à connexion unique, au lieu d'un complexe de tels promodules. C'est pourquoi (à mon grand regret, on le devine...) je prévois que c'est son point de vue (qu'il avait pourtant enterré sans regrets, lui, comme pour enterrer par là même le problème des coefficients légué par le maître désavoué...) qui sera le mieux adapté pour développer le formalisme des six variances, et comme troisième ingrédient@clef dans la construction des catégories de motifs. (9 àiai) Voir aussi à ce sujet la sous-note "@ et l'entrave", n° 171(viii), ainsi crue "Les cinq photos" (n° 171 (ix)).

sur un schéma, disons de type fini sur la base absolues (cas auquel on devrait toujours pouvoir se ramener). D'une part, il y a la théorie du "foncteur mystérieux", avec une généralité et une souplesse suffisante pour passer aux catégories triangulées idoines, permettant de relier coefficients de De Rham — Mebkhout et coefficients p-adiques ordinaires

[682](**) II y a pourtant une troisième "clef", que je ne mentionne pas ici parce que le problème en question me paraît (à tort ou à raison) moins délicat. Il s'agit de la bonne définition des "coefficients de De Rham-Mebkhout" (d'abord sans filtrations ni F-structures) au dessus, disons, d'un schéma lisse sur la base absolue E. Cette définition devrait en même temps fournir la clef de "la" bonne définition des coefficients cristallins généraux en car. p @ 0, que mes chers exélèves (Berthelot en tête cette fois) n'ont toujours pas su ou voulu dégager.

Quand, en juin 83 (il va y avoir deux ans) Mebkhbut m'expliquait sa "philosophie" autour du théorème du bon Dieu, j'avais l'impression que sa description "purement algébrique" (type "De Rham") pour la catégorie des coefficients discrets constructibles (sur @E) d'un schéma lisse sur le corps @t des complexes.

(en car. nulle). D'autre part, il y a la question de la construction explicite de la catégorie des motifs sur un corps *fini* k (par une construction "purement algébrique", de préférence, sans référence à la géométrie algébrique sur k), et de plus, du foncteur "cohomologie motivique" allant des schémas séparés de type fini sur k (et pour commencer, des schémas projectifs et lisses) vers cette catégorie. J'avais construit cette dernière à équivalence près, en utilisant heuristiquement les conjectures de Weil et celles de Tate[683](*). Je n'ai aucun doute que cette des classes de cohomologie qui sont "motiviques" (dans un sens qui reste à 1202
dégager justement) sans être "algébriques" (i. e. sans provenir de cycles algébriques), alors il y a lieu de réénoncer la conjecture de Tate (tout comme celle de Hodge d'ailleurs, cette fois au dessus de @) en y remplaçant "classes algébriques" par "classes motiviques". A supposer qu'on arrive bien (comme je le suggère plus loin) de définir le foncteur cohomologique canonique (et présumé "universel" dans un sens convenable) sur la catégorie des schémas projectifs et lisses sur le corps fini k, vers la catégorie (dite "des motifs semi-simples sur k") déjà construite, cela fournira ipso facto une définition en forme des classes de cohomologie qu'on appellera "motiviques", comme les éléments de

" (X) ï (en dimension 2i), où T est l'objet de Tate, et H* est le foncteur hypothétique envisagé, c'est bien pourquoi la construction de ce foncteur me paraît actuellement comme 1 a question cruciale entre toutes, pour l'édification en forme (et non plus hypothétique comme dans les années soixante) d'une théorie des motifs.

construction ne soit correcte. Le travail qui reste à faire, sans doute nettement plus délicat, consiste à "épingler" cette catégorie en termes du corps fini donné k, et surtout, à définir le foncteur "cohomologie motivique", ne seraitce d'abord que sur la catégorie des schémas abéliens sur k (ce qui. devrait suffire à "épingler" la catégorie cherchée. . .). Ce deuxième problème me paraît de nature moins technique, plus directement "géométrique", que celui du foncteur mystérieux. De plus, il m'apparaît comme 1 a clef d'une solution des conjectures standard[684](*) et par là aussi, des questions d'intégralité si irritantes qui se posent dans la théorie cohomologique en caractéristique p @ 0. Autant de raisons qui font que cette question exerce sur moi un attrait puissant 1

Cela fait la troisième soirée où je me remets aux notes avec l'idée de passer en revue

[683](*) si je me rappelle bien, je m'étais borné à décrire alors la catégorie des motifs semi-simples. Une variante immédiate de la construction (en suivant le même principe) donne d'ailleurs un candidat plausible pour la catégories des motifs pas nécessairement semi-simples. Quand je parle ici de "motifs", il s'agit en fait d'"isomotifs" ou motifs à isogénie près. Mais en utilisant les foncteurs "réalisation Jt-adique" pour tout nombre premier A, on arrive à reconstituer à partir de là la catégorie des motifs-pas-iso (où les Hom seront donc des modules de type fini sur. ﬃ, non sur j) ï.

Quand je dis que ma construction utilisait heuristiquement la conjecture de Tate, il ne faut pas le prendre au sens littéral. S'il est vrai qu'il existe (au dessus d'un corps fini, en l'occurence), sur un schéma lisse pro@ectif,

[684](*) Le terme "conjecture standard" n'est pas à prendre ici au sens littéral@ pas plus que "conjecture de Tate" dans la note de b. de p. précédente. Plutôt, dans l'énoncé de ces conjectures, il y aurait lieu d'élargir la classe de cycles envisagés (initialement réduits aux seuls cycles algébriques). Dans l'expression "définitive" des conjectures standard "réajustées" (et alors même qu'elles seraient valables telles quelles), les classes de cohomologie "algébriques" seront encore remplacées par des classes "motiviques"* Je reviendrai sur les conjectures standard de façon plus circonstanciée, dans "Les motifs mes amours" (dans le volume 3 des Réflexions).

rapidement les thèmes qui me semblent les plus brûlants, parmi ceux. laissés pour compte par mes élèves et par tous, lors de mon départ de la scène mathématique, il y a quinze ans[685](**). Cette fois je vais enfin y arriver I

Chantier 1 : *Topos.* Je les mentionne ici surtout pour mémoire, m'étant exprimé de 1203
façon assez circonstanciée à leur sujet dans la note "Mes orphelins" (n° 46). Vue le dédain avec lequel certains de mes exélèves, Deligne en tête, se sont plus à traiter cette notion unificatrice cruciale, celle-ci s'est vue condamnée depuis mon départ à une existence marginale. Comme je le rappelle dans la note citée, les topos et multiplicités en tous genres se rencontrent pourtant à tous les pas en géométrie — mais on peut bien sur fort bien se passer de les voir, comme on sfest passé pendant des millénaires de voir des groupes de symétries, des ensembles, ou le nombre zéro.

Un langage souple et délicat concernant les topos, "collant" intimement à l'intuition topologique, a été développé avec grand soin dans les deux premiers volumes de SGA 4 (la fameuse "gangue de non-sensé" dont parle Deligne dans l'introduction au premier exposé du brillant volume nommé "SGA 4*5 "). C'est là l'aboutissement naturel du langage et des intuitions autour de la notion de "faisceau" introduite par Leray ; cette deuxième étape (ou ce "deuxième souffle") dans le développement de l'intuition et de l'outil "faisceautique", me semble d'une portée comparable a la première (trouvant son expression provisoire dans le livre bien connu de Godement). Dès à présent, c'est cette vision qui a rendu possible l'apparition des outils cohomologiques @-adiques et cristallin, avant qu'elle ne soit enterrée sine die par ceux-là mêmes qui ont fait mine de s'approprier ces outils.

Les développements de SGA 4 au sujet des topos ne prétendent pas être complets et définitifs, mais je pense qu'ils sont plus que suffisants pour la plupart des utilisations géométriques immédiates de la vision topossique. Tout comme la topologie générale ou la théorie des faisceaux ordinaire, la "topologie générale topossique" ne me semble poser par elle-même de question vraiment profonde. C'est un langage soigneusement mis au point, au service d'un certain élargissement de l'intuition topûlogiqueet géométrique des formes, lequel nous est dicté par les choses elles-mêmes. Le discrédit dans lequel cette vision a été maintenue, et la *dérision* qui l'a frappée, font partie pour moi des grandes disgrâces du monde mathématique des années 70 et 80.

Ici, il ne s'agit pas d'un "chantier délabré" auquel il s'agirait de redonner vie, mais d'une maison entièrement achevée et installée, que ceux qui y ont vécu et qui étaient appelés pour en faire un lieu de travail et de vie, ont choisi de quitter, en débinant l'ouvrier qui l'avait construite. La maison est spacieuse et saine et tout est à sa place, comme le jour où l'ouvrier est parti vaquer à d'autres taches. Si elle a besoin de quelque chose, ce n'est pas du travail de ses mains, ni de celles de quiconque. Peut-être que l'acte de respect 1204
de l'ouvrier lui-même, pour ces choses que ces mains ont faites avec amour et qu'il sait belles, fera-t-il se dissiper ces effluves de violence et de mépris, et rendra-t-il accueillant à nouveau ce qui était fait pour accueillir.

Chantier 2 ; *Langage cohomologique.* Il s'agit avant tout du langage des catégories

[685](**) Pour un premier "tour" très sommaire de ces thèmes, voir la note de l'an dernier "Mes orphelins" (n° 45).

dérivées, et d'autre part des points de vue que j'avais introduits pour la cohomologie non commutative, l'un et l'autre dans la deuxième moitié des années cinquante.

Le premier courant était censé faire l'objet de la fameuse "thèse" de Verdier, et l'enterrement par Verdier lui-même de sa thèse[686](*) a été en même temps celui du point de vue des catégories dérivées en algèbre homologique. Celui-ci avait joué un rôle crucial dans la floraison des années soixante sur le thème cohomologique en géométrie algébrique, pour le formalisme de dualité notamment, et le développement de formules de points fixes (type LefschetzVerdier). Les besoins pratiques avaient fait apparaître l'insuffisance du cadre des catégories triangulées développé par Verdier au début des années soixante, cadre qui n'a toujours pas été renouvelé comme il le devrait.

Du côté courant "non commutatif", on dispose d'un bon travail de fondements avec'la thèse de Giraud, mais celle-ci se limite a un formalisme des 1-champs, se prêtant à une expression géométrique directe d'objets de cohomologie jusqu'en dimension 2 seulement. La question de développer un formalisme cohomologique non commutatif en termes de n-champs et de n-gerbes, suggéré impérieusement par de nombreux exemple@ se heurtait à des difficultés conceptuelles sérieuses. Vue la désaffection ou, pour mieux dire, le mépris général, dans lequel sont tombées les questions de fondements dans un certain beau monde, ces difficultés n'ont jamais été abordées avant que je m'y coltine il y a un peu plus de deux ans[687](**). recevoir une réponse. J'ai fini par recevoir un commentaire de l'intéressé plus 1205
d'un an plus tard, sur lequel je m'exprime dans la section "Le poids d'un passé" (n°50). (Cf. p. 136, deuxième alinéa.)

Je vois à présent les deux courants se rejoindre dans une discipline nouvelle, que j'ai proposé ailleurs[688](*) d'appeler du nom d'*algèbre topologique*, synthèse de l'algèbre homologique traditionnelle (style catégories dérivées, certes), de l'algèbre homotopique, du formalisme (encore dans les limbes) des n-catégories, n-groupoïdes et champs et gerbes idoines, et enfin de la vision des topos, qui fournit à présent le cadre de nature "purement algébrique" le plus vaste connu, pour y mettre en œuvre l'intuition topologique. Les idées de départ pour une telle synthèse étaient réunies dès les années soixante, y compris celle de *dérivateur*, appelée à se substituer à la notion insuffisante de catégorie triangulée, et s'appliquant également à des contextes "non additifs". Certains développements importants en algèbre homotopique, telles les notions de limites et colimites homotopiques développées par Bousf-ield et Kan aux débuts des années soixantedix sans qu'ils aient connaissance de mes idées (traitées en bombinages grothendieckiens par mes chers élèves), se situent dans

[686](*) Voir à ce sujet la note "Thèse à crédit et assurance tous risques" (n°81), et "Gloire a gogo — ou l'ambiguïté" (n° 170(ii@.

[687](**) II s'agit de la réflexion dans ma lettre à Daniel Quillen de février 1983, où je découvre comment "sauter à pieds joints" au dessus du "purgatoire" béant des relations de compatibilité de plus en plus vissées, qui semblent s'introduire dans la description en forme des n-catégories (pas strictes, ou n-champs comme je les appelle maintenant), pour n croissant. Le cas n@2 n'est déjà pas une sinécure, et personne, je crois, n'a trouvé encore le courage de les expliciter toutes pour @@3. Cette lettre est devenue (comme je le rappelle plus bas) le "coup d'envoi" pour le long voyage "A la Poursuite des Champs", commencé dès le mois suivant sur la lancée de la réflexion amorcée.

Cette lettre n'a pas été jugée digne d'@tre lue par le destinataire, ni de

[688](*) Voir la sous-note n° 136 à la note "Vin le Serviteur — ou la générosité" (notamment p. 638).

le droit fil de celles-ci,

J'ai commencé il y a deux ans à tracer un maître d'œuvre du travail que je vois à faire, avec la lettre à Daniel Quillen[689](**). Celle-ci a été le coup d'envoi pour l'écriture de "A la Poursuite des Champs", dont un premier volume ("Histoire de Modèles") est pratiquement terminé, et paraîtra sans doute comme volume 4 dans les Réflexions. Je prévois qu'il me faudra encore un sinon deux autres volumes, et un ou deux ans de travail, pour terminer cette prospection préliminaire d'une substance d'une grande richesse, et que vingt ans après je semble toujours être le seul à appréhender, c'est donc bien là un chantier qui a été abandonné pendant une quinzaine d'années, mais qui a repris vie sous mes mains pendant près d'une année. L'écriture de l'Esquisse d'un Programme, puis de Récoltes et Semailles, a interrompu ce travail, que je compte cependant reprendre et mener à bonne fin, dès que sera terminé l'écriture de R. et S, et celle des textes (tous de dimensions limitées) qui doivent constituer, avec la dernière partie de R, et S., le volume 3 des Réflexions.

Chantier 3 ; *Six opérations*, *bidualité*. Il s'agit du point de vue que j'ai introduit dans 1206
le formalisme de dualité a la Poincaré ou à la Serre, a coefficients discrets ou continus. Le nom "six opérations" que j'avais introduit a été soigneusement éradiqué par mes élèves cohomologistes. Ils se bornent à utiliser ici et là celles qui leur conviennent, tout en larguant aux profits et pertes la structure qu'elles forment dans leur ensemble (avec le formalisme de bidualité), et surtout, le fil conducteur irremplaçable que fournit le point de vue (notamment pour dégager de bonnes "catégories de coefficients", cf. plus bas). Depuis plus de vingt ans que ce formalisme existe et a fait ses preuves, personne parmi ceux qui étaient "dans le coup" n'a pris la peine (si ce n'est dans des papiers destinés à rester secrets et dont je n'ai pas eu connaissance) de dégager le "formulaire" algébrique commun aux nombreuses situations où on dispose d'une telle dualité "passe-partout" s'exprimant en un formalisme de six opérations[691](*).

On voit qu'il s'agit ici, non pas à strictement parler d'un "chantier a l'abandon" (vu que le travail de formalisation à fournir est ici dérisoire), mais plutôt d'un point de vue flécond systématiquement éludé (comme l'a été celui des topos). Cet abandon a été pour beaucoup sûrement dans l'état de lamentable stagnation que je constate (à quelques exceptions près[692](**)) sur le thème de la cohomologie des variétés algébriques, en comparaison surtout au vigoureux essor que je lui avais donné entre 1955 et 1970.

Comme je l'ai déjà annoncé dans l'Introduction (I 8, "La fin d'un secret"), à la suite

[689](**) AU sujet de cette lettre, voir notamment la section "Le poids d'un passé" (n° 50, page 136, 2eme alinéa).

[689](*) (9 mai) Dans un des premiers exposés de SGA 5, j'avais pris grand soin d'expliciter en long et en large ce formulaire, qui allait être comme le nerf moteur de tout le séminaire à venir, cet exposé, le plus crucial de tous dans SGA 5, a disparu de l'édition-massacre. Il n'y a trace d'une allusion à son existence dans tout le volume 1 Voir note de b. de p. [690](*) page 942 dans la note "L'ancêtre" (n° 171(i) ï.

[692](**) Les "quelques exceptions" sont surtout (avant 1981) les deux importants travaux Weil 1, 11 de Deligne, et quelques résultats sporadiques en cohomologie cristalline, et en théorie de Dieudonné des groupes de Barsotti-Tate sur des bases de car. p @0 générales (que j'avais initiée vers 1969). Il y@a eu, comme je l'ai souligné ailleurs, un renouveau dans le sillage du théorème du bon Dieu — Mebkhout (l'un toujours aussi ignoré que l'autre. . .), avec notamment la théorie des faisceaux de Mebkhout (appelés à tort "pervers" en lieu et place de qui de droit. . .), développée par Deligne et al.

de récoltes et Semailles[693](***), je compte inclure une courte esquisse des traits essentiels du formalisme "six opérations". Grâce aux soins de mes élèves, son existence même est 1207
aujourd'hui inconnue à tous, à la seule exception de ceux qui ont été directement associés à l'un ou l'autre des deux séminaires SGA 4 (1963/64) et SGA 5 (1965/66)[694](*), et qui visiblement l'ont oublié. Ainsi aurai-je fait ce qui est en mon pouvoir, pour remettre en honneur (s'il se trouve ouvriers à l'affût de bons outils) un outil d'une efficacité parfaite, et un point de vue fécond qui, dans le thème cohomologique, nous conduit constamment droit vers les problèmes cruciaux.

Les trois "chantiers" (ou maisons, ou outils...) a l'abandon, que je viens de passer en revue, concernant plus un *langage algébri*@- q u e commun, pour exprimer des situations géométriques les plus diverses, que telle situation géométrique particulière, telle la cohomologie des variétés algébriques. Si dans le deuxième chantier, celui que j'appelle "algèbre topologique", il m'arrive de côtoyer des questions sans doute profondes (comme telles questions liées aux groupes d'homotopie des sphères), c'est par accident, et non par propos délibéré. Ma principale motivation, la encore, a été et reste celle de développer les outils algébriques d'une généralité et d'une souplesse suffisantes, pour le développement de cette *géométrie arithmétique* encore dans sa prime enfance, que j'ai passé quinze longues et bonnes années de ma vie à porter, à mettre au monde et à nourrir, à partir de l'embryon qu'étaient les conjectures de Weil. C'est en cette géométrie que se trouve la substance géométrique proprement dite, qui pendant toutes ces années a été au cœur vraiment de mes amours avec la mathématique, et le reste aujourd'hui encore, c'est de cette substance qu'il sera question maintenant dans les trois thèmes "parmi les plus brûlants", qu'il me reste encore à passer en revue.

Chantier 4 ï *"problème des coefficients"*. Ce problème était en germe déjà dans la formulation même des conjectures de Weil[695](**). Il a été au centre de mon intérêt en cohomologie, tout au long des années soixante. Il était clairement posé, avec toute la généralité et toute la précision nécessaire, pour les types principaux de coefficients alors entrevus[696](***). Je m'exprime au sujet de cette problématique, visiblement cruciale

(*ï Ce sont aussi les deux séminaires, comme par hasard, que le texte qui se présente comme "central" et nommé (oh ironie 1) "SGA 4*a" recommande de ne surtout pas lire. ..
(29 mai) Pour la portée de la vision des six opérations, voir la note "Les détails inutiles..."
(n[8] 170 (v)), partie (b) ("Des machines à rien faire...") pour une compréhension de la 1208
cohomologie des variétés algébriques, dès le premier retour sur mon œuvre et l'acte de respect qu'est la note "Mes orphelins" (n° 46), et je reviens sur ce sujet dans la note "La mélodie au tombeau — ou la suffisance" (n° 167). Deux fils conducteurs essentiels : d'une part le formalisme des six opérations et de la bidualité, dont il vient d'être question.

693(***) je rappelle qu'il s'agit du volume 3 des Réflexions, contenant aussi en principe la dernière partie de Récoltes et Semailles.

695(**) Voir à ce sujet le début de la note "Les manœuvres" (n° 169), où je commente sur la problématique initiale des conjectures de Weil. (29 mai) Ce début s'est autonomisé en une note "Le contexte "conjectures de Weil" " (n° 169 (i)).

696(***) ii ne semble pas qu'il soit apparu des "types de coefficients" d'un type nouveau, par rapport à ceux que je prévoyais dès la deuxième moitié des années soixante.

D'autre part, le besoin de trouver des généralisations adéquates, au dessus d'un schéma de base plus ou moins général, des types de "coefficients" déjà connus au dessus d'un corps de base, lesquels interviennent (fût-ce seulement tacitement) dans la description des foncteurs cohomologiques déjà connus sur la catégorie des schémas projectifs et lisses sur ce corps : cohomologie /-adique, cristalline, de De Rham, ou enfin (quand k @ @, corps des complexes) cohomologie de Betti ou de Hodge.

Je ne pense pas qu'il soit excessif de dire que cette problématique contient en germe[697](*), aussi bien la "théorie de Hodge-Deligne" "en pleine maturité" qui attend toujours de poindre, que la "théorie des coefficients de De Rham-Mebkhout" qui elle aussi attend[698](**) ; et c'est pour une seule et même raison que l'uneet l'autre théorie restent encore aujourd'hui dans les langes, au lieu de l'état adulte qu'avait acquis en un an ou deux la théorie des coefficients A-adiques (pour A premier aux caractéristiques) : c'est l'empressement de mes élèves cohomologistes, Deligne en tête, d'enterrer la problématique léguée par le maître, en même temps que le maître lui-même. le cas lisse). 12 09

Pour des chantiers désolés, ce sont là des chantiers désolés 1 ils disent éloquemment la désaffection systématique de mes ex-élèves (et de ceux marqués par l'ascendant que ceux-ci peuvent exercer) vis-à-vis des principales idéesforce que j'avais introduites, et développées dans certaines directions, au cours des années soixante.

Pour parcellaires que soient les pas accomplis d'une part par Deligne (comblé de toutes les facilités de l'enfant gâté de la science), et de l'autre par Mebkhout (dans l'isolement le plus complet que faisaient peser sur lui ceux-là même les mieux placés pour l'accueillir), ils n'en fournissent pas moins des fils conducteurs précieux, pour arriver à dégager certaines catégories de coefficients cruciales. Ces contributions importantes étaient présentes en rt ; on esprit en écrivant la note déjà citée "La mélodie au tombeau". Depuis lors, je me suis replongé un peu plus dans le bain du "yoga coefficients et motifs" qui ë*était dégagé déjà au cours des années soixante, et jfai à présent une image plus précise et plus complète.

[697](*) En faisant cette constatation, je n'entends nullement minimiser l'originalité ni l'importance des contributions en question de Deligne et de Mebkhout, pas plus que je ne pense diminuer l'originalité et l'importance de mon propre apport dans la naissance et l'élan initial de la géométrie arithmétique, en constatant que celle-ci "était déjà en germe" dans les conjectures de Weil.

[698](**) On peut dire, à peu de choses près, que les contributions en question de Deligne d'abord (vers 1969) et de Mebkhout ensuite (après 1975) répondent au problème de définir des "coefficients de De Rham" convenables (qui permettraient d'insérer la cohomologie de De Rham ordinaire des schémas lisses, dans un formalisme des six variances), dans deux directions très différentes. Deligne définit une "bonne" catégorie de coefficients au dessus du schéma Spec (@) seulement, et les foncteurs Rf, Rf@ dans le cas du morphisme structural X — @Spec (@E@ d'un. schéma séparé de type fini sur @, et pour des coefficients constants (hélas!) sur X. Mebkhout définit une "bonne" catégorie de coefficients, valable en principe pour tout X séparé de type fini sur un corps de caractéristique nulle K — mais il ne pousse pas jusqu'à définir des foncteurs Rf @ et Rf* pour un morphisme f : X — @Y de tels schémas sur K, et à développer un théorème de dualité pour Rf et Lf! (sauf pour Y @ Spec (K) — et encore, seulement dans le contexte transcendant, sans doute nettement plus difficile, des variétés analytiques complexes). Une autre limitation de la théorie développée jusqu'à présent par Mebkhout (dans une ambiance on ne peut plus décourageante, il faut dire), c'est qu'elle n'est faite à présent que pour X lisse (faute, je présume, d'utiliser systématiquement le point de vue cristallin, qui fournit un substitut satisfaisant au faisceau d'anneaux des opérateurs différentiels, tellement commode dans

Aussi je pense revenir sur le problème des coefficients (et celui des motifs en même temps) dans le volume 3 des Réflexions, à la suite de l'esquisse du formalisme des six — yariâJices.

Qu'il me suffise à présent de dire que je vois essentiellement trois types de coefficients fondamentaux[699](*) , sur un schéma de base X plus ou moins quelconque ; les coefficients @-*adique* (@ nombre premier *que*1*co* nq u e @, les coefficients de *De Rham-Mebkhout*[700](**) (intéressants surtout pour X de type fini sur un schéma de base S, les cas les plus importants 1210
étant ceux où s est le spectre des anneaux ffi, @, ou @E), enfin les coefficients de Betti (pour X de type fini sur @t). Seule la troisième de ces catégories me semble déterminée dès à présent sans aucun élément hypothétique. Pour définir la première (ne serait-ce que pour X de type fini sur la base absolue@), ou pour décrire ses relations avec la seconde, l'existence d'une théorie du foncteur mystérieux (que j'avais postulée dès la fin des années soixante, problème qui semble lui aussi avoir sombré avec le reste...) m'apparaît l'ingrédient crucial, sur lequel il me faudra revenir de façon plus circonstanciée en son lieu.

Chantier 5 ; *Motifs.* Je me suis exprimé de façon assez circonstanciée sur l'enterrement des motifs par mon ami pierre Deligne, avec la bénédiction de la Congrégation au grand complet, pour qu'il soit inutile de m'étendre à nouveau ici a ce sujet. Je voudrais plutôt souligner ici un fait nouveau qui vient de m'apparaître, et qui aurait du apparaître il y. a quinze ou vingt ans déjà. Il y a une mois encore, la construction "en forme" de la catégorie des motifs au dessus dfun schéma de base plus ou moins général (un schéma de type fini sur "g, disons, ou seulement sur le spectre d'un corps algébriquement clos...) m'apparaissait comme une chose décidément "à l'horizon", noyée dans les brumes d'un lointain avenir. Cet état d'esprit a été sans doute un tenace héritage des jours déjà lointains, où une réflexion motivique avait démarré sur des bases on ne peut plus hypothétiques, alors qu'on ne disposait pas même encore du formalisme de cohomologie A-adique. Il y a aussi cette "circonstance atténuante" pour moi, c'est que mes tâches de rédaction de fondements, pour les choses qui, elles, étaient à portée de main, a absorbé à tel point mon énergie entre 1958 et 1970, que mes réflexions motiviques (et d'autres, sur des thèmes qui prenaient figure de "luxe" au regard de mes tâches impérieuses du moment) ont été constamment réduites à la portion congrue, que je m'accordais à l'encontre presque d'une mauvaise conscience

[699](*) Si je parle de types de coefficients "fondamentaux", c'est pour çuggérer'. par cette dénomination que tous les autres types de coefficients importants que je peux entrevoir à présent, doivent pouvoir se décrire en termes de ceux-là, soit en les "combinant" de façon convenable, soit en y apportant des enrichissements de structure convenables, soit les deux à la fois, parmi les enrichissements de structure envisagés sur les coefficients de De Rham-Mebkhout, il y a (en plus de la "filtration par les poids", qui semble "interne" à la catégorie de coefficients envisagée), une "filtration de De Rham" qui joue un rôle de pre'mier plan dans les applications motiviques. Il est possible que cette structure supplémentaire n'ait guère de sens (du point de vue d'un formalisme des six opérations) que lorsqu'on la conjugue avec une structure "discrète" à la Betti, ce qui devrait permettre de formuler les bonnes propriétés que doit satisfaire cette filtration. Je pense revenir de façon plus circonstanciée sur ces questions, dans "Les motifs mes amours" (dans le vol. 3 des Réflexions).

[700](**) Je rappelle que pour ce type de coefficients de De Rham-Mebkhout, je vois à présent deux variantes duales l'une de l'autre, celle de Mebkhout et celle que j'hésite à appeler "de Deligne", alors que c'est un enfant répudié par lui ! (29 mai) Pour des commentaires sur l'enfant répudié, voir la note "... et entrave" (n° 171 (viii)). Pour des précisions sur les coefficients de De Rham, voir la note "Les cinq photôs@cristaux et @)-Modules)" , n° 171 (ix).

de celui qui ferait "l'école buissonière" l Quoi qu'il en soit, j'étais resté sous l'impression que les problèmes de coefficients, c'était ce qui était mur pour être fait tout de suite (mais par d'autres, vu que j'étais déjà occupé ailleurs...), tandis que les motifs, pour le moment, c'était tout juste bon pour un livre de "mathématique-fiction", si je trouvais le loisir de l'écrire, sûrement, les choses auraient très vite changé d'allure, si je m'étais bel et bien mis à l'écrire, au lieu de m'échiner sur des taches que personne au monde n'a eu ensuite a cœur de continuer, alors que tout le monde est tout content de se servir de ce que j'ai fait...

Toujours est-il que j'ai fini par me rendre compte de cette chose, en elle-même évidente 1211
pourtant une fois qu'on se met devant : c'est que du moment qu'on prend la peine de décrire des coefficients suffisamment "fins", c'est à dire, tenant compte de toutes les structures connues associées à une motif, on finit par décrire *le motif lui-même*. Ou plus correctement peut-être, on finit par décrire une catégorie, qui contiendra la catégorie (triangulée) des motifs comme une *sous-catégorie pleine* (ce qui est déjà pas mal) — tout comme la catégorie des motifs sur le corps des complexes apparaît (si on admet une version assez forte de la conjecture de Hodgeï comme une sous-catégorie pleine de la catégorie des structures de Hodge-Deligne. Quant à caractériser exactement, en termes "algébriques" directement adaptée aux coefficients avec lesquels on travaille, quelle *est* exactement cette sous-catégorie pleine, i. e. *quels* coefficients exactement "sont des motifs", on tombe là dans des questions qui risquent d'être beaucoup plus délicates. Ce sont celles qui concernent les compatibilités entre diverses structures géométrico-arithmétiques associées à un motif (compatibilités auxquelles j'ai fait déjà allusion, je crois, dans la note citée "La mélodie au tombeau"). C'est la solution de ces problèmes-là (lesquels me paraissent irrelevants poux la construction effective d'une "théorie des motifs"[1]) qui est peut-être bel et bien "pour dans cent ans". De toutes façons, l'expérience nous montre encore et encore que de tels pronostics (sur la nature plus ou moins "inabordable" d'une question) n'ont pas grand sens, si ce n'est celui de décourager là où le courage n'est pas bien accroché...

(1 avril) Quelques commentaires encore sur le formalisme du *"groupe de Galois* (ou *groupe fondamental*) motiviq u e". Cette notion (que j'ai dégagée et commencée à développer en 1964, avant d'avoir eu l'honneur de connaître mon futur ex-élève Pierre Deligne) donne lieu à des intuitions et à un formalisme d'une grande précision et d'une grande finesse. Son existence et ses traits essentiels sont indépendants de la construction particulière qui aurait été adoptée pour la notion de motif sur un corps (ou de motif "lisse" sur un schéma quelconque), du moment que celle-ci satisfait à quelques conditions laisonnables. J'avais confié à Neantro Saavedra la tâche de mettre sous forme publiable, dans un contexte aussi général que possible, le dictionnaire que j'avais dégagé vers 1964 entre d'une part, la géométrie dans des catégories que j'appelais "tensorielles rigides" (catégories k-linéaires avec opération "produit tensoriel" satisfaisant des conditions convenables, k étant ici un *corp* s), et d'autre part la théorie des représentations linéaires de groupes pro-algébriques
sur k (ou, plus précisément et plus généralement, de "gerbes proalgébriques" sur k). il a 1212
mené cette tâche a bonne fin dans sa thèse, parue au Lecture Notes en 1972 (LN 265) @*). J'avais poussé ce dictionnaire plus loin d'ailleurs (notamment en ce qui concerne la traduction de structures filtrées ou graduées etc sur certains foncteurs fibres, ou celle d'une notion de "polarisation" associée à une catégorie tannakienne), que cela n'est fait dans la thèse de

Saavedra @**), ou dans le “mémorable volume” LN 900 (où la thèse de Saavedra se trouve refaite et la notion de groupe de Galois motivique est au. centre de la problématique, sans que mon nom y soit plus prononcé à ce sujet-là, que pour tout autre concernant les motifs).

Je signale également que le premier pas dans la détermination (à équivalence près) de la catégorie des motifs sur un corps fini, dont il a été question précédemment[701] (***), avait été la détermination du groupe de Galois

(*î (1o mai) Depuis que ces lignes ont été écrites, j'ai eu l'occasion de prendre connaissance du livre en question, dont l'auteur n'avait pas'jugé utile de m'envoyer un exemplaire. J'ai pu constater que dans ce livre, Saavedra fait figure de brillant inventeur de la philosophie nouvelle qui y est exposée, en suivant fidèlement les notes que je lui avais passées, et sans pratiquement prononcer mon nom (ni pour les notions introduites dans ce livre et pour les résultats cruciaux, ni pour des notions déjà connues comme celle de cristal, de module stratifié ou de motif). Le nom même “catégorie tannakienne” dont il a rebaptisé la notion principale, est une mystification à tel point géniale, qu'il ne l'a sûrement pas plus inventée par lui-même, que la théorie dont il se présente comme l'auteur. Cette “parternité” d'ailleurs a 4té toute provisoire, et mon ami Pierre s'est déjà chargé, dix après la parution du volume, de faire le nécessaire pour qu'elle revienne (suivant l'expectative de tous) à celui déjà tout désigné pour cela. Pour des détails pour cette brillante opération sur une dépouille (la première et seule d'une telle envergure, avant l'opération “SGA 4*5 — SGA 5 ” faite dans le même style inimitable), voir la suite de notes “Le sixième clou au cercueil” (n°s 176 à 176). vique dudit corps fini, lequel doit être commutatif (étant 1213
engendré topologiquement par l'élément de Frobenius), et est en fait une extension de S (engendré par Frobenius) par un certain pro-tore algébrique sur @ [702] (*). Le deuxième pas a été la description de l'élément de fT (@, G) qui (selon la théorie de Giraud) classifie la G-gerbe des foncteurs fibres[703] (**).

Comme je l'exprime dans la note “Souvenir d'un rêve — ou la naissance des motifs”

[701] (**) (10 mai) C'est là une présomption qui s'avère erronée. Elle était due à ma conviction que Saavedra ne serait absolument pas à même de “boucler” le programme que je lui avais indiqué, alors que déjà la seule maîtrise du point de vue “représentations linéaires de gerbes proalgébriques” semblait pendant longtemps le dépasser, et que son bagage mathématique était des plus réduits. Vu les moyens nullement exceptionnels de Saavedra, il est pour moi impensable qu'en les moins de deux ans entre mon départ (où il n'avait aucune notion de cohomologie, ou sur la structure des groupes algébriques) et la parution du livre, il ait eu la possibilité d'assimiler (et ceci de façon parfaite, comme en témoigne la tenue du livre) la foule de notions tous azimuts avec lesquelles on y jongle. Voir à ce sujet la note “Monsieur Verdoux — ou le cavalier servant” dans la suite de notes déjà citée “Le sixième clou au cercueil”.

[701] (***) (10 mai) Je constate que cette détermination, elle aussi, figure dans l'inépuisable livre de Saavedra (sans allusion à ma modeste personne, est-il besoin de le dire). Elle utilise la théorie cohomologique du corps de classes global (détermination du groupe H^2(ç, T), où T est un groupe de type multiplicatif sur @) — cela fait donc partie aussi des choses que mon ex-élève (aux moyens apparemment surhumains) aurait assimilé@ en moins de deux ans. . .

[702] (*) II s'agit ici du groupe de Galois motivique qui classifie les motifs *semi-simples* — Pour obtenir les motifs généraux, il faut faire son produit par le groupe additif Ga sur J@.

[703] (**) Le point crucial, c'est que cette classe devient nulle (grâce à l'existence des foncteurs fibres “cohomologie J@-adique”) en toutes les places @ ? p — car. k, et l'existence du foncteur-fibre cristallin nous donne des renseignements suffisants sur le sort de cette classe en la place manquante p.

(n° 51), je suis tombé sur le groupe de Galois motivique en cherchant le lien entre les représentations 4-adiques, pour A variable, d'un groupe de Galois profini Gal (K/K) dans les modules Sadiques, obtenues par exemple en prenant les H (X@'S/)' °ù X est un schéma projectif lisse sur x et i un entier (ou éventuellement, un sous-module convenable de celui-ci). Serre regardait l'image du groupe de Galois dans Aut (V (@)) pour tout A, qui est un groupe de Lie 4-adique réductif, et il semblait bien que sa structure (au sens de la théorie de Lie) était indépendante de 4. C'est en cherchant la raison profonde pour ce phénomène (lui-même hypothétique encore jusqu'à aujourd'hui), en le mettant en relation avec les conjectures de Tate, que j'ai découvert la notion de groupe de Galois motivique, dans la foulée de celle de "motif" et de "cohomologie motivique".

S'il y a eu une chose simple et profonde que j'aie amené au jour, et s'il y a eu acte créateur dans ma vie de mathématicien, c'est bien avec la naissance de cette notion cruciale, reliant la géométrie et l'arithmétique. C'est pourquoi aussi, ce mémorable 19 avril l'an dernier, j'ai été suffoqué par le sentiment d'une inimaginable *impudence*, en voyant cette chose-là appropriée avec cette désinvolture superbe, comme la dernière des bagatelles qu'on viendrait d'improviser là à l'instant au détour d'un paragraphe technique : voyez@ c'est bête comme choux, il n'y a qu'à appliquer ici la proposition 4.7.3 de notre modeste article exposant la théorie des catégories tannakiennes... [704](***). Voilà comment se font les mathématiques dans les années 1980, après de brillants lité*s que viendrait d'improviser le 1214
même brillant auteur. Voir à ce sujet la sous-note"... et le non-sensé" (n^9 169.) à la note "Les manœuvres" @n° 169), p. 891 . [5]

précédents dans les années 1970 [705](*).

Mais je sors du sujet, d'accord — j'étais censé faire visiter un chantier, et non faire du sentiment. Je signale donc que, comme dans le cas du groupe fondamental profini, si X est un schéma géométriquement connexe sur un corps k, il y a lieu de distinguer entre le groupe fondamental motivique du schéma X lui-même, et le groupe fondamental motivique "*géométr ique*' Les deux ne coïncident pas, *même* si k est algébriquement clos — du fait que le groupe fondamental motivique de k n'est pas pour autant trivial (il est connexe, sans plus 1). Il faut donc introduire le groupe fondamental motivique "géométrique" de X, qui est censé (entre autres) établir un lien entre les divers groupes de Lie — @-adiques associés (comme quotients) au groupe fondamental profini géométrique n (X@). On le définit comme le noyau de

I JC

l'homomorphisme naturel

. . mot. . . TT (x) @ @ n (Spec (k) ï (relatif au choix d'un foncteur-f ibre sur la catégorie des motifs lisses sur X).

Le point auquel je voulais en arriver, c'est que ce noyau, qu'on pourrait noter Trv (X/k), devrait être le premier pas vers la construction d'un "type d'homotopie motivique

[704](***) En écrivant ces lignes, s'est imposée à moi l'association avec la façon toute similaire d'introduite la définition de la fonction L a coefficients dans un faisceau A-adique, sans référence à personne et comme la dernière des bana

[705](*) Et même déjà, dans les années soixante — voir à ce sujet le note "L'éviction" (n° 63).

(géométrique) de X sur k", auquel j'ai déjà fait allusion en passant précédemment[706](**). La description en forme de ce "type d'homotopie"[707](***), dont la "cohomologie" ne devrait être autre que la cohomologie motivique de X, fait partie du travail conceptuel intéressant en perspective sur le chantier "motifs", dans une direction décidément différente (et dans 1215
une large mesure, sang doute indépendante) de la tâche centrale, qui est celle de la construction effective des catégories de motifs et du formalisme des six opérations pour celles-ci.

Chantier 6 : *Conjectures standard.* Comme je l'ai expliqué dans une précédente note de bas de page (note[708](*) p.12Q2), ces conjectures peuvent être entendues dans deux sens différents. Tout d'abord, au sens littéral comme je les avais formulées lors du Colloque de Bombay en 1967 [709](*). Sous cette forme là, elles me paraissent résumer les questions les plus cruciales qui se posent a présent dans la théorie des cycles algébriques, du point de vue tout au moins de l'équivalence dite "homologique" pour ces cycles.

Au moment de formuler ces conjectures, ma principale motivation n'était pourtant pas dirigée vers les cycles pour eux-mêmes, mais vers le moyen qu'ils fournissent (peut-être...) d'édifier une théorie des motifs semi-simples sur un corps, satisfaisant aux desiderata qui devraient être "common knowledge" depuis quinze ou vingt ans (et qui restent pourtant toujours occultes...). J'indiquerai dans le volume 3 des Réflexions diverses variantes affaiblies de ces conjectures, qui suffiraient pour édifier une telle théorie (et dont la plus faible est pratiquement nécessaire et suffisante à cet effet). Comme je l'ai déjà souligné ailleurs, alors même que la conjecture sous forme initiale s'avérerait valable sur @ un corps déterminé k (pour k fini, par exemple, voire pour tout k), cela ne signifierait pas par Lui-même que les classes de cohomologie qu'il convient d'appeler "motiviques"[710](**) (et dont on peut espérer qu'elles rendent vraies diverses conjectures, du type de Hodge et de Tate par exemple) soient nécessairement algébriques. Si on découvrait un jour qu'il existe des classes de cohomologie moitiviques non algébriques, cela signifierait sans doute que l'importance des cycles algébriques dans la théorie des motifs, i. e. dans l'étude arithmético-géométrique de la cohomologie des variétés algébriques, serait moindre qu'il n'y avait lieu pour moi de le croire aux débuts de la théorie. Toujours est-il que la construction effective d'une théorie des motifs que j'entrevois à présent est indépendante a priori de

[706](**) Dans la note "Requiem pour vague squelette" (n° 165).

[707](@***) comme type d'objet, je prévois que ce sera un type d'homotopie relatif (au sens d'Illusie) dans le topos'@extension " (au sens de Giraud) du topos fpqc de Spec (C) associée à la gerbe (sur ce topos fpqc) des foncteurs-fibres sur la catégorie des motifs lisses sur X. La cohomologie relative (sur le topos de base qu'on vient de décrire) de ce type d'homotopie est quasi-cohérente (et même "cohérente"), et peut s'identifier à la cohomologie motivique de X sur K. Utilisant un point complexe de X (cas où K de car. nulle) pour avoir un foncteur-fibre de Betti, le type dfhomotopie-fibre correspondant doit être canoniquement isomorphe au fi-type d'homotopie (négligeant les phénomènes de torsion...) associé par voie transcendante à X @K@t, du moins quand X@K@E est 1-connexe.

[707](*) Algebraic Geometry, Bombay 1968, Oxford University Press (1969).

[710](**) je pense pouvoir proposer une définition raisonnable des classes de cohomologie motiviques sur une variété algébrique projective et lisse, tout au moins quand le corps de base est de caractéristique nulle. Pour le cas général, le cas crucial (dont il a été question précédemment) est celui d'un corps de base fini. Modulo la description des classes motiviques dans ce dernier cas, je pense pouvoir avancer "la" bonne définition des classes motiviques. Comparer avec les commentaires à la note de b. de p. [711](*) a la page 1202-

conjectures courantes (type Hodge, Tate, ou "standard") sur les cycles algébriques.

Cela n'empêche que les conjectures standard et leuis variantes d'une part, et celles 1216
de Hodge, de Tate et leurs nombreuses variantes de l'autre, conjectures qui impliquent notamment des énoncés d'*existence* de cycles algébriques (i. e. d'algébraicité de classes de cohomologie), ou (dans des versions modifiées) des énoncés d'existence de classes de cohomologie dites "motiviques", sont intimement reliées les unes aux autres, ainsi qu'à la description des principaux "types de coefficients", et, à la limite, à celle de la catégorie des motifs elle-même[712](*).

La encore, un travail de décantation, de mise en ordre et d'information, qui était à faire depuis près de vingt ans, n'a pas été fait (ni, surtout, rendu public) par ceux qui ont préféré jusqu'à aujourd'hui encore enterrer des idées fécondes (quand elles n'étaient pas publiées) ou des débiner (quand elles l'étaient), et s'en réserver le bénéfice (immédiat) et le crédit (plus tard), plutôt que d'informer et de mettre à la disposition de tous Aes problématiques fascinantes, cruciales pour notre compréhension des liens entre la géométrie, la topologie et l'arithmétique. Je vois que ce qui fait défaut ici, ce n'est nullement la compétence ni même les dons brillants, mais une simple honnêteté, et une certaine *décence* aussi dans la relation à une "communauté scientifique" dispensatrice de prestige et de pouvoir, chez ceux qui ne se sentent pas pour autant tenu* à la moindre obligation, au moindre "retour" sous forme d'une attitude tant soit peu "de service". C'est pourquoi, alors que j'ai perdu contact avec le sujet depuis plus de quinze ans et que je ne suis plus "dans le coup" de rien autant dire, c'est moi pourtant qui vais faire effort pour me remettre dans le bain de ce qui me fut familier jadis, tout au moins pour réparer de mon mieux, dans le volume 3 des Réflexions, les omissions de plus jeunes et de plus doués que moi, et faire à la fin des fins ce qu'ils n'ont pas eu la générosité de faire.

La je crois avoir fait le tour de ces "chantiers" qui me semblent a présent (et déjà
depuis le moment de mon départ de la scène mathématique) "les plus brûlants", dans 1217
l'optique de l'édification de cette "géométrie arithmétique" dont j'ai jeté les bases tout au long des années soixante. Je n'entends nullement dire que j'ai fait le tour sommaire de *toutes* les questions substantielles que je suis peut-être le seul à voir et qui me tiennent à cœur. Pour autant que je sache, celles-ci en sont toujours au point où je les avais laissées lors de mon départ de la scène mathématique, et beaucoup n'ont pas même eu l'heur encore d'être explicitées dans la littérature. Parmi celles-ci, je signale la *conjecture de Riemann-Roch discrète* dans le cadre schématique[713](*). Egalement, il y a la généralisation de la théorie du *corps de classes local, et global géométrique*, en un énoncé de *dualité* qui,

---

[712](*) Cela ne cpntredit pas l'affirmation que je viens de faire, à savoir que la construction que j'entrevois de la catégorie des motifs (sur un corps disons) est "indépendante" (i. e. "techniquement" ou "logiquement" indépendante) des diverses conjectures envisagées. Ces "liens intimes" dont je parle (qui font, p. ex., que les douze variantes que j'ai vues aux conjectures du type Hodge et d3 Tate suggèrent autant de types différents de "coefficients" cohomologiques) sont de nature heuristique, et non technique — tout comme le lien entre la formule (baptisée "conjecturale") de Lefschetz-Verdier, et la formule des traces pour la correspondance de Frobenius. Dans ce dernier cas, ce lien heuristique essentiel, qui n'est *pas* un lien de dépendance logique, a été dûment souligné dans les deux sous-notes "Les vraies maths…", "… et le "non-sensé" " (n°s 169, 169 ï à la note "Les manœuvres".

[713](*) Cette conjecture est explicitée pour la première fois, semble-t-il, dans la sous-note n° 87_1 de la

lui, est essentiellement de nature "géométrique" (tout en donnant les énoncés classiques "arithmétiques" comme corollaires). Il en est question dans des lettres à Larry Breen de 1976, reproduites en appendice au chap. I de "A la Poursuite des Champs" (qui paraîtra donc dans le vol. 4 des Réflexions). Dans ces énoncés le travail principal en perspective sera dans une description soigneuse des catégories de "coefficients" dans lesquelles on travaille. Un rôle important y est joué par une certaine autodualité, découverte par Serre[714](**), dans la catégorie des groupes algébriques unipotents à isogénie radicielle près, au dessus d'un corps k de car. p @0 (autodualité qui n'est toujours pas connue, me semble-t-il en dehors de la poignée de personnes à qui il m'est arrivé de la raconter). La question d'une généralisation de tels énoncés à des dimensions supérieures est (pour moi du moins) un mystère total (mais Milne aurait des lumières dans le cas d'une surface algébrique...).

Ces questions de dualité remontent, je crois, à la fin des années cinquante, où j'avais aussi embranché sur la construction d'un *complexe* (de chaînes) *"jacobien"* de groupes proalgébriques, associé à un schéma de type fini sur un corps (pour commencer...), en termes de "jacobiennes locales" convenables associées à ces divers anneaux locaux, en analogie avec le complexe "résiduel" ou "dualisant" que j'avais construit quelques années avant en dualité cohérente. Toutes ces questions de dualité s'étaient vues reléguées au second rang dans les années soixante, par les tâches notamment du développement du 1218
"non-sensé" de la cohomologie étale et A-adique et du langage des topos. Un certain bout de mon programme, relatif aux jacobiennes locales et globales relatives, a été accompli vers 1977 (sans mention de ma modeste personne) par C. Contou-Carrère, qui s'est empressé de remballer vu l'accueil gui lui a été fait par Deligne et par Raynaud[715](*). Il faut aujourd'hui un certain courage pour reprendre et développer des idées qui portent trop clairement ma marque (alors mime qu'on s'efforcerait de son mieux de la cacher). Le seul qui s'y soit obstiné est zoghman Mebkhout, et le sort qui lui fut réservé et gui a culminé dans les prouesses du Colloque Pervers, montrent assez clairement le risque qu'on court.

Si je voulais faire une liste des belles questions que j'avais découvertes entre 1955 et 1970 (et dont j'ai bien parlé autour de moi ici et là), j'en aurais pour des jours encore, et même des semaines sans doute si je voulais être tant soit peu explicite et entrer dans les tenants et aboutissants. Ce n'est pas le lieu ici de le faire, et je doute que je le ferai jamais, sans compter que si je souhaitequ'un jour (qui sait !) un jeune mathématicien s'investisse dans une de ces questions, histoire de se faire la main et de se faire connaître, il vaut mieux qu'il la redécouvre lui-même, plutôt que de courir l'aventure de se faire coller une certaine étiquette.

Gare aux Colloques Pervers que l'avenir nous réserve...

([179]) (2 avril) Cela fait cinq semaines (depuis le 26 février, avec la note "Le silence", ([179])

note au nom suggestif "Le massacre" — vu que la conjecture fait partie des choses massacrées de SGA 5, disparues sans même la trace d'un *nom* dans l'édition-Illusie.

[714](**) En plus de cette belle idée de Serre, m'a influencé également le point de vue "géométrique" introduit par Lang dans le corps de classes global géométrique, et par Serre dans le corps de classes local.

[715](*) Voir la note "Cercueil 3 — ou les jacobiennes un peu trop relatives" (n° 95), et la sous-note n° 95_1, au sujet de certaines des mésaventures de Contou-Carrère dans le grand monde mathématique.

ouvrant la suite de notes groupées sous le nom “Les quatre opérations”) que je suis en train de repasser en revue les faits principaux de nature “matérielle” ou (tant soit peu) “technique” concernant l'Enterrement. Dans “Les quatre opérations”, je m'étais limité à l'aspect “escroquerie” au sens strict du terme — celui où se trouve dépassé ce “seuil” dont il a été question dans la note de même nom (n° 172), qui sépare les *mauvaises dispositions* (s'exprimant par les réflexes de “rejet automatique”, en dépit souvent du plus élémentaire instinct de mathématicien) de la mauvaise *foi* patente et du plagiat caractérisé. Dans la partie que je viens d'écrire, “Les chantiers désolés”, je me vois confronté surtout au “premier niveau” de l'Enterrement, en deçà du “seuil” — l'enterrement d'une vaste vision et d'idées-force puissantes, que personne certes n'est obligé de reprendre, et que tout le 1219
monde est en droit d'ignorer ou d'oublier — quitte, ce faisant, de “s'enterrer lui-même”, en condamnant son travail (ou tout au moins la partie de ce travail directement touchée par la vision récusée) à une stérilité plus ou moins complète.

La j'ai l'impression d'avoir fini de faire le tour, enfin! Pour ce qui est du “tour des chantiers” (abandonnés), il m'a apporté une appréhension plus circonstanciée de l'Enterrement de mon œuvre, en me faisant reprendre contact en même temps, tant soit peu, avec des thèmes que j'avais perdus de vue depuis quinze ans. Cela m'a permis, surtout, de me faire une idée claire des ordres d'urgence dans ce que je me propose de mettre noir sur blanc dans les prochains volumes des Réflexions. Mon propos ne sera plus, certes, de poser des fondements méticuleux de sciences en gésine — c'est là une chose que j'ai faite suffisamment, et s'il ne doit se trouver plus personne d'autre pour se donner à une telle tâche, comme je m'y suis donné naguère, tant pis pour chacun et pour tous I Mon propos plutôt sera de dégager certaines idées-force, au service d'une vision d'ensemble née entre 1955 et 1970, et que je retrouve aujourd'hui (grâce aux efforts surtout de certains parmi ceux qui furent mes élèves, et avec l'asquiècement de tous) soit oubliées, soit livrées au ridicule, soit appropriées sans vergogne et mutilées et vidées de l'essentiel de leur force. En les reprenant aujourd'hui, je lâche enfin les brides à une pulsion de connaissance en moi que souvent, au cours des années soixante, j'avais maintenue à la portion congrue, pour le bénéfice d'interminables tâches de “service”. Ce temps-là est révolu — et pourtant, je sais que dans cette phase nouvelle dans ma passion mathématique, la pulsion de service n'est pas moins présente qu'elle ne le fut naguère. Je ne “servirai” pas moins que naguère cette “communauté” idéale d'esprits avides de connaître[716](*), qui continue à donner à mes investissements mathématiques un sens plus profond que celui d'un passe-temps personnel et d'un moyen d*autoagrandissement. *milieu* déterminé à une *époque* donnée, avec telle 1220

[716](*) Je m'exprime pour la première fois, au sujet de la “communauté mathématique”, dans la première partie de Récoltes et Semailles, dans la section “La “communauté mathématique” : fiction et réalité” (n° 10). En me référant ici à une w communauté idéale d'esprits avides de connaître”, il pourrait sembler que je me rabats a nouveau sur quelque chose, dont le caractère fictif était apparu clairement dans la section citée. Mais dans la partie VIII de Fatuité et Renouvellement, j'avais déjà été amené pour la première fois dans ma vie (mieux vaut tard que jamais...) à faire le constat d'une dimension collective dans ma propre “aventure de connaissance”, au niveau mathématique. (Voir à ce sujet les deux sections “L'aventure solitaire” et “Le poids d'un passé”, n°s 47, 50, et plus particulièrement, les pages 134, 135.) Il est clair aussi que la “communauté” (ou “collectivité”) qui vit cette aventure collective, est d'une toute autre nature que toute entité sociologique, s'incarnant dans un

“mentalité” particulière, ou (aujourd’hui) avec telle structure de pouvoir et tels intérêts de classe. Cette “communauté idéale” à laquelle je réfère, “sans frontières dans lfespace ni dans le temps”, n’est pas moins “réelle” pour moi, que l’entité sociologique. Elle est plus essentiellement, en ce sens que c’est bien elle (comme je l’écris dans la suite de là même phrase) qui “continue à donner à mes investissements mathématiques un sens plus profond que celui d’un passe-temps personnel et d’un moyen d’autoagrandissement”. Elle n’est pas plus “fictive” que je ne le suis moi-même, qui me sens en faire partie, plus lucidement que je ne le faisais naguère. La “fiction” a consisté, non pas en la perception de l’existence d’une telle “communauté”, mais dans la confusion entre celle-ci et un milieu auquel je m’étais identifié.

Dans ces investissements, certes “le patron” lui non plus n’est pas plus absent que naguère. Confronté à la malveillance et à la dérision de la part de ceux-là même qui pour moi avaient été “mes proches” dans le monde mathématique, blessé bien des fois dans un élémentaire sentiment de décence par ceux que j’avais aimés et auxquels je faisais confiance sans réserve, il y a en moi ce mouvement irrépressible, devant ceux qui ont perdu le sentiment du respect, de *témoigner de mon respect de moi*, par le respect pour ces choses vivantes, vigoureuses et belles que de mes mains j’ai amenées à la lumière du jour. Le meilleur témoignage, peut-être, que je puisse apporter de ce respect, c’est en me faisant le serviteur de ces choses-là, pendant quelques années sur les années précieuses qui me restent encore dévolues. Ainsi, les réflexions mathématiques que je compte développer dans ces prochaînes années, dans la suite des Réflexions, seront-elles encore, en même temps que la reprise d’un *jeu d’enfant* et que le *don d’un service*, un *acte de respect*.

Avant de mettre le point final sous l’Enterrement, je voudrais encore faire un court bilan, au delà des “faits matériels”, de ce que cette réflexion m’a enseigné. Je regarderai d’abord ce qu’elle m’a enseigné sur autrui, pour terminer avec ce qu’elle m’a enseigné sur moi-même.

Le fait qui reste encore à présent le plus frappant, parmi tous ceux apparus en pleine lumière au cours de la réflexion, c’est la *dégradation des mœurs et des esprits* dans le monde mathématique des années 70 et 80. Cette dégradation s’exprime, entre autres, par cent et mille “petits riens”, comme ceux qui me sont revenus par bouffées tout au cours des huit ou neuf années écoulées — des “riens” suffisamment déroutants pourtant pour susciter la réflexion de la première partie de Récoltes et Semailles et son interrogation principale : comment (et quand) les choses en sont-elles arrivées là ? Et quel a été mon rôle et quelle est ma place dans cette dégradation insidieuses et implacable que je constate aujourd’hui ?

Cette dégradation culmine dans des opérations comme “ “SGA 4*s” — SGA 5 “ ou 1221
celle (plus incroyable encore) du Colloque Pervers, dépassant de très loin en cynisme et en mépris tout ce que j’aurais pu m’imaginer, la veille encore du jour où je les ai découvertes à mon corps défendant.

Ce nfest pas le lieu ici de revenir sur ces “riens” (dont plus d’un a été signalé dans ma réflexion en passant, ici et là), ni sur les grandes opérations (servies par les petites manœuvres). L’esprit qui s’exprime dans les uns et dans les autres, les “riens” et les vastes escroqueries, est le même. Le “seuil” qu’il peut être bon parfois de tracer entre l’acceptable et le crapuleux est lui-même bien fragile et bien artificiel, une sorte de garde-fou dont, de toutes façons, plus personne (semble-t-il) n'a cure. Je ne regrette pas, par le biais de cet Enterrement où ma personne est impliquée de façon cruciale, d'avoir eu occasion de regarder de plus près que jamais, peut-être, cet espritlà, qui n'est le privilège certes ni de ce seul Enterrement (mis en branle en l'honneur de ma modeste personne) ni du seul monde des mathématiciens. Je peux dire seulement que je n'ai pas eu connaissance que cet esprit-là ait régné dans ce monde-là, ou dans quelque autre science, à une autre époque que la notre. C'est là un signe parmi beaucoup d'autres, sans doute, du stade terminal dans la décomposition d'une civilisation et de ce qui, en dépit de tout, continuait à lui donner un sens.

Ces derniers jours, ma pensée sfest attardée plus d'une fois sur cette coïncidence étrange, que mon départ de la scène mathématique, il y a plus de quinze ans, s'était fait sous l'effet-choc d'une certaine corruption dans le monde scientifique, sur laquelle j'avais choisi pendant longtemps de fermer les yeux (tout en croyant m'en tenir éloigné). Je m'y suis vu confronté soudain, dans l'institution même où je comptais bien finir mes jours[717](*). La, il s'agissait de la connivence intéressée, quasiment universelle, des scientifiques avec les appareils militaires. Cette mainmise insidieuse du militaire sur le monde scientifique dans son ensemble est également un phénomène récent, apparu seulement (du moins avec l'ampleur que nous lui connaissons maintenant) depuis la dernière guerre mondiale. Certes, si ce "choc"-là a perturbé ma trajectoire prévue (prévue par moi-même comme par tous) au point de déclencher mon départ sans retour d'un monde auquel je m'étais identifié jusque là (à une réserve tacite près…), c'est qu'il y avait en moi un besoin de renouvellement pressant et urgent, dont je n'ai pris conscience qu'avec le recul. J'ai eu par la suite tendance 1222
à minimiser ce qui avait été l'occasion particulière pour déclencher ce départ peu ordinaire. Je sais pourtant, aussiy a quel point sont immenses (en même temps qu'invisibles) ces forces d'inertie qui tendent à nous maintenir indéfiniment dans une même "trajectoire" justement, et qui s'opposent au renouvellement intérieure — et cela me fait mesurer aussi la puissance du choc intérieur qu'il a fallu, pour m'arracher à une trajectoire aussi solidement tracée que l'était la mienne.

Ce à quoi je veux en venir, c'est que "l'occasion particulière" qui avait déclenché mon départ, n'est pas sans avoir un *sens*, sûrement. Ce sens en tous cas était très fortement présent dans les premiers mois, et sans doute même pendant toute la première année, qui ont suivi mon départ. Par la suite, sous l'afflux d'impressions nouvelles et dans la dynamique même de ce premier et tumultueux renouvellement, il était naturel que ce sens recule à l'arrière plan et qu'il finisse par disparaître de ma vue. Mais alors même que je cesse de percevoir tel "sens" de mes actes passés ou présents et de leurs fruits, ce sens n'a pas disparu pour autant. Et mon retour à une activité mathématique, avec le contact plus circonstancié qu'il implique avec ce monde que j'ai quitté, m'a ramené inopinément à ce passé oublié. Car un des tout premiers fruits de ce "retour" (retour tout aussi imprévu qu'avait été mon départ naguère…) a été la découverte, dans ce monde qui avait été mien, d'une autre corruption, que je ne crois pas lui avoir jamais connue. Si j'essaye de

[717](*) Voir à ce sujet la note "L'arrachement salutaire" (n° 42), et également "Frères et époux — ou la double signature" et sa sous-note (n°s 134, 134*)

donner un nom à cette chose nouvelle, il me vient : *la perte du respect*. Je l'ai ressentie douloureusement plus d'une fois, au cours de ces dernières années, quand je voyais "tel de ceux que j'avais aimés, écraser dis@ crètement tel autre que j'aime maintenant, et en qui il me reconnaît". Au cours de la réflexion sur l'Enterrement, je l'ai retrouvée plus d'une fois encore, et dans des tons plus virulents, dirigés cette fois contre telles choses que j'avais fait naître par mes mains, ou contre tel continuateur qui avait osé s'en inspirer. Par ces moments, j'ai fait connaissance.. véritablement du "souffle' et de "l'odeur" de cet esprit, où s'est perdu le sens du respect. Mais je sais bien, aussi, que cet esprit-là "ne souffle pas qu'autour de ma demeure", alors même que c'est par son souffle sur moi@ et sur ceux que j'ai en affection, que je le "connais" véritablement — comme on ne connaît le goût d'un fruit amer qu'en le mangeant seulement. Cet esprit aujourd'hui est devenu l'esprit du temps.,..

Et je vois bien que ces deux corruptions, celle qui a déclenché mon départ et celle qui m'attendait à mon "retour", ne sont pas sans relation. Si j'essaye de cerner par des mots ce sentiment diffus d'un lien, je dirais que dans l'attitude de facilité des scientifiques 1223
vis-à-vis des séductions de l'argent des militaires (pour ne parler que de cet aspect-là) et des commodités qu'il offre, je décèle un manque de respect de soi, aussi bien au niveau individuel, que collectif (*ï. Et c'est dans la perte du respect de soi que je reconnais la racine de la perte de respect pour autrui, et pour l'œuvre vivante sortie de ses mains ou de celles du Créateur.

Je ne prétends pas avoir "compris" ni l'aie, ni l'autre "corruption". Il y a d'une part "l'esprit du temps", dont la dynamique particulière échappe presque entièrement (me semble-t-il) à l'action individuelle. Cette dynamique collective reste pour moi un mystère total, que je n'ai jamais songé à vouloir sonder. Il y a d'autre part la façon dont chaque être en particulier, doué de ses facultés de perception et de créativité, et lesté de tout le poids de ses conditionnements particuliers, répond à cet esprit du temps et fait de cette réponse (sciemment ou non) un des éléments cruciaux de son aventure particu-*. lière.

Au cours de ma réflexion, j'ai longuement essayé de cerner certains choix, et les forces à l'œuvre derrière ces choix, dans le cas des deux principaux protagonistes de l'Enterrement : le défunt, et le principal Officiant aux Obsèques[718](**). Ce qui est sûr, c'est que j'ai appris des choses chemin faisant, mais nullement que j'aie réussi dans ma tâche. Je puis mime dire que je n'y ai sûrement *pas* entièrement réussi, pour ce qui est de mon protagoniste. J'ai réuni des pièces d'un puzzle, je les ai rassemblées, et je suis mime convaincu que les pièces sont les bonnes et que l'assemblage, à peu de choses près, est correct — mais la connaissance du *tout* me fait toujours défaut, cela reste un assemblage de pièces qui, à présent, me restent *étrangères* — étrangères à ma personne et à mon vécu, et par cela même, incompris. Le travail fait m'aidera sans doute, en d'autres occasions, de m'y reconnaître tant bien que mal,

[718](*) Je suis désolé de risquer de heurter, ici, certains parmi mes amis d'antan qui font leur cette "attitude de facilité", sans pour autant, certes, estimer manquer au respect d'eux-mêmes 1 II n'est nullement sûr d'ailleurs que les scientifiques à d'autres époques, s'ils s'étaient trouvés placés collectivement devant des "séductions" du même ordre, auraient réagi différemment. L'occasion fait souvent le larron !

[718](**) (22 juin) Un troisième "principal protagoniste" a fini par m'apparaître, en "dernière minute", dans la note "L'album de famille" (n° 173), partie c. (Celui entre tous — ou l'acquiescement), d. et e.

de faire gaffe là où j'ai intérêt de faire gaffe (et plus j'avance en âge plus je me rend@compte qu'il y a intérêt souvent,..). Mais tout cela reste en deçà d'une véritable compréhension. Et la question me vient si finalement l'effort fait dans ce sens n'était pas un leurre — ou que le *but* tout au moins (celui de "comprendre autrui" dans telle situation de conflit) n'était pas 1224
un leurre (alors que le *chemin* suivi a été riche pourtant en enseignements. . .). Je me dis que comprendre vraiment le conflit dans. *cette personne-là* (ou dans toute autre à qui j'ai été lié de près et où je vois éclater des contradictions semblables), c'est sans doute aussi, *comprendre le conflit tout court.* Et je sais bien qu'une telle compréhension ne peut me venir d'une méditation sur autrui (lequel échappe à jamais à ma connaissance immédiate), mais seulement d'une méditation sur moi-même. Si la longue réflexion "La clef du yin et du yang" doit se révéler fertile, ce n'est pas par les échappés occasionnelles sur la personne d'autrui, mais bien par les retours sur ma propre vie et sur mon propre vécu, et sur la compréhension que j'en avais.

([180]) (3 avril) Je ne me sens pas incité, finalement, à essayer de faire une rétrospective en ([180])
quelques lignes, ou en quelsques pages, de ce qui m'est apparu au sujet de mon principal protagoniste dans l'Enterrement. Dans l'état actuel des choses, il me semble que ce ne serait guère plus qu'un exercice de style, et non le moyen pour un renouvellement d'une compréhension des plus fragmentaires. Pour le moment, j'ai hâte plutôt d'en arriver au point final de cette réflexion sur l'Enterrement 1

Je sais bien d'ailleurs, que ce point final-là ne sera pas pour autant la fin de l'Enterrement lui-même. Sûrement, les mois qui viennent, avec les échos de toutes sortes qui me viendront à ces notes, fruits de la solitude, serontils riches en surprises et en enseignements, que la réflexion solitaire n'aurait pu m'apporter. Il n'est pas dit non plus que toutes les surprises qui me viendront auront goût amer, et peut-être même l'avenir tout proche me réserve-t-il aussi quelque joie — appréciée d'autant plus qu'elle sera rare sans doute ; comme j'ai eu la joie aussi, rien que l'an dernier (une année faste 1) de recevoir des lettres pleines de chaleur de trois parmi mes collègues ou amis d'antan que j'avais en estime particulière ou en affection[719](*).

Pour ce qui est d'un effet global, si modeste soit-il, de Récoltes et Semailles sur "l'esprit du temps" dans le monde mathématique, il est à peine besoin de dire que je ne me fais à ce sujet la moindre illusion. Peut-être, tout au plus, la publication de ces notes mettra-t-elle fin à telle iniquité sans précédent, et qu'elle fera réajuster telle anomalie par trop criante — et encore, je suis peut-être optimiste. Et il est possible aussi que la réapparition inopinée du défunt lui-même, crû mort et faisandé depuis des âges, mettra une fin, ou tout au moins 1225
une sourdine plus circonspecte, au concert feutré de dérision qui entourait l'œuvre de ses mains, qu'il avait laissée. Et si cette réapparition ne met pas fin en même temps au boycott de bon ton sur une vision et sur des idées fortes et fécondes, peut-être du moins inciteratelle tel jeune mathématicien plus généreux que d'autres, de s'en inspirer sans réserve (au risque de déplaire) et de les faire siennes dans le respect.

Pourtant, si j'ai écrit Récoltes et Semailles, ce n'est pour aucune de ces choses-là, dont certaines viendront peut-être par surcroît, qui sait ! Je l'ai écrit "pour moi", certes, comme

[719](*) Il s'agit ici de lettres de D. Mumford, I. M. Gelfand et J. Murre.

tout ce que j'écris — comme le moyen d'une compréhension qui se cherche à tâtons. Mais en même temps, la pensée des autres, de ceux que j'ai aimés et que j'ai laissés un jour, alors que mon aventure m'amenait *ailleurs* — cette pensée ne m'a guère quitté tout au long de l'écriture de Récoltes et Semailles[720](*). Ces notes, en mêB ?e temps qu'une réflexion, et parfois une méditation, ont été et restent pour moi un *don* fait à ceux auxquels, au delà de moi-même, je m'adresse. Et je sais, certes, que ce don-là ne sera peut-être reçu par aucun, à part moi-même. Je ne regretterai pas pour autant l'avoir fait. Par ailleurs, s'il n'est reçu aujourd'hui, par tel de ceux auxquels il est destiné, peut-être le sera-t-il demain. Ce témoignage à la fois spontané, et longuement mûri, où chaque page et chaque mot vient en son moment et à sa place, ne sera pas moins vrai demain qu'aujourd'hui. Mais que ce soit aujourd'hui ou demain, s'il y a chose imprévue accueillie avec joie, ce sera d'apprendre que mon don a été reçu, ne fut-ce que par un seul, qui se serait reconnu à travers moi…

([181]) Plus plus que pour le "premier plan" du tableau de l'Enterrement, je ne me ([181]) sens incité à faire une rétrospective circonstanciée de mes lumières et de mes perplexités concernant les deux autres plans, formés l'un par le "groupe affairé de mes élèves, portant force pelles et cordes", et l'autre par la "Congrégation toute entière". Au sujet de celle-ci, et de son rôle dans l'Enterrement, je me suis exprimé de façon assez circonstanciée dans la note "Le Fossoyeur — ou la Congrégation toute entière" (n° 97@[721](**). pour ce qui est de mes perplexités concernant le rôle et les motivations de mes chers ex-élèves, elles apparaissent le plus clairement dans la note "Le silence" (n° 84), sans être cependant 1226 réexaminées sérieusement à aucun moment ultérieur de la rér flexion, c'est donc à ce niveau-là, celui du "deuxième plan" du tableau de l'Enterrement, que mon travail laisse le plus à désirer ! [722](*). Il n'y a pas eu là de travail comparable à celui que jfai fait dans la note citée "Le Fossoyeur…". Cette partie-là du tableau s'approfondit dans deux notes ultérieures, à la lumière de la dynamique du yin et du yang : "La circonstance providentielle — ou l'Apothéose" et "Le désaveu (1) — ou le rappel" (n°s 151, 152).

Cette note "Le Fossoyeur — ou la Congrégation toute entière", qui est la dernière note parmi celles écrites dans le "premier souffle" de la réflexion sur l'Enterrement, en est aussi sans doute la culmination. Avec le recul de près d'une année, je ne suis plus convaincu, pourtant, qu'une certaine motivation collective qui paraissait assez évidente, derrière l'Enterrement de ma modeste personne (vu comme un acte de "représailles pour une dissidence"), touche bien le véritable *nerf* de l'Enterrement, au niveau de la volonté collective, ce qui m'en fait douter, c'est que cette motivation me paraît être entièrement absente, ou sinon d'une portée dérisoire en comparaison d'autres forces en jeu, dans le cas de chacun de mes élèves[723](**). Or, un des faits les plus frappants dans tout l'Enterrement,

[720](*) Cette pensée se trouve exprimée plus d'une fois dans Fatuité et Renouvellement (la première partie de Récoltes et semailles). Elle est peut-être moins apparente dans les parties suivantes, mais n'en est pas moins présente.

[721](**) (22 juin) Ma perception encore floue de la Congrégation s'est concrétisée de façon imprévue dernièrement dans la note déjà citée "L'album de famille" (n° 173), parties c., d., e.

[722](*) (22 juin) Pour une continuation (modeste) de la réflexion sur le "deuxième plan" du tableaujvoir cependant la note du 19 juin "cinq thèses pour un massacre — ou la piété filiale" (n° 176).

[723](**) ce fait fait son apparition dans la réflexion de la note "Patte é Velours — ou les sourires" (n°s

c'est justement l'"accord unanime" qui existe entre ses trois "plans" successifs, dont les actes et omissions s'enchaînent et se complètent (comme orchestrés par une volonté commune d'une "cohérence sans failles"), aussi parfaitement que lors d'une cérémonie funèbre au sens propre du terme 1 Dans une si remarquable unanimité, dans une telle uniformité dans les dispositions intérieures et dans les actes, on devine aussi une motivation commune, un même "nerf" qui anime les uns et les autres.

Je n'entends pas suggérer que cette "rancune diffuse" que j'ai pu constater ici et là, causée par ma "dissidence" ressentie (superficiellement) comme une désertion, et (plus profondément) comme une mise en cause inadmissible — que cette rancune soit nulle et non avenue, et qu'elle ne joue un certain rôle. Mais je doute à présent que ce rôle soit déterminant que ce soit 1 à ce "nerf" commun — lequel serait commun à tous donc, *sauf* à ceux-là même dont le rôle dans l'Enterrement a été le plus crucial de tous I (A savoir, ceux qui furent mes élèves et par là, les premiers dépositaires d'un certain héritage.)

Cette "cause" (d'apparence relativement rationnelle) qu'est ma "dissidence", me paraît sans commune mesure pourtant avec le souffle de violence que j'ai senti dans une opération 1227
comme celle du massacre d'un "splendide séminaire", sous l'oeuil complaisant de la Congrégation ; et sans commune mesure aussi avec l'iniquité toute aussi violente qui s'étale dans un colloque Pervers@ aux applaudissements de la foule assemblée. Ce n'est pas non plus que j'étais un collègue ou un patron odieux, et trop craint pour que l'animosité accumulée qu'il provoquait se décharge tant qu'il était dans les parages ; qu'elle ait attendu qu'il soit déclaré mort et enterré pour se décharger enfin contre lui et contre ceux en qui on "le reconnaissait" tant soit peu. Rien, dans les échos qui me parviennent ici et là, ne va dans le sens ni d'une *crainte* que ma personne aurait inspirée et qui aurait trouvé par la suite sa revanche tardive[724](*), ni d'actefou de comportements feant soit peu précis, dont on me ferait *grief* et qui pourraient nourrir une animosité ou une violence (laquelle jamais pourtant ne dit son nom).

C'est là une situation-type de la violence que j'ai appelée "gratuité", ou "sans cause", si cette violence-là a fini par se trouver au centre de mon attention, dans la longue méditation "La clef du yin et du yang" (qui elle-même constitue comme le cœur de Récoltes et Se-

137), p. 644–645.

[724](*) II est vrai que j'ai longuement parlé, dans "Fatuité et Renouvellement", de la *crainte* qui a entouré, à partir d'un moment que je n'ai pas su situer, l'"homme de notoriété", et dont j'ai perçu parfois les signes autour de ma personne. Mais il s'agissait là de la crainte diffuse attachée à la notoriété justement, et non à ma personne elle-même — elle disparaissait dès qu'un contact tant soit peu personnel avait pu s'établir. J'ai l'impression qu'au niveau du contact personnel, j'étais plutôt perçu comme "la bonne pâte", que comme la personne qui serait crainte.

Il n'en a pas été différemment, j'en suis persuadé, même chez cet élève dont il a été question dans la section "La bavure — ou vingt ans après" (n°27), chez qui un certain "trac" a continué à se manifester pendant assez longtemps, à chaque nouvelle rencontre. Ce trac m'apparaît aujourd'hui comme le signe d'une insécurité intérieure ("Unsicherheit") envahissante, qui plus tard a trouvé compensation et exutoire dans des attitudes de domination et de mépris. Parmi ses nombreux élèves, les trois que j'ai eu occasion de connaître ont été, chacun, durement éprouvés par ses attitudes de malveillance, en apparence "gratuite". Visiblement, l'esprit qui s'est installé et règne un peu partout en milieu mathématique a favorisé l'apparition de tels comportements aberrants, qui à leur tour contribuent à façonner cet esprit et à lui imprimer cette marque déconcertante d'une brutalité feutrée. . .

mailles), ce n'est sûrement pas là un hasard. Cette violence, je ne la connais pas que de hier, il sfen faut, et ce n'est pas dans ma vie de mathématicien que j'y ai été confr-onté pour la première fois, face à face. Et s'il m'est arrivé parfois d'oublier son existence dans le monde des hommes, cela nfa jamais été pour bien longtemps, car elle-même s'est chargée bien assez vite de se rappeler à mon bon souvenir. Et pour parler de l'aujourd'hui — par une "coïncidence" étrange et (je le reconnais) bien souvent malvenue (ou du moins, ma'! acceuillie...), je ne me rappelle pas m'être vu confronté dans ma vie aux signes familiers 1228
d'une telle violence de façon aussi insistante, répétitive, harcelante, que depuis mon "retour aux maths" et surtout depuis l'écriture de Récoltes et Semailles ; et plus fortement encore, dans ces tout derniers mois et semaines.

Sûrement, il y a la un message insistant, qui me revient encore et encore, et qui sans doute reviendra jusqu'à ce qu'il soit entendu. J'ai commence a lui prêter oreille, dans les dernières semaines de la longue méditation sur le yin et le yan — tout en sachant que je n'étais pas arrivé au bout encore de ce qu'il avait à me dire. Dans les deux mois qui se sont écoulés depuis, un travail souterrain a dû pourtant se poursuivre en silence. Il me semble que ce qui est essentiel et caché[725](*) a commencé à se décanter de choses accessoires plus apparentes (ou, du moins, moins difficiles à admettre). L'image du "nain et du géant" (fournie par mon ami Pierre) a continué à me hanter. Derrière cette image, je crois déceler un archétype d'une force considérable, qui serait comme l'ombre, ou une des ombres, de la répression subie dans la petite enfance. Son rôle serait celui d'un exutoire, et d'une compensation, à la répression de la force créatrice, répression depuis longtemps intériorisée en cette "conviction inexprimée d'impuissance"... Dans cet archétype pressenti, je crois sentir un puissant moteur d'actes de violence gratuite, frappant celui perçu comme "géant", comme porteur d'une force intacte — actes se déclenchant sans "cause" autre que celle seulement d'une *occasion propice*, quand le risque encouru paraît nul, ou minime.

Peut-être en ai-je déjà trop dit, alors que par ces lignes je viens tout juste d'effleurer une intuition ténue et insistante, me signalant un travail qui doit se faire, et qui reste devant moi. Pour ce travail, l'Enterrement est un des matériaux seulement, avec bien d'autres qui me viennent de ma vie dite

(*ï En écrivant cette ligne, j'avais conscience que le terme "caché" ici était un pis-aller, une sorte de concession au "Consensus". Souvent, j'ai pu constater, en découvrant telle chose que j'avais ignoré@ma vie durant, que cette chose n'était nullement "cachée", mais au contraire bien en vue, évidente, au point parfois qu'elle crevait les yeux, sans pour autant que je consente à la voir. Il en est ainsi le plus souvent dans la découverte du nouveau, qu'il s'agisse d'un travail mathématique, ou d'un travail de découverte de soi. La cause pour une telle cécité, pour ce blocage des facultés de bon sens ou d'intuition élémentaire, n'est nullement une déficience de ces facultés. Elle se trouve plutôt dans une inertie quasi insurmontable de l'esprit pour s'écarter de l'ornière des consensus bien établis — que ceux-ci soient admis dans la société toute entière, ou dans tel milieu plus limité dont on fait partie, voire même, qu'ils soient conclus et scellés en notre for intérieur seulement, tels les articles d'un traité que le "patron" aurait conclu avec lui-même et pour sa seule convenance... "privée". Ce n'est pas ici le lieu de le poursuivre ou seulement de l'aborder 1229
Sa place n'est pas dans des notes destinées à être publiées.

([@@@]) (4 avril) Dans cette rétrospective promise, de ce que ma réflexion m’a enseigné ([@@@]) sur autrui, ma pensée, comme malgré moi, revient avec insistance à ma propre personne. C’est là pour moi un bon signe — le signe du fort besoin en moi de revenir à ce qui est essentiel. C’est de la connaissance de moimême que me vient, par surcroît, une compréhension d’autrui, et non l’inverse. Et plus d’une fois depuis qu’il m’arrive de méditer, le souci de “comprendre autrui” a été le moyen d’une diversion dans la tâche essentielle, celle de faire connaissance de moi-même.

Avant de revenir a moi-même de façon délibérée (et a l’encontre de mon impatience d’en arriver au fameux “point final” I), je voudrais inclure encore un témoignage qui m’est parvenu dernièrement, concernant mon ami Pierre. C’est le seul témoignage de son espèce dont j’aie eu connaissance, depuis mon départ de la scène mathématique. Il donne de mon ami un éclairage très différent de ceux qui me sont connus par ailleurs. Cela me rappelle aussi à nouveau, fort opportunément, que la réalité est plus complexe constamment et plus riche, que les images que je peux essayer de m’en faire cahin-caha[726](*).

Le témoignage en question n’est pas direct. Il s’agit des impressions d’une rencontre (plus ou moins fortuite) d’un mathématicien étranger avec Deligne, dont ce collègue a parlé (à chaud encore, je présume) à mon correspondant, lequel m’en a transmis le récit dans une lettre. Avec l’autorisation de mon correspondant et du collègue (que j’appelle “z” dans la suite) qui lui a fait le récit, je donne ici la traduction de la partie de la lettre concernant cette rencontre. Mon correspondant suppose que la scène doit se situer dans l’année 1981. (NB c’est aussi l’année du Colloque Pervers, colloque dont il n’avait pas été question d’ailleurs entre mon correspondant et moi.) ”. . . Un jour z. était allé à Bures pour une conférence, et 1230
s’est retrouvé là dans une pièce @“la salle du thé’[1] à l’IHES, visiblement@@ où on servait le thé, et où il y avait beaucoup de mathématiciens. Voilà que la porte s’ouvre et que Deligne entre dans la pièce. Monsieur Z. raconte la scène de façon assez vivante : il avait l’air flapi, les bras ballants, on sentait autour de lui un certain isolement. Tous les autres avaient l’air de le regarder fixement, un peu comme l’oiseau rare, sans que personne n’aurait su lui dire quelque chose, z. était assis un peu à part, près de la fenêtre, et Deligne, plutôt indécis, s’est assis auprès de lui. Z. ne savait trop quoi lui dire. Alors la pensée lui est venue de dire simplement, à quel point il trouvait extraordinaire l’ensemble d’idées autour de la “topologie étale” etc, et les idées nouvelles que vous avez apportées. @“Vous”, ici et dans la suite, signifie : moi, Grothendieck, à qui mon correspondant s’adresse J. Aussitôt les yeux de Deligne se sont mis à briller, il lui a dit, oui, c’est là une des meilleurs choses qu’il y ait dans la mathématique ; et comme c’était beau, d’écouter vos[727](*) conférences. . . et il a raconté : songez donc seulement à ceci, et à cela. . . en énumérant un tas de choses où

[726](*) Je n’entends nullement suggérer par là que l’effort qu’on fait (et que je fais moi-même constamment) de se faire une image de la réalité, aussi “fidèle” que possible, et d’ajuster cette image au fil des “informations” de toutes sortes qui nous proviennent — que cet effort soit vain ou stérile. Au contraire, il y a là une dialectique d’une grande efficacité pour nous mettre en contact avec la réalité et pour la “connaître”. Dans la mesure seulement où l’image (lestée, par la nature des choses, d’une inertie propre) reste entièrement inerte, figée, devient-elle aussi un obstacle à l’appréhension de la réalité, ou pour mieux dire : un *moyen* efficace pour taire échec à nos facultés d’appréhension, et pour “évacuer” la connaissance que nous avons bel et bien de la réalité.

Z. n'y entendait rien (selon ce qu'il m'en a dit luimême), mais il voyait l'enthousiasme, qui était soudain apparu en son interlocuteur. Et Deligne a ajouté : quel dommage, que vous vous[728](*)'soyez retiré ! Il était sur que la cohomologie cristalline et bien d'autres choses encore ne seraient pas dans cet état plutôt rébarbatif, mais qu'ils seraient à présent des constructions bien debout tout comme la cohomologie étale, si vous vous @*)@ y étiez vraiment attaqué encore...“

Deux choses m'ont frappé dans ce récit. Il y a l'impression d'isolement, qui semble beaucoup avoir frappé Monsieur z. Je serais bien en peine de dire si cette impression provient d'un moment très particulier dans la vie de Deligne, ou si un tel isolement a fini par imprégner ses relations à l'ensemble de ses congénères. Je n'ai eu aucun autre témoignage allant dans ce dernier sens.

L'autre chose frappante, et également unique parmi les échos qui me sont revenus, c'est l'apparition soudaine de cet enthousiasme, de cette chaleur, à l'évocation de mon nom et d'un certain passé. C'était un passé que depuis longtemps il avait décidé de déclarer nul et non avenu. Et les racines aussi, qu'il avait dans ce passé. Et dans ce passé, aussi, il y avait encore une fraîcheur d'enfance, cette fraîcheur qu'il avait bannie de sa vie d'"adulte".

(*ï Comme précédemment, "vous" ici réfère à moi, Grothendieck. d'homme important 1231
et admiré. Ça devait faire partie du bon ton, autour de lui, de ne pas faire allusion a ce passé, aux temps où il n'était encore qu'un étudiant parmi d'autres, épris d'une belle passion... — pas plus que dans la maison de l'homme cossu, entouré de meubles de style, on ne parle de débuts modestes, voire besogneux...

Et voilà que cet inconnu, assis à son côté par le plus grand des hasards, se met à parler soudain et avec chaleur, comme si c'était là la chose la plus naturelle du monde, de ce dont personne jamais ne parle (pas devant lui, tout au moins...) 1 sûrement, c'était comme si soudain cette ambiance sélecte et compassée s'était évanouie, et que cette chaleur d'un inconnu réveille en lui une même chaleur, et — l'espace d'un instant — le relie a. nouveau à une source lointaine, crue à jamais oubliée et perdue...

([@]) J'en arrive enfin à la partie la plus personnelle de cette rétrospectivebilan commencée il y a plus d'un mois. Il me reste à passer en revue rapidement ce que cette réflexion m'a enseigné *sur moi-même*. ([@])

La première chose que la réflexion m'ait fait découvrir, c'est un certain *passé* — mon passé de mathématicien, sur lequel je ne m'étais jamais soucié précédemment de m'arrêter, ne fut-ce que l'espace d'un instant. Derrière l'apparente platitude d'une surface grand teint et sans problèmes, j'ai vu à nouveau s'ouvrir la profondeur de tout ce qui est communément négligé, escamoté (comme par un subreptice coup de balai bien envoyé) de l'image consciente confortable qu'on a coutume de se faire de soi-même et de ce qui nous entoure. Parmi les "bavures" (ou balayures...) jamais examinées, du moins pas dans ma vie de mathématicien, il y a l'action insidieuse, et parfois envahissante, de la fatuité dans la relation à tels de mes amis. Des les débuts, cette fatuité avait pris la forme d'une sorte d'élitisme mathématique, qui restait tacite et dont je n'avais aucunement conscience, tant mon attitude semblait aller de soi. cet élitisme (ou "meritocratisme", comme l'appelaient Chevalley et Guedj), a dû se durcir avec les années. Il s'est cristallisé en cette attitude "sportive" que je finis par découvrir vers la fin du "premier souffle" de la réflexion. Sous des dehors de bon aloi, cette attitude sanctionnait des dispositions de possessivité jalouse vis-à-vis de ce qui était ressenti comme "chasses gardées" pour moi-même, et pour ceux qu'il me plaisait d'y accueillir, vu leurs brillantes qualités.

Ces dispositions très "patron" n'épuisent pas, heureusement, le contenu de ce qu'a été, 1232
entre 1948 et 1970, ma relation à mes amis, collègues et élèves dans le monde mathématique, ou à la mathématique elle-même — il s'en faut de beaucoup. Néanmoins, elles en constituaient une insidieuse note de fond, que je n'ai jamais pris la peine de noter ava. nt l'an dernier, dans la première partie (ou le "premier souffle") de Récoltes et Semailles. Cette découverte progressive culmine avec la section "La mathématique sportive" (n° 40). Celleci me semble marquer le moment d'un changement qualitatif dans la réflexion. Je l'ai ressenti dans l'instant comme le *passage d'un col*, qui m'aurait ouvert une échappée soudaine sur un panorama nouveau...

Avec le recul d'une autre année encore, je vois à présent cette première longue période de ma vie de mathématicien parmi les mathématiciens, entre 1948 et 1970, comme une sorte de *troc* du "droit d'aînesse" qui m'appartient (comme il appartient a chacun), de vivre pleinement (si tel est mon choix) une aventure particulière et unique, contre le "plat de lentilles" d'une identification (que j'aurais voulue sans réserves, sans jamais y parvenir tout à fait...) avec une "communauté mathématique" idyllique et fictive, et en même temps dispensatrice d'avantages confortables[729](*). Par cette image, je ne prétends pas avoir tout dit sur cette période-là, trop riche certes pour pouvoir être enfermée dans une formule à l'emporte-pièce. Mais l'image me semble cerner un aspect important, apparu pour la première fois dans cette première phase de la réflexion. Cet aspect réapparaît dans le nom "Fatuité et Renouvellement" qu'a pris (après cc@up) cette partie de Récoltes et Semailles.

La partie la plus personnelle et la plus profonde de cette première phase est formée des trois derniers "chapitres"[731](**) VI à vil : "Récoltes", "L'enfant s'amuse" et "L'aventure solitaire". Dans "Récoltes", je reprends d'abord contact avec certains moments de ma vie (pas seulement ma vie de mathématicien, cette fois) — des moments chargés de force de renouvellement. On aurait dit que, mu par une force inconnue, par quelque voix secrète et impérieuse, je cherchais à retrouver ces mêmes dispositions d'*innocence*. pour franchir le 1233
seuil qu'obscurément je sentais encore devant moi. Sans que j'aurais su alors le prédire, bien sûr, il me restait à ce moment à faire la découverte d'une attitude possessive vis-à-vis de la mathématique elle-même. Je continuais à monter une pente, sans hâte et sans hésitation, comme si mes pieds suivaient un invisible chemin qu'eux seuls "voyaient". Je savais, sans avoir à me le dire, qu'il me menait où il fallait, alors que peu à peu, pas à pas, les brumes

[729](*) C'est là l'ambiguïté dont il a été question dans une précédente note de b. de p. (note[730](*) à la p. 1219).

[731](**) Bien sûr (et comme je le précise dans l'Introduction à R et S), ces "chapitres", groupant des sections consécutives reliées par un thème commun ou par des affinités particulières, ont été instauré* après-coup, une fois terminée l'écriture de ce qui allait être (seulement) la première partie de Récoltes et Semailles. Dans Fatuité et Renouvellement, il m'arrive occasionnellement d'y référer comme à des "parties" de R et S (qu'il ne faut pas confondre avec les cinq parties "Fatuité et Renouvellement" etc en quoi l'ensemble de la réflexion de février 1984 à aujourd'hui s'est groupée).

se dissipaient.

C’est ainsi que j’ai atteint ce nouveau seuil dans mon voyage, ou ce *col* plutôt : U, A, v@”’@@o@. @–

“. . . Et j’ai eu l’impression, sitôt arrivé à ce point, de celui qui arrive à un belvédère, d’où il voit se déployer le paysage qu’il vient de parcourir, dont à chaque moment il ne pouvait percevoir qu’une portion. Et il y a maintenant cette perception d’étendue et d’espace, qui est une libération..

Sitôt franchi ce point sensible de la réflexion, celle-ci s’approfondit en une méditation sur moi-même. Dès le lendemain déjà, je sens le besoin d’introduire cette image du “patron” et de “l’ouvrier”, alias l’enfant, image qui m’était devenue familière depuis deux ou trois ans déjà. Mais j’étais loin de soupçonner à quel point elle allait se révéler utile dans la réflexion encore à venir, alors que depuis près de deux mois déjà, je me croyais sur le point de toucher à la fin, pour me remettre illico à mes notes mathématiques avec “A la Poursuite des Champs” 1

Dans les quatre sections formant le “chapitre” “L’enfant s’amuse”, je me remets en contact avec certains aspects et péripéties de ma relation à la mathématique. Je les avais déjà longuement sondés près de trois ans auparavant (entre juillet et décembre 1981), mais j’avais largement eu le temps depuis de les oublier. Mon propos cette fois est surtout de me mettre en dispositions pour sonder le sens de mon retour imprévu à un investissement mathématique de longue haleine, et arriver à “me” situer entre les deux passions, en apparance mutuellement exclusives, qui à présent dominent ma vie ! la mathématique, et la méditation.

Cette “exclusion” mutuelle de ces deux passions m’apparaît d’ailleurs à présent moins draconienne, qu’il y a encore deux ans. Dans “A la Poursuite des Champs”, la réflexion mathématique laisse place parfois, ou même devient l’occasion, d’une réflexion tant soit peu personnelle, où ma personne, en tant qu’être doué de sensibilité et de sentiments, d’une curiosité (pas seulement mathématique) et d’une destinée, n’est plus entièrement absente.
Et en sens inverse, dans cette réflexion sur moi-même qu’est Récoltes et Semailles, cette 1234
réflexion même me remet en contact avec d’anciennes amours mathématiques, et devient l’occasion ici et là d’amorces de réflexion mathématique[732](*).

Il est possible que ces possibilités de coexistence, voire de symbiose, entre ces deux expressions différentes de la pulsion de connaissance en moi, doivent, par la nature même des choses, rester assez limitées. Mais il était clair en tous cas pour moi, lors de la réflexion de l’an dernier (et même, déjà depuis la longue méditation poursuivie trois ans avant), que ces deux passions ne sont nullement de nature antagoniste, ni même d’essence différente. Dans la dernière partie de la réflexion, “L’aventure solitaire”, je m’efforce de cerner au plus près en quoi exactement ces passions diffèrent, et les “aventures” aussi qu’elles m’ouvrent l’une et l’autre. C’est à l’occasion de cette interrogation que je découvre ce fait évident, que j’avais fait mine d’ignorer ma vie durant : que la mathématique est *“une aventure. collective”*, et que ma propre aventure mathématique ne prend son sens que par ses liens à cette aventure collective plus vaste dont elle fait partie.

A vrai dire, je ne fais d’abord qu’effleurer ce fait en passant, dans la section “L’aventure solitaire”, alors que mon propos à ce moment est plutôt de cerner par des mots une chose qui m'était bien connue par contre, et que je continuais pourtant à avoir du mal à accepter pleinement : c'est que la méditation, elle, est une *aventure solitaire*. Cet effort de formulation d'une chose "connue" n'a sûrement pas été inutile, loin de là 1 Elle mfa fait approfondir cette connaissance, tout en me faisant découvrir dans la foulée ce fait évident et nouveau (pour moi du moins), du lien qui me relie à une *autre* aventure (dont à ce moment j'aurais voulu, ou quelqu'un ou quelque chose en moi aurait voulu, se distancer...), l'aventure mathématique qui, elle, est collective.

Le terrain est prêt, désormais, pour que dès le lendemain, dans la section "Constat d'une division", je pénétre au cœur même de mes perplexités. C'est le constat, tout d'abord, que la "mise du patron", et alors même qu'il voudrait se leurrer lui-même (comme il serait plutôt dans sa nature...) ne peut être que l'aventure collective — la seule susceptible de lui apporter des "retours" substantiels. "L'enfant seul par nature est solitaire" ; c'est

(*ï (10 mai) Ces "amorces de réflexion" ont d'ailleurs, dès à présent, porté des fruits, par le renouvellement de ma compréhension de certains thèmes, laissés au rancart depuis quinze ans. l'enfant seul que peut attirer une aventure dont personne d'autre au monde 1235
ne veut, et une connaissance, tangible certes et bien souvent évidente, qu'il ne pourra pourtant partager avec personne. Et à présent c'est bien là, bien malencontreusement au gré du "patron", que va la "préférence du morne" dans le cas de *mon* "entreprise".

Ce constat débouche sur le constat d'une *division* en moi, 1 a *division patron-enfant*. C'est la première fois que je fais un tel constat dans des dispositions d'attention extrême et de rigueur. Ce n'est pas là un *décret*, que j'aurais formulé en accord avec telle ou telle "façon de voir" ou philosophie ou que sais-je, et qui prétendrait à une validité plus ou moins universelle, c'est un simple *constat* en effet, issu d'un examen attentif d'un cas d'espèce très particulier, celui de ma modeste personne, à un certain stade de mon développement. Peut-être que cette division-là disparaîtra un jour, sans que pour autant le patron cesse de vaquer au nécessaire, tout en laissant l'ouvrier-enfant travailler à sa guise. Ce n'est pas là mon souci aujourd'hui, et ça n'a pas à l'être. A chaque jour suffit sa peine...

(5 avril) II est vrai que cette division m'avait été révélée il va y avoir neuf ans, dans un rive, par une parabole mise en scène avec une force bouleversante. C'était deux jours après avoir découvert la méditation, ce pouvoir longtemps ignoré qui est en moi, à ma disposition à tout moment — et c'est en allant au fond du sens de ce rêve que j'ai retrouvé cela en moi qui n'est pas divisé, l'*autre* en moi, si longtemps silencieux et invisible, "un être très cher, cru mort une longue vie durant...". La chose nouvelle, la chose essentielle apparue alors, ce n'était *pas* la division, que je ne connaissais que trop, ni ce que ce que le rêve me révélait avec une telle force sur la nature de cette division, s'incarnant en deux êtres familiers et aimés dont l'un ni l'autre n'avait de nom et qui étaient *le même* mais c'étaient ces *retrouvailles*, venant après quatre heures de méditation intense, tels des intenses labeurs d'accouchement.

Je savais bien alors, et dans les jours et semaines qui ont suivi, que ces retrouvailles n'étaient pas la fin de la division. Mais grâce à elles, je voyais cette division avec des yeux nouveaux — comme une chose importante, certes, mais somme toute "accessoire" devant une autre réalité plus essentielle, celle d'une *unité* indivise, indestructible, de cela en moi que j'avais retrouvé, et que plus tard j'ai reconnu comme étant "l'enfant". Cette double

connaissance a été présente alors de façon très vive et aiguë. Elle s'est émoussée dans 1236
les années qui ont suivi, en ce sens que la connaissance de cette division "accessoire", et néanmoins bien réelle et tangible, a eu tendance à être escamotée. Alors que "le patron" s'était laissé entraîner à "miser" à fond sur la méditation (le fameux "cheval à trois pattes"...), il avait grande envie de suggérer (sans avoir l'audace, ou la maladresse, de le dire jamais en clair...) qu'avec la méditation et tout ça, la division désormais, c'était une chose dépassée, il n'y en avait plus du tout autant dire, à peine une petite bavure ici et une autre là, d'accord on ne vas pas le nier, mais que c'était quand même presque comme s'il n'y en avait pas ; y avait qu'à regarder le morne-ouvrier tellement content de s'en donner à cœur joie@ et un patron-gâteau marchant sur la pointe des pieds pour surtout pas le déranger — la vraie idylle, autant dire ! Je me demande si la réflexion de l'an dernier, celle d'avant le tournant (avec la "mathématique sportive"), là surtout où je fais une rétrospective bien inattendue sur "mes passions" (dans la section de même nom, n° 35), n'est pas justement un peu dans ces tons-là encore, où l'éclairage force un soupçon sur le rosé...

Toujours est-il que ce "constat d'une division" m'a alors fort opportunément remis en contact avec une réalité que j'avais eu tendance à perdre de vue, depuis bien des années. En même temps, il m'a fait retrouver dans un éclairage nouveau, avec des yeux nouveaux, cette division perçue très clairement huit ans avant. Je puis le dire sans la moindre réserve ni le moindre doute, car je me rappelle bien qu'au moment de ce "constat", il n'y avait aucune association avec l'épisode des retrouvailles, et avec ce que celui-ci m'avait enseigné justement au sujet d'une certaine division et sur sa nature l Cette association n'a fini par se présenter que tantôt, au moment où j'ai repris le fil des notes de la veille. Cela montre bien à quel point le contenu "accessoire" (et indésirable 1) de la connaissance apparue lors de cet épisode, a été escamoté. Cela a dû se faire d'autant plus facilement, qu'il n'y a pas eu à cette époque, et après le tournant crucial des retrouvailles, de réflexion au sujet de ce contenu-là, et que l'image (apparue des années plus tard) du "patron" et de "l'ouvrier-enfant", la mieux apte peut-être à exprimer ce contenu, faisait encore défaut.

Il me semble à présent que c'est ce "constat" renouvelé de la division, qui représente la chose la plus importante que j'aie apprise sur moi dans cette première partie de Récoltes et semailles. Ce constat tient en quelques lignes d'une des sections les plus courtes de cette partie-là de la réflexion. On pourrait penser que si c'était pour en arriver là, il 1237
n'y aurait peut-être pas eu lieu de poursuivre sur cent cinquante pages les arcanes des manifestations de la fatuité à travers ma vie de mathématicien. Rien de plus vrai sûrement, en termes du "bon sens" courant. Mais il est vrai aussi que ce "bon sens" taillé à coups de serpe n'est nullement apte à appréhender les voies délicates et profondes d'un travail de découverte, qu'il s'agisse de la découverte de soi, ou du travail plus fruste[733](*) de la découverte mathématique. Jfai l'intime conviction que dans cette longue réflexion Récoltes et Semailles, chaque chose vient en son lieu et en son temps, préparée et mûrie par toutes celles qui l'ont précédée.

([184]) (6 avril) Avec ce court constat d'une division, vers la fin du mois de mars l'an ([184])
dernier (il y a un peu plus d'un an), j'ai crû d'abord avoir terminé la réflexion Récoltes et semailles. J'étais loin de me douter qu'il allait en venir encore cinq fois autant (compté en

nombre de pages) l Daris les jours qui suivent, je m'occupe de choses et d'autres, et mes pensées commencent à revenir sur des thèmes mathématiques. Pourtant, un "petit point" encore, laissé en suspens dans la réflexion, continue à me trotter dans la tête. Au delà d'une perplexité qui pouvait sembler de pur détail, je devais sentir confusément que je n'avais pas vraiment fait le tour encore des forces à l'œuvre dans le "basculement" du patron vers un investissement mathématique de longue haleine. Ou, si j'en avais bien mis à jour les ressorts essentiels, ma compréhension restait encore pale et fugitive, faute d'avoir "posé" suffisamment sur la chose pour qu'elle pénètre plus avant. Ce "dernier petit point" allait devenir le biais par lequel j* allais revenir sur ce qui restait empreint d'une impression de flou. Cette reprise de la réflexion s'accomplit dans la section

(.*@ Si le travail de découverte scientifique m'apparaît comme "plue fruste" que celui de la découverte de soi, c'est (il me semble) pour deux raisons. D'une part, il ne met guère en jeu que nos seules facultés intellectuelles, c'est à dire une partie infime de notre être. (Le travail scientifique a tendance d'ailleurs à faire s'hypertrophier cette partie de nos facultés, aux dépens des autres et d'un équilibre global de la personne, et à la limite, de transformer celle-ci en une sorte de monstre-ordinateur…) D'autre part, les résistances intérieures (s'opposant à la découverte du réel) mises en jeu par le travail scientifique, sont le plus souvent sans commune mesure avec celles qui s'opposent à la connaissance de soi. C'est pourquoi aussi "l'aventure scientifique" n'est que très rarement, et pour ainsi dire plus jamais de nos jours, une "aventure de vérité" — une aventure, donc, qui mette à contribution nos capacités d'humilité et de courage à assumer une vérité malvenue, vis-à-vis de nousmême d'abord, et vis-à-vis du monde extérieur ensuite. qui était alors (et 1238
pendant trois semaines encore) censée clore Récoltes et Semailles, et qui prend aussitôt le nom "Le poids d'un passé". Ce nom exprime bien la découverte inattendue de ce *poids* de mon passé de mathématicien, en même temps que de la force du lien qui continue a me relier à l'aventure collective. Et encore, ce que j'en entrevois ce jour-là n'est que le sommet aux modeste* proportions d'un iceberg, dont la partie immergée colossale allait apparaître progressivement, au cours des mois et de l'année entière qui allaient suivre…

Cette section qui clôt ce premier souffle de la réflexion, est en même temps comme une amorce et un appel du deuxième. Ce "poids d'un passé", visiblement, a sa racine dans mon attachement à une œuvre, et plus encore qu'à l'œuvre achevée, menée à terme, dans l'attachement à des idées-force et à des visions dont je sens bien, dont je "connais" intimement la fécondité et la puissance, et dont je me rends compte plus ou moins confusément et depuis des années qu'elles végètent pourtant en terrain ingrat et aride, secrètement et insidieusement hostile… Aussi cette réflexion "Le poids d'un passé", qui rappelle à mon bon souvenir et l'œuvre, et mes liens à l'œuvre, devient-elle l'occasion d'une longue note où, pour la première fois depuis mon "départ", je m'exprime au sujet de cette œuvre et du sort qui lui a été fait. Ce qui avait été ressenti confusément depuis dix ou quinze ans, prend forme enfin et se manifeste en des mots, hésitants parfois à venir, et qui, une fois écrits noir sur blanc, me disent clairement un message dont jusque là j'avais évité de prendre connaissance. Par la suite, vu la longueur de cette note écrite d'une traite, je l'ai subdivisée en deux, avec les noms "Mes orphelins" et "Refus d'un héritage — ou le prix d'une contradiction" (n°s 46, 47).

On peut considérer que cette double note constitue le coup d'envoi pour la réflexion sur l'Enterrement[734](*). Celle-ci allait enchaîner trois semaines plus tard, le 19 avril, sous le coup de l'émotion suscitée par le "mémorable volume" LN 900, consacrant l'exhumation des motifs sous la houlette du "nouveau père" Deligne. Ce "deuxième souffle" de la réflexion se poursuit intensément jusque vers la fin mai — mi-juin, où elle prend fin (alors que je me crois à nouveau sur le point de mettre le point final, le vrai de vrai 1) par l'épisode-maladie 1239
(*ï.

Ce deuxième souffle n'est pas, à proprement parler, une réflexion sur moi-même ou sur mon passé, mais bien plutôt une "enquête" sur l'Enterrement que je venais de découvrir, en même temps qu'un effort pour "digérer" tant bien que mal et au fur et à mesure, les faits patents et pourtant (vu sans doute mon indéracinable naïveté ï) époustouflants, incroyables. Si elle m'a néanmoins appris quelque chose sur moi-même, c'est surtout en me rendant saisissante la force de mon attachement à mon passé et à mon œuvre. J'étais touché à vif, voyant l'œuvre comme arrachée en morceaux, tels morceaux pour la poubelle, tels autres pour s'en gausser, et tels autres encore appropriés sans vergogne, comme de la bagatelle à tout venant…

J'ai su alors que je n'étais pas "sorti du manège" encore, autant que je l'avais crû dans l'exultation qui avait suivi le franchissement d'un certain "col" et le vaste panorama qui s'était alors ouvert devant moi[735](**) ! Ou pour le dire autrement, j'ai pu mesurer alors tout le *poids* de ce passé, et toute la force des mécanismes égotiques qui continuent à m'y attacher. Cela a été une grande surprise !

Il y a pourtant encore une autre chose sur moi-même que je découvre au cours de cette deuxième phase de la réflexion, de nature à compléter ce que j'avais appris au cours de la première. Dans celle-ci, j'avais mis à jour surtout un certain "envers" d'une attitude de fatuité en moi, par des attitudes d'*exclusion* vis-à-vis de tels collègues ou même amis que, pour une raison ou une autre, je ne rangeais pas dans le monde de "l'élite" dont je me sentais moi-mime faire partie (tacitement, il va de soi !). *L'endroit* de la même médaille est une attitude de *complaisance* et d'ambiguïté dans ma relation aux mathématiciens plus jeunes (et notamment, à mes élèves), que j'avais pour ainsi dire co-optés comme faisant partie, eux, de "mon monde" ; soit à cause de leurs moyens brillants, soit simplement parce que je les avais acceptés comme élèves et qu'ils étaient dès lors perçus par moi comme placés sous ma "protection". Je commence à mettre le doigt sur cette attitude dans la note "L'ascension" (n° 63*) du 10 mai, suivie par la note "L'être à part" (n° 67′) du 27 mai, l'une et l'autre consacrée à ma relation à mon jeune et

(*ï Au sujet de cet épisode-maladie, voir les deux notes "L'incident — ou le corps et l'esprit" et "Le piège — ou facilité et épuisement" (n°s 98, 99). brillant ami Pierre. 1240

[734](*) Cette circonstance n'apparaît malheureusement pas dans la table des matières à l'Enterrement I (ou La robe de l'Empereur de Chine), où la double-note en question forme le Cortère II (Les orphelins), et non le Cortège I (qui est L'élève posthume), cela tient à l'ordre dans lequel se succèdent les références aux "notes" (n°s 44 à 47) à l'intérieur de la section ultime "Le poids d'un, .. passé" (n°50) de Fatuité et Renouvellement, section que ces notes sont censées commenter.

[735](**) Cette exultation s'exprime dans la section "Fini le manège!" @ne 41), et est mise en sourdine cinq ou six semaines plus tard, dans la note "Un pied dans le manège" (n° 72).

Cette réflexion s'approfondit dans la note "L'ambiguïté" " (n° 63″) du 1 juin, où elle se porte sur mes relations à mes élèves en général. C'est là que je décèle enfin une'certaine ambiguïté qui, faute d'avoir jamais été repérée par moi et examinée, m'avait suivi jusqu'en ces dernières années encore. J'ai d'ailleurs été confronté à nouveau à cette ambiguité-là tout dernièrement, dans un contexte un peu différent, dans la sous-note "L'éviction (2)" (n°169) @dans la deuxième partie de celle-ci, datée du 16 mars). Je m'y vois amené à constater que l'éviction de ma personne du séminaire SGA (lequel représente la somme d'un investissement de dix années de ma vie)[736](*), éviction mise en œuvre par les soins surtout de certains des plus proches parmi mes anciens élèves, est simplement la récolte naturelle d'une attitude ambiguë que je m'étais plu à entretenir avec eux, concernant leur juste place et la mienne dans l'œuvre aux vastes dimensions SGA, dans laquelle l'un ou l'autre d'entre eux s'était investi l'espace d'un an ou deux.

([185]) II me reste à passer en revue ce que m'a enseigné sur moi-même le "troisièiresouffle" ([185]) de la réflexion, commençant le 22 septembre dernier (après la fin de l'épisode-maladie) et sur le point de toucher à sa fin[737](**). Il s'agit ici, avant tout, de la réflexion poursuivie dans "La clef du yin et du yang", qui est la partie qui me paraît la plus personnelle et la plus profonde de Récoltes et semailles, sans aucun@propos délibéré, c'est ma personne et ma relation au monde qui s'y trouve le plus souvent au centre le l'attention. Quand celle-ci semble s'en écarter par moments, pour se porter vers des thèmes en apparence plus généraux, ou pour s'attarder sur la@personne de mon ami pierre, c'est toujours au centre pourtant, à l'acteur-observateur, à celui qui ressent, perçoit, interroge et sonde, qu'elle retourne sans tarder, comme attirée par une force invisible. Avant toute autre chose et sans vouloir l'être, c'est donc une *méditation sur ma vie et sur moi-même*, abordés par un biais inattendu : celui de l'Enterrement.

C'est la partie de la réflexion aussi qui m'apparaît comme la plus riche, celle par laquelle j'ai le plus appris. Beaucoup de choses "connues" se sont situées les unes par rapport 1241
aux autres, et des choses qui étaient seulement entrevues ou pressenties, ou "sues" mais négligées, noyées dans la pénombre confuse du tout-venant, se sont mises à émerger de l'ombre et à révéler et leur poids, et leurs contours. Cela a été comme une ouverture nouvelle, l'invite pour un nouveau grand départ dans l'inconnu — à un moment où il avait semblé que ce fameux "investissement mathématique de longue haleine" allait mettre fin pour des années au travail de découverte de moi-même...

Il n'est pas question de passer en revue ici de façon circonstanciée les différentes étapes de cette longue réflexion, ni de faire une "liste" de tout ce qu'elle m'a enseigné. Je voudrais plutôt dire en quelques mots ce qui me paraît être le plus important pour la connaissance

[736](*) Pour le dernier en date des épisodes de cette éviction, voir la note "Les Pompes Funèbres — "im Dienste der wissenschaft" (n° 175).

[737](**) Je mets à part ici la cinquième partie de R et S, gui était à l'origine une "digression" à l'intérieur de la cérémonie Funèbre (voire même, à l'intérieur de "La Clef du yin et du yang"). cette partie n'est pas achevée au moment d'écrire cette rétrospective sur Récoltes et Semailles, et n'est pas incluse dans celle-ci. (22 juin) II est apparu au cours des semaines suivantes que la partie de la réflexion "Les quatre opérations" (ou l'Enterrement (3)), suivant "La clef du yin et du yang", constitue un "quatrième souffle" de Récoltes et Semailles, lequel n'est pas inclus dans cette rétrospective finale.

de moi, comme matériau donc d'une maturation qui se poursuit encore au fil des jours, des mois et des années.

Cette réflexion avait commencé dans l'esprit d'une "parenthèse" que j'ouvrais (l'espace d'une note ou deux à tout casser...) pour mettre le lecteur (et par la même occasion, me remettre moi-même) "dans le bain" d'une vision dialectique yin-yang (ou "féminin-masculin") des choses. La raison pour ouvrir une telle parenthèse, était le besoin d'arriver à situer, en termes d'une intuition du yin et du yang, une impression frappante que m'avait donné l'examen d'un certain "Eloge Funèbre"[738](*) : celle d'un propos délibéré de "renversement" de rôles dans une relation originelle yin-yang. cette "parenthèse" s'ouvre le 2 octobre. C'est le 10 novembre seulement, après cent pages serrées de réflexions sur les jeux du yin et du yang dans ma vie en particulier et dans l'existence en général, et (pour finir) dans le jeu de la découverte mathématique, que le moment paraît mûr enfin pour *formuler* tout au moins[739](**) cette association d'idées apparue six mois plut bot, en attendant de pouvoir la sonder en pleine connaissance de cause, quatorze jours plus tard encore[740](***). (Et c'est près de deux mois plus tard encore, le 14 janvier, que se referme enfin la fameuse parenthèse sur le yin et le yang, sans même que je me rende compte pendant quelque temps encore qu'elle s'était déjà refermée...)

Très vite et sans l'avoir cherché ni prévu, c'est "le conflit" dans la vie humaine et dans la 1242
personne qui se place au centre de l'attention. L'énergie égotique soudain et puissamment mobilisée par la découverte de l'Enterrement, est venue là en force d'appoint inattendue@ pour me confronter à nouveau, et sur le vif, au "mystère de conflit" qui depuis des années m'interpellait[741](*). Tout au cours des années précédentes déjà, ce mystère-là était venu progressivement à l'avant-plan des choses que j'aurais voulu sonder et comprendre, aussi loin que faire se pouvait, sans que jamais encore j'aie "sauté le pas" et m'y sois lancé tout entier...

Peu à peu au cours de la réflexion se révèle ce qui, dans ma vie, a été comme le "noyau dur", le centre redoutable de ce mystère, comme le cœur même de "l'énigme du Mal" : la violence qu'on peut appeler "gratuite", ou "sans cause", la violence pour le seul plaisir, dirait-on, de blesser, de nuire ou de dévaster — une violence gui jamais ne dit son nom, feutrée souvent, sous des airs d'ingénuité innocente et affable, et d'autant plus efficace à toucher et à ravager — la "griffe dans le velours", délicate, vive et sans merci... C'est sur cette violence-là que l'attention finit par se porter, au cours de la réflexion poursuivie dans la suite de notes "La griffe dans le velours" (n°s 137–140), et c'est elle aussi qui reste au centre de l'attention jusqu'à la fin de la clef. Elle en forme encore le point d'orgue, dans la note ultime évoquant la "chaîne sans fin" du karma, transmise des parents aux enfants et des enfants aux petits enfants, de génération en génération depuis la nuit des âges@

[738](*) Pour cet "Eloge Funèbre" (par le compliment habilement dosé et adminis-. tré... ï voir les deux notes de ce nom (n°s 104, 105), ainsi que la note "Les joyaux" (n°s 170(iii)) qui en donne un résumé partiel.

[739](**) Dans la note "Le renversement (3) — ou yin enterre yang" (n° 137).

[740](***) Aux débuts de la note "Patte de velours — ou les sourires" (n° 137).

[741](*) cette "interpellation" a commencé à être perçue surtout depuis ma longue méditation sur mes parents, laquelle s'est poursuivie entre août 1979 et mars

C'est la première fois de ma vie que je me confronte à ce mystère de la violence "sans haine et sans merci" — une violence profondément implantée dans la vie des hommes, et qui a marqué ma vie, depuis mes jeunes années, d'une empreinte indélébile. C'est la première fois aussi que je fais le constat de cette empreinte dans mon être. C'est le constat aussi, en même temps, du simple fait de *l'existence* de cette violence, de son omniprésence redoutable, dans ma propre vie comme dans celle d'un chacun[742](**). Ce simple et seul constat contient en germe en même temps une *acceptation* de ce fait redoutable. C'est en ce constat, peut-être, que se trouve ce que j'ai appris de plus important (ou du moins@ 1243
commencé à apprendre), au cours de toute la réflexion Récoltes et Semailles.

Il ne s'agit pas là d'un aboutissement, d'une culmination d'une réflexion, Plutôt, c'est un premier pas encore, me portant au delà d'un seuil menant dans l'inconnu. Pour mon cheminement et pour ma maturation, cet humble pas m'apparaît d'une portée plus grande que les embryons de "réponse" que j'ai entrevus (dès les jours qui ont suivi) à la question de la *"cause"* de la "violence Sans cause"[743](*). Cette question elle-même ne prend tout son sens, autrement plus lourd qu'une simple question de "mécanique psychique", qu'une fois pleinement vue et assumée l'existence même et la portée du fait sur lequel on s'interroge.

Certains diront que je suis en train de sortir du sujet, que le constat d'un fait psychologique général (ou que je prétends tel), concernant chacun et tous, relève de la connaissance objective réservée aux disciplines scientifiques (telle la psychologie, la psychiatrie, la sociologie ou que — sais-je encore), qu'elle n'est pas du domaine (ressenti comme vague et impalpable, si ce n'est entièrement farfelu) de la fameuse "connaissance de soi". Mais je vois (non pas de façon vague et impalpable, mais aussi clairement qu'un fait mathématique familier et patent...) qu'en dehors de la découverte de soi, un tel constat perd son sens vivant — il perd ce qui en fait autre chose qu'un exercice de style philosophico-psychologique, que le développement d'une "thèse" (très intéressante certes et tout et tout...). Ce constat par lui-même est une *découverte*, une découverte intimement personnelle qu'aucune personne au monde ne peut faire à ma place, et que je ne peux faire en lieu et place d'aucune autre personne au monde. Cette découverte est une étape, la dernière en date ou presque, dans un voyage à la découverte de moi-même. Elle me situe par rapport à une chose importante, redoutable, qui m'a marqué et que j'avais tenu jusqu'à présent à négliger, comme si c'était par une sorte de malchance particulière (tenant peut-être à telles ou telles particularités en ma modeste personne) que je m'y suis vu exposé tout au long de ma vie, et que j'ai vu d'autres y être exposé ou l'infliger, pour peu que je prenne la peine d'ouvrir les yeux et de regarder autour de moi.

Ce n'est pas un hasard d'ailleurs, sûrement, que des les débuts de cette réflexion sur la violence, je me sois vu conduit, par la logique intérieure même de la réflexion, à faire (pour la première fois de ma vie aussi) un retour sur les quelques cas dont j'ai gardé souvenir, où c'est moi-même qui faisait subir a autrui, et sans y réfléchir à deux fois certes, cette 1244
violence "qui dépasse l'entendement"[744](*). L'intérêt de ce retour n'est pas qu'il me donne

[742](**) Ce constat constitue le moment fort de la réflexion poursuivie dans la note "Sans haine et sans merci" (n° 157).

[743](*) Voir la note de même nom (n° 159).

[744](*) Voir la note "La violence du juste" (n° 141) qui suit la partie citée "La griffe dans le velours" de

l'occasion de me battre la coulpe (et en public, ce qui plus est) — chose que j'ai d'ailleurs entièrement omis de faire. Mais c'est qu'il m'a ouvert une porte sur une compréhension plus profonde de la violence — une porte qu'il ne tient qu'à moi désormais de franchir, au moment où il me plaira

([186]) C'est là ce qui m'apparaît comme le plus important, dans l'optique du voyage à la ([186])
découverte de moi-même, cette dernière phase de la réflexion sur le yin et le yang, centrée sur la violence, se poursuit tout au long des quatre dernières parties : "La griffe dans le velours", "La violence — ou les jeux et l'aiguillon", "L'autre Soi-même" et "Conflit et découverte — ou l'énigme du Mal", du 7 décembre au 14 janvier (lesquelles représentent un peu plus d'un tiers de la Clef).

Avec le recul, il me semble que le rôle principal des huit parties précédentes de la clef est de m'avoir finalement amené à cette réflexion cruciale. Beaucoup parmi les choses que je développe dans cette partie préliminaire sont des choses qui m'étaient familières depuis des années, et qu'il me fallait pourtant "rappeler" pour permettre à un lecteur "qui débarque" de suivre, et pour donner à la réflexion une cohérence interne, qui autrement risquait de faire défaut, ou de n'être apparente qu'à moi. Par moments le style se ressent de ces dispositions intérieures de celui qui a hâte d'en finir au plus vite avec ces rappels, pour en arriver enfin au "vif du sujet" — alors que souvent ces soi-disant rappels étaient d'une portée autrement plus grande, et digne que je pose tant soit peu sur eux, que ce "vif" auquel j'avais tellement hâte d'en arriver (et auquel, hâte ou pas, je n'en arrive que plus d'un mois plus tard..-). Ces dispositions me paraissent sensibles surtout dans les trois parties consécutives "Le couple", "Notre Mère la Mort", "Refus et acceptation". Même là, il est vrai, en reprenant contact avec des choses censées "connues", je n'ai pu m'empêcher en même temps de renouer connaissance, et dans un jour parfois nouveau — fut ce même pour des choses aussi impersonnelles, à première vue, que l'inventoriage de ces "portes sur le monde" que sont chacun des groupes de couples (ou "trous de serrure") yin-yang liés par affinités immédiates.

Mais c'est avec les trois parties suivantes (celles aussi qui précèdent les quatre dernières,
centrées sur le thème de la violence) que j'aborde à nouveau des rivages jusque là inex- 1245
plorés : "La mathématique yin et yang", "Le renversement du yin et du yang", "Maîtres et Serviteurs".

C'est dans la première de ces parties que se place la "grande surprise", qui allait jeter une lumière nouvelle sur le sens, ou un certain sens du moins, de l'Enterrement. Il s'agit de ce fait, que dans mon approche de la mathématique, et plus généralement, dans ma démarche spontanée à la découverte du monde, la tonalité de base de mon être est *yin*, *"féminin"*. Pour le dire autrement, alors que la structure conditionnée du moi, le "patron" de mon entreprise, est yang (pour ne pas dire, "macho" à brin de zinc), ma nature originelle, "l'enfant" en moi (qui est aussi l'ouvrier qui façonne ce que l'enfant découvre en jouant…) est à dominante "féminine". Ce n'est d'ailleurs pas cette particularité à elle seule qui distingue mon "style" personnel d'approche de la mathématique de celui de tout autre. Il me semble, en effet,

---

la Clef.

que même parmi les mathématiciens, il n'est pas tellement rare que cette note de fond (ou "dominante") originelle soit yin. Ce qui est exceptionnel par contre dans mon cas (me semble-t-il), c'est que dans ma démarche de découverte et notamment, dans mon travail mathématique, j'aie été toute ma vie pleinement fidèle à cette nature originelle, sans aucune velléité dfy apporter des retouches ou rectificatifs, que ce soit en vertu des desiderata d'un Censeur intérieur (lequel de toutes façons n'y a jamais vu que du feu, tellement on serait loin de soupçonner une sensibilité et une approche créatrice "féminine" dans une affaire "entre hommes" comme la mathématique !), ou par souci de me conformer aux canons de bon goût en vigueur dans le monde extérieur, et plus particulièrement, dans le monde scientifique. Il n'y a aucun doute pour moi que c'est grâce surtout à cette fidélité à ma propre nature, dans ce domaine limité de ma vie tout au moins[745](*), que ma créativité mathématique a pu se déployer pleinement et sans entrave, comme un arbre vigoureux, solidement planté en pleine terre, se déployé librement au rythme des nuits et des jours, des vents et des saisons. Il en a été ainsi, alors pourtant que mes "dons" sont plutôt modestes, et que les débuts ne s'annonçaient nullement sous les meilleurs auspices[746](*). 1246

Au moment où je fais cette constatation inattendue sur mon approche de la mathématique, dans la note "La mer qui monte. . ." (n° 122)[747](**), cela vient un peu comme une sorte de curiosité imprévue, un peu "en marge" de ma vie, où les relations à autrui portent toutes la marqué de mes options yang et superyang. C'est dans la suite de la réflexion seulement, centrée sur la dynamique du conflit, et a l'occasion d'un retour sur l'Enterrement, que je me rends compte à quel point la relation de mes congénères mathématiciens à ma personne et surtout, à mon œuvre, a été marquée par cette particularité insolite, mettant en jeu en eux des réflexes de réserve (quand ce n'est de rejet) devant un style d'approche ressenti obscurément comme "déplacé" (pour ne pas dire, inconvenant). De telles réactions étaient communes dès mes débuts dans le monde mathématique, mais tempérées en ces temps

---

[745](*) Comme j'ai eu occasion de le dire et de le redire en diverses occasions au cours de R et S, une des deux forces égotiques les plus fortes qui aient dominé ma vie depuis l'âge de huit ans (et jusqu'en 1976, où j'avais quarante-huit ans), a été la répression des traits "féminins" en moi, au bénéfice des traits ressentis comme "virils". C'est au cours de la réflexion "La clef du yin et du yang" seulement, que je me suis rendu compte que cette répression ne s'est pas exercée dans mon travail mathématique (ni, plus tard, dans la méditation, ou travail de découverte de soi). La dominante "féminine" originelle de mon être a pu s'en donner à cœur joie, dans une activité généralement perçue (et à juste titre) comme "virile" par excellence ! (Voir à ce sujet la note "Le plus "macho" des arts", n° 119.)

[746](*) Si je parle de "dons modestes", ce n'est nullement par fausse modestie. C'est une chose que j'ai pu constater encore et encore, aussi bien au contact de mathématiciens brillants, incomparablement plus vifs que moi pour saisir l'essentiel et pour prendre connaissance et assimiler des idées nouvelles, que dans des relations de travail à tels étudiants anonymes et sans bagage mathématique sérieux, mais dont la curiosité et l'inventivité mathématique étaient momentanément mis en éveil.

Je parle un peu de mes "débuts" (tout au moins, des débuts de mes contacts avec le monde des mathématiciens, en 1948) dans la section "L'étranger bienvenu" (n° 9). C'est trois ans plus tôt, cependant, dès 1945, que commence ma "vie de mathématicien'@, où l'essentiel de mon énergie est consacré à un travail de recherche mathématique. Jusque vers l'année 1949 ou 1950, les perspectives pour moi, en tant qu'étranger en France, de trouver un gagne-pain comme mathématicien, semblaient pourtant des plus problématiques. Au cas où il ne se serait pas présenté une telle possiblité, j'envisageais d'apprendre la menuiserie, comme gagne-pain qui pouvait être à mon goût.

[747](**) Voir également la note ultérieure "La flèche et la vague" (n° 130).

cléments par l'ambiance de respect d'autrui qui prévalait alors, tout au moins dans les milieux mathématiques où j'avais eu l'heur d'atterrir. Plus tard, elles ont du être refoulées sans plus, eu égard à "la puissance des résultats de Grothendieck" (pour citer une lettre de Borel à Mebkhout, où ces "réserves" sont évoquées). Elles sont devenues la règle par contre, et s'étalent parfois à l'aise derrière une certaine discrétion de ton (qui reste de rigueur) depuis mon départ de la scène mathématique, alors que le respect d'antan s'est érodé et a disparu depuis belle lurette, et que l'intéressé (censé mort et enterré) n'est plus présent pour donner la réplique... Cet aspect imprévu de l'Enterrement, comme étant l'enterrement symbolique du "féminin mathématique" en ma modeste personne, se trouve sondé dans les deux notes "La circonstance providentielle — ou l'Apothéose" et "Le désaveu — ou le rappel" (n°s 151, 152), du 23 et 24 décembre, au beau milieu donc de la méditation sur la violence.

II reste un dernier aspect de ma personne que je voudrais évoquer encore, apparu 1247
en écrivant la Clef du yin et du yang, dans la dernière des parties citées, "Maîtres et Serviteurs" (laquelle précède immédiatement le tournant de la réflexion amorcé avec "La griffe dans le velours"). Il s'agit de la "pulsion de service", et du rôle de premier plan que celle-ci a joué dans le choix de mes investissements en mathématique et comme force vive à l'œuvre dans de vastes et interminables tâches de fondements, que personne d'autre après moi n'a trouvé encore le courage (ou l'humilité...) de reprendre et de poursuivre. Cet aspect-là, présent en moi avec une force exceptionnelle, atteste de façon éloquente de la dominante "féminine" de ma nature originelle, laquelle s'est préservée (voire, réfugiée...) dans l'activité mathématique (ou personne n'aurait idée d'aller la chercher...).

La pensée me vient à l'instant qu'il est même possible que cette pulsion contribue sa part, de nature non égotique cette fois, dans ce "basculement" qui a eu lieu en faveur d'une activité mathématique intense, relégant à l'arrière-plan, pour une durée indéterminée, le travail de méditation. Celuici, par sa nature même, est un travail solitaire, un travail qui (il me semble), à moins de se leurrer, ne peut s'inscrire dans l'optique d'un investissement au service de tous, ou de quelque "communauté idéale d'êtres avides de connaître". Il semblerait donc qu'il y ait une pulsion profonde, distincte du désir égotique de confirmation ou d'approbation, une pulsion exprimant les liens profonds de la personne avec l'espèce dont il fait partie, qui doive se trouver frustrée dans un travail de méditation de longue haleine, au sens où je l'entends. Et c'est peut-être là une cause supplémentaire, en plus de celles (a elles seules déjà bien assez puissantes) qui proviennent de la structure de l'ego (des dispositions du "patron", donc), qui fait qu'un tel travail semble une chose à tel point rare, que je ne suis pas sûr d'en avoir jamais rencontré trace en autrui.

([187]) (7 avril) Je crois bien avoir fini de faire le tour de cette rétrospective-bilan, sur ce que m'a enseigné l'ensemble de la réflexion Récoltes et Semailles. J'ai seulement exclu de cette rétrospective la cinquième partie de Récoltes et Semailles[748](*), laquelle n'est pas terminée à l'heure, actuelle. Cela avait commencé comme une "digression" dans la "Clef du yin et du yang", digression qui s'est étendue finalement sur tout un mois, et s'est ([187])

[748](*) (22 juin) Et également, la quatrième (que je suis en train d'écrire) ! Voir note de b. de p. [749](**) page 1240-

matérialisée en une centaine de pages de "notes de lecture" sur l'autobiographie de C. G. Jung. Comme la fin de cette digression n'était toujours pas clairement en vue, je l'ai remise 1248
à plus tard. J'avais hâte surtout de mener à bonne fin l'Enterrement, qu'il soit écrit, tapé, tiré et envoyé a droite et à gauche, enfin — et qu'on n'en parle plus 1

Je pressens d'ailleurs que cette cinquième partie va m'apporter des lumières inattendues sur ce même Enterrement, mais oui ï — par l'examen que j'y prévois de la relation de Jung à sigmund Freud, lequel pendant des années avait fait figure de maître pour le jeune Jung, cherchant encore sa voie. En première lecture du chapitre (de l'autobiographie) consacré à cette relation, je n'y ai vu que du feu — puis un certain nombre de choses insolites ont attiré mon attention, je suis revenu sur certaines, j'ai parcouru a nouveau ce chapitre. Visiblement, cette relation est tendue d'ambiguïté, que Freud lui-même semble avoir senti fortement, et que Jung se plait a ignorer totalement (comme le ferait le premier séminariste venu...), mettant le malaise de Freud sur le compte de sa seule "névrose" (qu'il se fait un plaisir'de décrire en de vives couleurs, peut-être même un peu trop vives pour être tout à fait vraies...). Toujours est-il que diverses associations me sont venues avec la relation à moi de mon ami et (également) non-élève Deligne, associations que je compte suivre et peut-être fouiller un tantinet. J'ai comme un sentiment que ce qui s'est passé avec l'Enterrement, pour ce qui est des mécanismes psychiques mis en jeu, n'est nullement un concours de circonstances unique et atypique au possible, bien au@ contraire ! Et je pressens que la relation de Jung à Freud pourrait bien fournir des lumières supplémentaires à cet égard.

Mais pour moi, à présent tout au moins, cette cinquième partie (qui aura peut-être pour nom "Jung — ou l'enlisement d'une aventure"[750](*)), ce n'est plus l'Enterrement, même si ça en est sorti — et je dirais même : ce n'est plus Récoltes et Semailles 1 C'est " 1 '*Après*" — au même titre que les échos de toutes sortes, y compris sûrement de vertes et de*pas mûres, qui vont me revenir à l'envoi des trois parties "Fatuité et Renouvellement", "L'Enterrement (I) — ou La robe de l'Empereur de Chine", et "L'Enterrement (III) — ou les Quatres Opérations"[751](**). La ça va faire déjà mille pages voire plus, une fois cette partie-là terminée d'être tapée au net — ça fait déjà pas mal comme ça 1 A chaque jour suffit sa peine...

Cette hâte d'en terminer et d'"envoyer ça" est sans doute, avant tout* la hâte du cheval 1249
de bataille qui sent la poudre, impatient de se lancer dans la mêlée[752](*). Mais peut-être aussi, plus profondément, y a-t-il le désir de voir se détacher de moi un certain passé. Ces "mille pages" matérialisent de façon saisissante tout le *poids* de ce passé — et de voir terminé ce travail-là, jusqu'aux dernières des tâches d'intendance (dont la toute dernière

[750](*) pensant écrire "enlisement", je me suis vu écrire "enterrement" à la place. Il n'est pas dit que le nouveau nom suggéré par ce lapsus : "Jung — ou l'enterrement d'une aventure" ne soit tout aussi approprié, voir même qu'il ne touche plus juste encore, que celui que j'avais prévu.

[751](**) Ne pas confondre la quatrième partie de Récoltes et Semailles, ayant comme sous-titre "Les Quatre Opérations", avec la suite des notes groupées sous ce nom, qui figure dans cette partie (notes n°s 167′–176 ï.

[752](*) II est déjà question de telles dispositions dans la section ultime "Le poids d'un passé" (n° 50) de "Fatuité et Renouvellement", dans un éclairage un peu différent (où le "cheval de bataille" est remplacé par le taureau, partant à la poursuite d'un bout d'étoffe rouge qu'on "agite devant son nez" ...) .

sera sans doute l'envoi de Récoltes et Semailles aux cent-trente destinataires déjà prévus sur ma liste d'envoi provisoire… [753](**)), cela m'apparaît aussi, instinctivement quasiment, comme le moment aussi où j'aurai *largué* ce poids. Illusion ? L'avenir seul me le dira…

Et voilà donc que j'en viens aux "accords finaux" avant ce fameux "point final", que depuis plus d'une année maintenant j'ai crû voir devant moi, et qui de jour en jour, de semaine en semaine, de mois en mois s'est trouvé repoussé, par l'afflux de l'imprévu qui réclamait sa place.

Que reste-t-il à dire, dans ces derniers accords ? Il y a une gratitude, s'exprimant par des "remerciements", cette réflexion est le fruit de la solitude, et pourtant j'ai été aidé de bien des façons.

L'aide la plus évidente m'est venue de zoghman Mebkhout, de bien des façons également : par la patience avec laquelle il m'a mis "dans le bain" de la philosophie autour du théorème du bon Dieu-Mebkhout ; par la confiance qu'il m'a témoignée en me faisant part, envers et contre tout, des difficultés et des déboires qui ont été les siens dans ses relations à ceux qui furent mes élèves ; par l'aide qu'il m'a apportée pour m'y retrouver dans une littérature mathématique touffue, avec laquelle j'avais perdu contact ; enfin, par l'intétêt amical et sans réserve qu'il a porté, dès le moment où il en a eu connaissance, à ce travail dans lequel il me voyait engagé, dans lequel il a surtout (je crois) perçu et accueilli le *témoignage*.

Je suis reconnaissant également à Pierre Deligne, pour s'être déplacé pour venir me voir et prendre connaissance (au mois d'octobre dernier) de la partie alors écrite de l'Enterrement, et pour me faire part de ses commentairas[754](*). Cette visite m'a aidé, elle aussi, à 1250
plus d'un titre.

Enfin, j'ai été aidé par la bonne volonté et l'ambiance de sympathie que j'ai trouvée auprès des secrétaires de l'USTL qui ont assuré la frappe du manuscrit : Mlle Boulet, Mme Boucher, Mlle Brun, Mme cellier, Mlle Lacan, Mme Mori, Deux parmi elles ont pris sur leur temps personnel pour assurer dans les délais prévus une partie de la frappe, sans vouloir accepter de rétribution pour ce travail — geste qui m'a beaucoup touché. C'est Mlle Lacan, d'autre part, qui aura assuré à elle seule la frappe de toute la deuxième moitié de l'ensemble de mes notes pour Récoltes et Semailles, avec un soin et une efficacité exemplaires. A toutes et à chacune, je suis heureux d'exprimer ici ma gratitude.

je pense également à tous ceux et a toutes celles qui, à bien des moments au cours de mon travail, ont pu me sembler perturber ce travail et ma quiétude, d'une façon souvent malvenue[755](**). Sûrement, ces "perturbations" elles-mêmes, qui par moments m'ont éprouvé et dont certaines laissent encore en moi le résidu d'une tristesse, ont elles aussi leur rôle à jouer dans le travail qui est le mien, et à m'apporter un message qu'il ne tient qu'à moi d'écouter et d'assimiler. Quand tristesse ou ressentiment se résolvent en gratitude, je saurai que ce message a été accueilli…

[753](**) Le fameux "poids" deviendra alors plus "saisissant" encore, avec du 6oup deux cents mille pages (200 x 1000), au lieu de mille i

[754](*) pour cette visite et les précisions que m'a apportées Deligne, voir les deux notes (n°s 163, 164) formant la partie "Les derniers devoirs (ou la visi* . te)" de l'Enterrement (III).

[755](**) II est fait allusion ici et là à ces "perturbations" dans les notes de ces derniers mois. Voir à ce sujet, notamment, la note "Le messager (2)" (n°181)

([188]) Ces accords ultimes de l'Enterrement ont, depuis près d'une année déjà, leur nom tout trouvé : De Profundis ! Dans l'Introduction (I 7, "L'Ordonnancement des Obsèques") je m'avance même plus loin encore, en annonçant (imprudemment peut-être...) que c'est la "satisfaction complète" du défunt qui forme "la note finale et l'ultime accord du mémorable Enterrement". J'étais excusable alors de faire ce pronostic (comme si c'était chose révolue) — au moment d'écrire ces lignes (au mois de mai l'an dernier) cela semblait en effet un pronostic à très court terme, alors que je me croyais sur le point justement d'en arriver à ces accords finaux du "De Profundis". ([188])

Il est vrai que, de façon autrement plus aiguë que lfan dernier (quand le "deuxième souffle" de la réflexion allait toucher à sa fin), je me rends compte à quel point je suis 1251
loin d'avoir vraiment fait "le tour" de l'Enterrement, rois à part les seuls faits matériels (dont il me semble en "tenir" à ma pleine suffisance[756](*)). S'il est vrai, comme il m'a semblé par moments, que comprendre l'Enterrement, c'est aussi "comprendre le conflit", il est probable que le temps qui me reste à vivre ne suffira pas a faire ce "tour" — pas en profondeur, tout au moins.

Ainsi, je puis dire que c'est dans des dispositions bien différentes de celles qui étaient les miennes en écrivant l'Introduction à l'Enterrement, que j'écris à présent cette note ultime. Est-ce a dire que je termine cette réflexion, sans que ne soit présent ce sentiment de "satisfaction complète, " ?

Je ne le pense pas. Des qu'une vision s'approfondit, tel travail qui avait fait naître la vision et préparé son approfondissement, et qui avait pu sembler "mené à terme", se révèle *inachevé*, par l'apparition d'un "au-delà" de ce qui avait été fait. Pourtant, le *sens* du travail, et de la satisfaction ou la dissatisfaction qu'il nous fait éprouver, n'est pas dans son aboutissement, et ne dépend pas du fait si ce travail est destiné ou non à trouver aboutissement. Le sens du travail est dans le travail lui-même, il est dans le *moment présent* — dans les dispositions dans lesquelles nous le faisons, dans l'amour que nous y mettons (ou dans l'absence d'amour... ï — non dans un hypothétique avenir hors de notre portée.

Au mois de mars l'an dernier, avant même d'avoir découvert l'Enterrement, j'écris dans l'introduction (I 1, "Rêve et accomplissement", p. iv) :

"... Je quitte ce travail avec la satisfaction complète de celui qui sait qu'il a mené un travail à terme. Il n'y a chose, si "petite" soit elle, que j'y aie éludée, ou qu'il m'aurait tenu à cœur de dire et que je n'aurais pas dite, et qui en cet instant laisserait en moi le résidu d'une insatisfaction, d'un regret, si "petits" soient-ils."

Je sais, maintenant, que ce travail que je croyais "mené à terme", ne l'est pas aujourd'hui encore, et ne le sera peut-être jamais. Mais je sais aussi que c'est là une chose, somme toute, accessoire. Cette "satisfaction complète", que j'ai ressentie avec force au moment même où j'écrivais ces lignes qui s'essayent à la cerner au plus près, elle m'a suivi tout au long de l'écriture de Récoltes et Semailles. C'est un vieille amie à moi, qui m'avait déjà 1252
accompagnée tout au long de ma vie de mathématicien, me faisant savoir à voix basse que je fais bonne route. Je l'ai retrouvée plus tard, dans le travail de méditation — c'est bien

[756](*) (10 mai) Pourtant, après que ces lignes ont été écrites, plus d'un mois s'est passé à "caser" tant bien que mal des nouveaux faits apparus, dans une bonne vingtaine de sous-notes rajoutées in extremis !

la même.

Quand je cesse de l'entendre, le travail perd son sens. C'est pourquoi sa voix m'est précieuse, et que je prends bien soin dans mon travail de ne jamais m'en éloigner. C' ; est grâce à cela que le travail a été, tout au long de ma vie, source de joie, dans cette "satisfaction complète" de celui qui s'y donne tout entier.

Il n'en a pas été différemment dans le travail qui s'achève — ce travail qui est *"Récoltes"*, et qui est en même temps *"Semailles"*.